

Diskrete Geometrieoptimierung und Interpolationsmethoden für die Laserschneidbearbeitung

Master Thesis

Author(s):

Haas, Titus

Publication date:

2012

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010073778>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Masterarbeit

Diskrete Geometrieoptimierung und Interpolationsmethoden für die Laserschneidbearbeitung

Sommer 2012

Betreuung:

Dr. Sascha Weikert
Florian Sellmann

Autor:

Titus Haas

Inhaltsverzeichnis

Symbole, Abkürzungen und Nomenklatur	1
Zusammenfassung	2
Abstract	4
Aufgabenstellung	5
Eidesstattliche Erklärung	6
Vorwort	7
1 Einleitung	9
1.1 Gliederung der Arbeit	10
2 Stand der Technik	13
2.1 Industrielle Geometrieoptimierung	13
2.2 Wissenschaftliche Geometrieoptimierung	16
2.3 Geschwindigkeitsprofil	16
2.4 Diskreter Ansatz	17
3 Diskrete Geometrieoptimierung	19
3.1 Anforderungen an die diskrete Geometrieoptimierung	19
3.2 Quadratische Programmierung	20
3.3 Definition: Diskrete Optimierung	21

3.3.1	Toleranzaufteilung	23
3.4	Ergebnisse	25
3.5	Parametrierung	28
3.6	Windowing	31
3.6.1	Windowing I	32
3.6.2	Windowing II	34
3.6.3	Windowing III	35
3.6.4	Vergleich der Windowing Methoden	37
3.7	Gewichtung der Ableitungen	39
4	Interpolationsmethoden	43
4.1	Parametrische und Geometrische Stetigkeit	43
4.2	Methode der kleinsten Quadrate	44
4.3	Polynom Interpolation	45
4.4	Polynom Interpolation mit Randbedingungen	46
4.5	Hermite Interpolation	47
4.6	B-Spline Interpolation	48
4.7	Vergleich der Interpolationsmethoden	49
4.7.1	Anforderungen	49
4.7.2	Definition des absoluten Fehlers	49
4.7.3	Bewertung der Methoden	50
4.7.3.1	Polynom Interpolation	51
4.7.3.2	Polynom Interpolation mit Randbedingungen	51
4.7.3.3	Hermite Interpolation	52
4.7.3.4	B-Spline Interpolation	53
4.8	Auflösung und Parametrierung	55
4.9	Grad stetiger Ableitung	62
4.10	Optimierung: Beispielgeometrie	66
4.11	Vergleich umsetzbarer Methoden	68

5	Simulation	73
5.1	Geschwindigkeitsprofil VNCK	73
5.1.1	Hermite Methode	76
5.1.2	Gewichtete B-Spline Methode	77
5.1.3	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile	77
5.2	Modell	80
5.3	Simulationsergebnisse	84
5.4	Messergebnisse	87
5.4.1	Gewichtung der Ableitungen	88
5.4.2	Grad stetiger Ableitungen	89
6	Schlussfolgerung / Ausblick	93
6.1	Ausblick	94
	Anhang	94
	A Modell	95
	B	97
	Literaturverzeichnis	98

Symbole und Abkürzungen

Symbole

C^n	Parametrische Ableitung n -ten Grades (Abschnitt 4.1)
G^n	Geometrische Ableitung n -ten Grades (Abschnitt 4.1)
s	Bahnparameter
x'	1. parametrische Ableitung $\frac{dx}{ds}$, analog gilt $x'' = \frac{d^2x}{ds^2}$ etc.
$\ x\ $	Euklidische Norm des Vektors x

Abkürzungen

ETH	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
IWF	Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
LSQ	Least Squares, Methode der kleinsten Quadrate (Abschnitt 4.2)
NC	Numerical Control, numerische Steuerung
NURBS	Non-Uniform Rational B-Spline, nicht uniforme rationale B-Splines
QP	Quadratische Programmierung (Abschnitt 3.2)
TCP	Tool Center Point, Werkzeugmittelpunkt
VNCK	Virtual NC Kernel, Virtueller NC Kern. Simulationsumgebung der Sinumerik 840D Steuerung (Siemens AG)
GKG	Gerade-Kreis-Gerade
ppmm	Punkte pro mm

Zusammenfassung

Die Bewegung des Tool Center Points (TCP) wird durch Führungsgrößen definiert. Führungsgrößen bestehen aus einer Bahn und dessen Geschwindigkeitsprofil. Will man zum Beispiel eine 90° Ecke exakt abfahren, so muss der TCP in der Ecke auf Null abgebremst und wieder von Null auf die maximale Geschwindigkeit beschleunigt werden. Dies führt aufgrund endlicher Steifigkeit der Maschinenachsen zu Bahnabweichungen und die Maschine wird angeregt.

Diese Arbeit bezieht sich auf die Optimierung der Bahn. Die Optimierung erfolgt in zwei Schritten: Im ersten Schritt wird die Eingangsgeometrie innerhalb des Toleranzbandes diskret optimiert. Dabei wird die Bahn so generiert, dass die diskreten Punkte die maximal zulässige Toleranz nicht überschreitet. Durch Zustandsgleichungen weisen die Punkte vorgegebene Stetigkeiten auf. Da die Optimierung achsweise durchgeführt wird, muss die Toleranz auf die einzelnen Achsen aufgeteilt werden. Die in dieser Arbeit genutzte Toleranzaufteilung hat sich bei sieben Testgeometrien bewährt, die diskrete Optimierung ist robust.

Die diskret optimierten Punkte werden im zweiten Schritt durch kontinuierliche Funktionen repräsentiert. Zwei verschiedene Interpolationsmethoden, die Hermite Interpolation und die gewichtete B-Spline Approximation, wurden umgesetzt. Die optimierte Geometrie wird als NC-Code dem **Virtual NC Kernel (VNCK)** übergeben, welcher ein zugehöriges Geschwindigkeitsprofil generiert. Mit dem generierten Geschwindigkeitsprofil wird die maximale Abweichung in Bahnquerrichtung sowie die Maschinenanregung durch ein vereinfachtes 2-Massen-Schwinger-Modell, welches In- und Crosstalk berücksichtigt, untersucht. Die in dieser Arbeit entwickelten Methoden verringern durch die Optimierung die Maschinenanregung und haben kleinere Bahnabweichungen als die Originalgeometrie. Um auch grössere Geometrien optimieren zu können, wurden drei Windowing Methoden erarbeitet und umgesetzt. Durch das Windowing generiert die VNCK schlechtere Geschwindigkeitsprofile als bei einer ganzheitlichen Verrundung.

Abschliessend konnte die simulativ reduzierte Maschinenanregung und reduzierte ma-

ximale Abweichung in Bahnquerrichtung durch Messungen teilweise bestätigt werden.

Abstract

The motion of the Tool Center Point (TCP) is specified by set points. Set points consist of a path and its defined velocity profile. If a 90° edge has to be handled, the TCP must decelerate to velocity zero in the edge and has to be accelerated to the maximal speed again. This leads to a deviation of the predefined path and the real processed path due to limited stiffness of the machine axis. Another influence on the edge geometry is the high machine excitation.

This thesis is about optimization of the TCP path. The optimization is divided in two steps: In the first step the input geometry is optimized within a predefined tolerance. The optimized path is within the allowed tolerance and a desired continuity is forced by state conditions. The optimization is separated for each axis. Therefore the allowed tolerance has to be split to the individual axes. The discrete optimization has been tested by seven test geometries and showed robustness.

The discrete optimized points are represented by continuous functions in the second step. Two different interpolation methods have been implemented. The Hermite interpolation and the B-Spline approximation are used for this step. The optimized geometry, represented as NC-code, is then feed to the **Virtual NC Kernel (VNCK)** which generates the velocity profiles. With these velocity profiles the maximal deviation in lateral direction and the machine excitation have been examined by a simple 2-mass-spring-model which considers in- and crosstalk. With the developed methods the deviation in lateral direction and the machine excitation could be decreased. To be able to optimise large geometries, three windowing approaches have been implemented and discussed. The velocity profile of the windowing methods are inferior to profiles obtained by optimization of the full geometry. Finally, the reduced deviation and machine excitation could partially be proven by measurements on the machine.

Masterarbeit

Diskrete Geometrieoptimierung und Interpolationsmethoden für die Laserschneidbearbeitung

Sollgrössen → Maschine → Produktivität?

Problemstellung

Die Produktivität von Bearbeitungssystemen wird u.a. durch die Wahl der Sollgrössen, d.h. durch Geometrie und Führungsgrössen beeinflusst. Für die Geometrieoptimierung wurde am IWF/inspire ein diskretes Optimierungsverfahren zur achsweisen Verrundung entwickelt. Die Umwandlung in ein maschinenlesbares Format soll mittels Interpolation erfolgen. Eine Kombination beider Ansätze sollte eine Produktivitätssteigerung bewirken. Dies gilt es am Beispiel einer Laserschneidmaschine anhand von Maschinenmodellen und Messungen zu evaluieren.

Aufgabe

Zunächst sollen die bestehenden Ansätze zur Geometrieoptimierung analysiert und gegenübergestellt werden. Da die diskrete Geometrieoptimierung achsweise erfolgt, ist eine Toleranzaufteilung erforderlich. Dies soll am Beispiel von 2 kartesischen Maschineachsen gezeigt werden. Für die Anwendung auf komplizierte Konturzüge ist zudem zu überlegen, wie die Diskretisierung, die maximale Anzahl zu optimierender Punkte und die Überlappung einzelner Berechnungsbereiche zu wählen ist.

Um eine zuverlässige Umwandlung der diskret optimierten Geometrien in ein maschinenlesbares Format zu gewährleisten muss eine geeignete Interpolationsmethode gefunden werden. Mögliche Ansätze sollen erprobt und anhand einfacher Beispielgeometrien verglichen und bewertet werden.

Mittels einer virtuellen Steuerungsumgebung sollen zu den optimierten Geometrien Führungsgrössen berechnet werden. Diese sollen mittels eines Maschinenmodells und anhand von Maschinenmessungen bewertet und mit kommerziellen Lösungen verglichen werden.

Umfeld

Als Arbeitsort sind primär die Räumlichkeiten von IWF/inspire vorgesehen. Es steht ein PC-Arbeitsplatz, eine Maschine sowie Messmittel in unmittelbarer Umgebung zur Verfügung. Ggf. werden noch ergänzende Messungen bei der Firma TRUMPF Werkzeugmaschinen in Grösch/Ditzingen erfolgen.

Art der Arbeit: Praxisbezogen, analytisch, simulativ

Anforderungen: Interesse an aktueller Aufgabenstellung im industriellen Umfeld

Betreuung

Dr. Sascha Weikert PFA E81 Tel: +44 / 632 22 60,

Florian Sellmann PFA E82 Tel: +44 / 632 57 14,

weikert@iwf.mavt.ethz.ch

sellmann@inspire.ethz.ch



Eidesstattliche Erklärung

Titel der Arbeit:

Diskrete Geometrieoptimierung und Interpolationsmethoden für die Laserschneidbearbeitung

Art der Arbeit, Datum:

Masterarbeit, 2012

Betreuung:

Dr. Sascha Weikert

Florian Sellmann

Name: Titus Haas

Kontakt: titushaas@bluewin.ch

Legi-Nr.: 07-913-692

Ich erkläre hiermit, diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt zu haben. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäss aus Quellen entnommen wurden, sowie Daten und Graphen, die aus Quellen stammen, habe ich als solche gekennzeichnet. Die Resultate sind vollständig und wahrheitsgetreu wiedergegeben. Ich habe weder absichtlich relevante Daten weggelassen, noch Versuchs- oder Simulationsergebnisse manipuliert.

Zürich, 6.11.2012: _____

Vorwort

Diese Masterarbeit schliesst mein Studium im Studiengang Maschineningenieurwissenschaften MSc an der ETH Zürich ab. Sie entstand an der ETH Zürich im Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung (IWF).

Einen speziellen Dank möchte ich meinen beiden Betreuern, Dr. Sascha Weikert und Florian Sellman widmen. Diese haben zur Vollendung der Abschlussarbeit wesentlich beigetragen und mich mit Ihrem Fachwissen dementsprechend unterstützt. Zudem möchte ich mich bei meinen Betreuern für die guten Ideen und Ratschläge, welche in den Diskussionen und Besprechungen ausgetauscht wurden, bedanken.

Weiterhin möchte ich Herr Ralf Spielmann der Firma Siemens AG danken, welcher mich bezüglich Steuerungsproblemen unterstützt hat.

Titus Haas
November 2012

Kapitel 1

Einleitung

Allgemein wird die Bewegung des Tool Center Points (TCP) durch Führungsgrößen beschrieben, welche sich aus der Geometrie des Werkstücks und eines Geschwindigkeitsprofils zur Abarbeitung der Bahn zusammensetzen. Führungsgrößen haben einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten von Werkzeugmaschinen, wobei hier die Anwendung auf Laserschneidmaschinen näher untersucht wird. Diese Abschlussarbeit beinhaltet Methoden zur Geometrieoptimierung der TCP Bahn einer Laserschneidmaschine. Dabei wird der NC-Code der zu optimierenden Geometrie eingelesen und die neuen Geometriedaten wieder als NC-Code ausgegeben.

Kann die Geometrie innerhalb einer Bahntoleranz so verändert werden, dass die Bahnzeit der Geometrie verbessert werden kann? Eine weitere wichtige Frage ist, wie sich die optimierte Geometrie und dessen Geschwindigkeitsprofil auf die Maschine auswirken. Kann man eine geringere Maschinenanregung erreichen? Ist es möglich, den Fehler quer zur Bahnrichtung kleiner zu halten? Kann man mit diesem Verrundungsalgorithmus die Produktivität steigern? Diese Fragestellungen werden innerhalb der Arbeit diskutiert und anhand eines 2-Achsmodells getestet, abschliessend mit Kreuzgittermessungen an einer realen 5-Achsmaschine validiert.

Eine limitierende Grösse beim Laserschneiden sind Geometrien, welche die Bahnrichtung abrupt ändern, wie dies an Ecken vorkommt. Will man zum Beispiel eine 90° Ecke korrekt abfahren, so muss der Laser in der Ecke auf Null abgebremst werden und in die orthogonale Richtung wieder beschleunigt werden. Je nach Bauart (fliegende Optik, bewegter Laser oder bewegtes Werkstück) hat dieser Effekt einen grösseren Einfluss auf die Maschine, beziehungsweise auf das Werkstück [1]. Die fliegende Optik bewegt den Laserstrahl durch eine Veränderung des Strahlengangs, was eine sehr leichte Konstruktion und deshalb eine gute Maschinendynamik aufweist. Schneidet man durch Bewegung der Strahlquelle, kann je nach Leistungsstärke die bewegte Masse

bis zu zwei Tonnen wiegen, wodurch eine eingeschränkte Dynamik resultiert. Müssen schwere Werkstücke bewegt werden, so erfordert dies eine grosse und schwere Tischkonstruktion, welche eine sehr eingeschränkte Dynamik aufweist.

Mithilfe eines innerhalb der vorgegebenen Bahntoleranz optimierten Geometrieverlaufes kann die Ecke schneller abgefahren werden, weil die Maschine an dieser Stelle nicht mehr auf Null abgebremst werden muss. Somit kann die Maschinenproduktivität gesteigert werden. Diese Verrundung kann zum Beispiel durch Einfügen eines Kreissegmentes oder eines Polynoms zwischen den zwei Geraden erreicht werden. Oberstes Kriterium ist die Einhaltung der vorgegebenen Bahnquerrichtungstoleranz. Weiter sollen durch die Verrundung der Ecken Beschleunigungssprünge verhindert werden, was auf der Maschine zu weniger Beschleunigungsspitzen führt.

Eine wichtige Vorgabe ist die Stetigkeit der Geometrie, welche als NC-Code der Steuerung übergeben wird, denn die Steuerung generiert das Geschwindigkeitsprofil anhand der Geometrie und dessen Ableitungen (Abschnitt 5.1). Sind Unstetigkeiten in der Geometrie vorhanden, wie diese zum Beispiel bei einer Ecke auftreten, so muss die Geometrie an dieser Stelle geglättet werden. Die Glättung eines nicht parametrisch und geometrisch stetigem Übergangs zwischen zwei Kurven ist die Hauptaufgabe der Geometrieoptimierung. Selbst eine einfache Kontur bestehend aus einer Geraden und einem anschliessendem, tangentialen Kreissegment ist beim Übergang nicht C^2 stetig. Neben der Geometrieoptimierung spielt auch die Optimierung der Geschwindigkeitsführung eine wichtige Rolle, welche das Geschwindigkeitsprofil entlang der geometrischen Bahn optimiert. Durch die optimale Ausnutzung der Bahntoleranzen will man die maximale Geschwindigkeit am TCP erreichen und die Krümmung minimieren. Beim Laserschneiden sind relativ hohe Bahntoleranzen zugelassen, wodurch die Bahnkurven sehr flexibel generiert werden können.

In dieser Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, welches durch zwei Hauptschritte eine Geometrie optimal verrundet. Dabei handelt es sich um ein Zweischrittverfahren, welches die Eingangsgeometrie zuerst diskret optimiert. Diese diskret optimierten Punkte werden dann im Interpolationsschritt interpoliert, damit sie auf die Maschinensteuerung übergeben werden können.

1.1 Gliederung der Arbeit

Im Kapitel 2 "Stand der Technik" werden neben wissenschaftlichen Optimierungsmethoden industriell verwendete Verrundungsmethoden vorgestellt. Zudem wird kurz auf die Methoden zur Generierung eines Geschwindigkeitsprofils eingegangen. Im Ka-

kapitel 3 "Diskrete Geometrieoptimierung" wird der diskrete Optimierungsalgorithmus vorgestellt sowie Ergebnisse gezeigt. Um auch grössere Geometrien optimieren zu können, werden drei verschiedene Windowing Methoden erarbeitet und verglichen. Wie die diskret optimierten Punkte durch eine kontinuierliche Funktion dargestellt werden, wird im Kapitel 4 "Interpolationsmethoden" gezeigt. Es werden verschiedene Interpolationsmethoden vorgestellt und untereinander verglichen. Zudem wird in diesem Kapitel der Begriff der parametrischen und geometrischen Stetigkeit erläutert. Weiter wird die Auflösung und die Parametrierung einer Geometrie diskutiert. Abschliessend werden die umgesetzten Interpolationsmethoden miteinander verglichen und bewertet. Im Kapitel 5 "Simulation" wird die Generierung des Geschwindigkeitsprofils des Virtual NC Kernels (VNCK) eingeführt. Das für die Simulation verwendete 2-Achsmaschinenmodell wird vorgestellt. Die Geschwindigkeitsprofile der geometrieoptimierten Geometrien sowie die Simulationsergebnisse werden anschliessend verglichen und bewertet. Weiter werden die Resultate der Messungen an der 5-Achsmaschine diskutiert. Abschliessend werden die gewonnenen Erkenntnisse und Verbesserungen sowie zukünftige Verbesserungen im Kapitel 6 "Schlussfolgerung / Ausblick" erläutert.

Kapitel 2

Stand der Technik

Es gibt verschiedenste Ansätze zur Führungsgrössengenerierung. Einführend wird im Abschnitt 2.1 gezeigt, wie die prinzipielle Umsetzung von NC-Code auf die Antriebe funktioniert. Anschliessend werden die Geometrieoptimierungen der in der Industrie eingesetzten Steuerungen betrachtet. Im nachfolgendem Abschnitt 2.2 werden wissenschaftliche Lösungen zur Geometrieoptimierung erläutert. Weiter werden verschiedene Ansätze zur Generierung des Geschwindigkeitsprofils gezeigt. Das Kapitel wird mit einer Einführung zur Thematik der diskreten Geometrieoptimierung abgeschlossen.

2.1 Industrielle Geometrieoptimierung

Der folgende Abschnitt beruht auf [2]. In Abbildung 2.1 ist das Schema der Datenverarbeitung der Steuerung Sinumerik 840D der Firma Siemens zu sehen. Dieses Schema gilt allgemein für Werkzeugmaschinen.

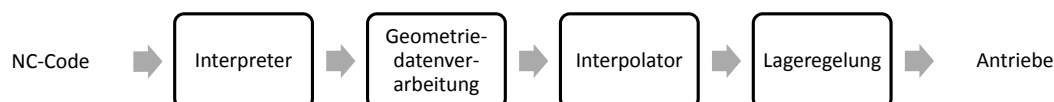


Abbildung 2.1: Schema der Datenverarbeitung der Steuerung Siemens 840D.

Bahnplanung ist die Planung der Geometriedaten und dem zugehörigen Geschwindigkeitsprofil einer Geometrie. Allgemein ist die Bahnplanung in vier Schritte unterteilt:

- Generieren eines räumlichen Pfades aufgrund NC-Code
- Erzeugen eines (vorläufigen) Geschwindigkeitsprofils
- Prüfen der Gültigkeit des Geschwindigkeitsprofils (LookAhead)
- Neuplanen bei Grenzverletzungen

Diese Schritte werden meist parallel abgearbeitet und können nicht separiert werden. Teilweise ist ein iteratives Vorgehen erforderlich. Die in dieser Arbeit entwickelten Methoden separieren die Schritte der Bahnplanung. Ein NC-Programm wird in Teilstücken abgearbeitet, wobei der LookAhead, welcher das vorläufige Geschwindigkeitsprofil überprüft, einen Vorlauf braucht, um bei Grenzverletzungen den Prozess nicht unterbrechen zu müssen. Es wird hier vor allem auf den Schritt *Generieren eines räumlichen Pfades* eingegangen, da dieser für diese Arbeit relevant ist. Nebenbei wird kurz auf das Erzeugen des (vorläufigen) Geschwindigkeitsprofils eingegangen.

Es gibt verschiedene Arten, welche eine räumliche Bahn in einem NC-Programm definieren. Üblicherweise werden Polygonzüge verschiedenster Ordnung, Kreis- und Helikalabschnitte sowie Splines und NURBS verwendet. Mittels Bahnparameter s wird der Weg im Euklidischen Raum generiert. Ecken werden für gewöhnlich verrundet, damit die Bahngeschwindigkeit im Eckpunkt nicht auf Null abgebremst werden muss. Diese Verrundung findet innerhalb eines durch den Benutzer vorgegebenen Toleranzbandes statt.

Es gibt verschiedene Methoden um die Ecken zu verrunden. Je nach Steuerungshersteller wird dies mit Hilfe von Kreissegmenten, durch Überlagerung einer Splinefunktion oder durch Filtern des Polygonzuges umgesetzt. Bei der Steuerung Rexroth IndraMotion MTX 09VRS der Firma Bosch Rexroth AG [3] kann der Bediener die Methode der Verrundung auswählen: Es stehen Verrundungen durch Kreissegmente oder durch Polynome zu Verfügung. Bei der Heidenhain Steuerung (Beispiel TNC 410) [4] kann man die Ecken mittels Zusatzfunktionen verschleifen. Mit der Funktion $M90$ wird zum Beispiel die Bahngeschwindigkeit des Werkzeugs an eckigen Übergängen konstant gehalten. Das führt laut Heidenhain zum Verschleifen des Eckübergangs und neben der Verringerung der Bearbeitungszeit wird auch noch eine Verbesserung der Qualität der Werkstückoberfläche erreicht. In gewissen Modi werden die Ecken automatisch mittels Übergangskreisen verschliffen. Mit einer weiteren Zusatzfunktion ($M112$) der Heidenhain Steuerung können verschiedene Kurven wie ein Tangentialkreis oder ein Polynom dritter, fünfter beziehungsweise siebter Ordnung als Übergang eingefügt werden. Fügt man einen Tangentialkreis ein, so entsteht ein Beschleunigungssprung durch die Krümmungsänderung an den Anschlussstellen. Bei einem Polynom dritten Grades tritt die-

ser Beschleunigungssprung nicht mehr auf. Je grösser der Grad des Polynoms, desto höher ist der Grad der stetigen parametrischen (C) und geometrischen (G) Ableitungen (Details siehe Abschnitt 4.1). Die Fanuc Steuerungen [5] verrundet die Ecken mit einer anderen Strategie: Die Eckenverrundung hängt von den Vorschubgeschwindigkeiten der beiden Segmente, dem Eckenwinkel und der Zeitkonstante der exponentiellen Beschleunigung/Verzögerung ab. Durch diese Parameter werden die Vorschubgeschwindigkeiten für den Eckenabschnitt bestimmt. Diese wiederum bestimmen die Koordinaten der Werkzeugbahn der Ecke. Genauere Informationen sind auf Seite 800 bis 802 des Bedienungshandbuches [5] zu finden. Das von Precision MicroDynamics Inc. (PMDi) entwickelte Steuerungssystem POLARIS [6] ist in verschiedene Komponenten unterteilt. Der Polaris "Regler" ist für die Bahnplanung zuständig und generiert rucklimitierte Bahnen für eine geglättete Bewegung. Zusätzlich hat der Benutzer die Möglichkeit, eigens entwickelte Bahnplanungen zu verwirklichen. Die in dieser Arbeit verwendete Steuerung Sinumerik 840D [7] stammt aus dem Hause Siemens. Diese Steuerung erlaubt es, im Bahnsteuerbetrieb grösseres Abbremsen beim Übergang zwischen zwei NC Sätzen zu vermeiden. Mit dem "Bahnsteuerbetrieb" wird sogleich auch der LookAhead aktiviert. Näheres zu den Verrundungsmethoden der Sinumerik 840D ist Abschnitt 5.1 zu entnehmen.

Ein weiteres Kriterium der Bahn ist, eine möglichst geschwindigkeitsoptimale Form zu wählen, damit das Werkstück mit einer möglichst hohen Geschwindigkeit abgefahren werden kann. Dabei sollen die Dynamikgrenzen der Maschine aber nicht verletzt werden, was durch den LookAhead überprüft wird. Bei hohen Beschleunigungen spielt der Ruck eine grosse Rolle [8], da dieser die Maschinenstruktur anregt. Die verschiedenen Methoden zur Generierung des Geschwindigkeitsprofils werden im Abschnitt 2.3 vorgestellt.

In diesem Abschnitt werden einige wissenschaftliche Lösungen zur Geometrieoptimierung präsentiert. Eine Glättung der Kurve durch Einfügen von Kurven wurde in [9] umgesetzt. Ziel ist es, einen nicht C^2 stetigen Übergang zweier Kurven durch Einfügen eines Polynoms C^2 stetig zu machen. Grundsätzlich wird zwischen die zwei Segmente, welche einen nicht C^2 stetigen Übergang haben, innerhalb einer vorgegebenen Toleranz ein Polynom eingefügt, welches die zwei Kurven C^2 stetig verbindet. Diese Methode kann für die TCP Bahn sowie auch für Achswerte verwendet werden.

Ein weiterer Ansatz wird in [10] vorgestellt: die Kurve wird mithilfe einer Krümmungsminimierung verrundet. Durch die Minimierung der Krümmung wird die transversale Beschleunigung minimiert und die Bahn kann mit einer höheren Geschwindigkeit abgefahren werden. Durch die Krümmungsminimierung wird nicht unbedingt die zeitoptimale Bahn gefunden, jedoch ist die berechnete Bahn sehr nahe an der zeitoptima-

len. Die Toleranzeinhaltung wird mittels Randbedingungen umgesetzt.

2.2 Wissenschaftliche Geometrieoptimierung

Die folgende Methode zur Glättung kommt aus dem Bereich der Robotik [11]: Ziel dieses Quadratischen Programmieransatzes (QP) ist, die Euklidische Norm des Krümmungsprofils zu minimieren. Gleichzeitig werden die Pfadlänge und die lokale Krümmung beschränkt, sowie Randbedingungen und Kollisionsfreiheit eingehalten.

Auch der Ansatz von Kano [12] basiert auf einem QP Ansatz. Ausgangslage sind Non Uniform Rational B-Splines (NURBS) als Basisfunktionen. Dabei wird die Krümmung und die Abweichung der gewichteten Basisfunktionen zu den Kontrollpunkten minimiert. Zusätzlich können Gleichheits- oder Ungleichheitsbedingungen für die Splines oder deren Ableitungen definiert werden. Unter anderem zeigt [12] eine Anwendung der Bahnplanung, wobei sie die maximale Geschwindigkeit und die maximale Beschleunigung beschränken.

Braghin [13] generiert durch Ausnutzung der ganzen Strassenbreite die kürzeste Kurve für ein Fahrzeug. Im Fall einer TCP Bahn bedeutet die ganze Strasse das vorgegebene Toleranzband. Eine zweite Methode bei [13] ist die Minimierung der Krümmung. Dadurch ergibt sich eine längere Strecke, welche aber schneller abgefahren werden kann, da sich das Abbremsen vor einer Kurve vermindert. Es wird eine Kombination zur Minimierung der Strecke und zur Minimierung der Krümmung benutzt. Welche Minimierung wie gewichtet wird, wird durch die Charakterisierung der Fahrzeugdynamik bestimmt. Meist ist die Gewichtung der Krümmungsminimierung viel höher.

2.3 Geschwindigkeitsprofil

Die von Braghin [13] vorgestellte Methode generiert eine geometrisch und zeitlich optimale Kurve. Das Geschwindigkeitsprofil ist durch die maximale laterale Beschleunigung und den lokalen Krümmungsradius definiert. Zusätzlich können Beschleunigungslimiten berücksichtigt werden. Verscheure [14] bestimmt und optimiert das Geschwindigkeitsprofil durch die Bewegungsgleichungen des Roboters unter Einhaltung der maximalen Drehmomente die die Aktoren liefern können. Sencer [15] definiert ein zeitoptimales Geschwindigkeitsprofil unter Einhaltung von Antriebsbeschränkungen

wie maximale Beschleunigungen und Rucklimiten. Ein am IWF entwickeltes Verfahren, welches das Geschwindigkeitsprofil einer Geometrie optimiert ist von Markus Steinlin [16]. Dabei wird die Bahnzeit minimiert und zusätzlich werden die Beschränkungen, welche durch die Maschine gegeben sind, eingehalten. Die Beschränkungen sind Geschwindigkeit, Beschleunigung, Ruck und Zuck der Maschinenachsen. Zudem wird durch Einhaltung der Zustandsgleichungen das generierte Geschwindigkeitsprofil stetig. In Abschnitt 5.1 wird die Methode zur Erzeugung des Geschwindigkeitsprofils der Sinumerik 840D erklärt.

2.4 Diskreter Ansatz

Auch ein am IWF entwickelter Algorithmus [17] optimiert Geometrien mit Hilfe Quadratischer Programmierung (QP). Dabei werden die verschiedenen gewichteten Ableitungen minimiert, wobei die optimierten Punkte innerhalb des Toleranzbandes liegen müssen und die Kontinuität nicht verletzen dürfen. Die diskret optimierten Punkte werden anschliessend mit Hilfe der Interpolation (Kapitel 4) durch kontinuierliche Funktionen dargestellt. Im Kapitel 3 wird dieser Algorithmus im Detail erklärt. Im Gegensatz zum Ansatz von Kano [12] wird nicht nur die Krümmung minimiert, sondern auch höhere Ableitungen. Ein weiterer Unterschied besteht darin, dass beim Ansatz von Kano kontinuierliche Basisfunktionen als Ansatz gewählt wurden. Die in dieser Arbeit entwickelte Methode optimiert die Geometrie in zwei Schritten, der diskreten Geometrieoptimierung und der anschliessenden Interpolation der diskret optimierten Punkte.

Kapitel 3

Diskrete Geometrieoptimierung

Ein diskreter Algorithmus zur Geometrieoptimierung [17] wird in diesem Abschnitt eingeführt. Anders als die im vorigen Abschnitt eingeführten Methoden, verrundet dieser Algorithmus die Kontur diskret. Zuerst werden die Anforderungen der Geometrieoptimierung definiert (Abschnitt 3.1). Danach wird im Abschnitt 3.2 die quadratische Programmierung eingeführt. Im Abschnitt 3.3 wird der Algorithmus definiert. Die Ergebnisse der Geometrieoptimierung verschiedener Geometrien werden im Abschnitt 3.4 diskutiert. Um die diskret optimierten Punkte einer NC-Steuerung übergeben zu können, werden die Punkte durch kontinuierliche Funktionen repräsentiert, worauf im Kapitel 4 näher eingegangen wird.

3.1 Anforderungen an die diskrete Geometrieoptimierung

Die Anforderungen an die diskrete Geometrieoptimierung sind in absteigender Wichtigkeit:

- **C- und G-Stetigkeit:** Ist der diskrete Ansatz so umsetzbar, dass die gewünschte Stetigkeit erreicht wird? Mindestanforderung ist C^2 - und G^2 -Stetigkeit.
- **Umsetzbarkeit:** Kann die diskret optimierte Geometrie durch kontinuierliche Funktionen repräsentiert werden?
- **Geometrieunabhängigkeit:** Gibt es Einschränkungen bezüglich der Geometrie? Ist die Methode zuverlässig?

- **Rechenzeit:** Wie schnell ist die Methode? Für den Praxiseinsatz ist allerdings keine Echtzeitmethode erforderlich.

Die Stetigkeit der optimierten Geometrie steht im Vordergrund. Um ein akzeptables Geschwindigkeitsprofil der Steuerung Sinumerik 840D zu erhalten, muss der Geometrie Input C^2 und G^2 stetig sein. Vermutlich kann durch eine höhere Stetigkeit die Maschinenanregung minimiert werden, was einen weiteren wichtigen Vorteil ergeben würde. Die optimierte Geometrie muss an die Steuerung übergeben werden können. Dazu muss diese als kontinuierliche Funktion repräsentiert werden können. Weiterhin soll es keine Limitierung der zu optimierenden Geometrien geben. Die Optimierung soll zuverlässig für verschiedenste Geometrien funktionieren. Die Methode soll nicht online optimieren, sondern soll den NC-Code vorgängig so verändern, dass die gewünschte Optimierung erreicht wird.

3.2 Quadratische Programmierung

Die allgemeine Formulierung eines quadratischen Problems ist gegeben durch das Minimieren der Zielfunktion J (Gleichung 3.1) in Abhängigkeit der Nebenbedingungen (Gleichung 3.2 und 3.3) [18].

$$J(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + c^T x \quad (3.1)$$

$$A_{eq}x - b_{eq} = 0 \quad (3.2)$$

$$Ax - b \leq 0 \quad (3.3)$$

Die Gütefunktion H repräsentiert den quadratischen Teil und c den linearen Teil des Problems. Die Gleichung 3.2 beschreibt die Gleichheitsbedingungen und die Gleichung 3.3 beinhaltet die Ungleichheitsbedingungen. Das quadratische Problem wird in Matlab mit der Funktion *quadprog* nach x gelöst.

Als Beispiel sei ein Problem zur Minimierung der Zielfunktion

$$J(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 2x_1 - 6x_2 \quad (3.4)$$

gegeben [18]. Die Bedingungen der Lösung sind:

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 &\leq 2 \\
 -x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\
 2x_1 + x_2 &\leq 3 \\
 0 &\leq x_1 \\
 0 &\leq x_2.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Dadurch bilden sich die Matrizen

$$\begin{aligned}
 H &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} & c &= \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix} & x &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\
 A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & b &= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

und die Lösung des Problems ist

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}. \tag{3.7}$$

Die Quadratische Programmierung wird im diskreten Optimierungsschritt verwendet. Bei einem konvexen Problem kann ein globales Minimum gefunden werden. Dies ist der Fall, wenn die Zielfunktion konvex ist.

3.3 Definition: Diskrete Optimierung

Die Eingangsgeometrie liegt in Form von NC-Code vor. Die einzelnen Geometriesätze werden im ersten Schritt diskretisiert. Diese Diskretisierung kann zum Beispiel äquidistant gewählt werden. Mehr zur Diskretisierung der Geometrie ist Abschnitt 3.5 zu entnehmen. Die Thematik Stückelung von grossen Geometrien wird im Abschnitt 3.6 beschrieben.

Die diskreten Eingangspunkte der Kontur werden mit Hilfe eines QP-Ansatzes optimiert. Eine grobe Übersicht der Methode ist in Algorithmus 3.1 zu sehen. Da die Optimierung für jede Achse unabhängig erfolgt, muss die Toleranz dementsprechend an jedem Bahnparameter s für jede Achse bestimmt werden. In Abschnitt 3.3.1 wird näher

Algorithmus 3.1 Diskrete Verrundung

```

[xd, yd] ← Diskretisierung Kontur
[tolx, toly] ← Achsweiser Toleranzaufteilung
[bcx, bcy] ← Randbedingungen
function [xopt, yopt] = VERRUNDUNG([xd, yd], [tol+, tol-], [bcx, bcy])
    [Aeq, beq, A, b] ← Bedingungen (Gleichgewichts- und Ungleichgewichtsbedingungen)
    [Aeq, beq] ← Randbedingungen
    H ← Zielfunktion
    c ← 0
    xopt ← quadprog(H, c, A, b, Aeq, beq) (analog für die y-Achse)
end function

```

auf die Toleranzaufteilung eingegangen. Als weiterer Übergabeparameter kann am Anfang und Ende der (Teil-)Kontur eine Randbedingung an die Position und/oder an die Ableitungen übergeben werden. Diese sind wichtig, um nacheinander folgende Sätze stetig verbinden zu können.

In der Funktion *verrundung* wird das QP-Problem formuliert und mittels der Matlab-Funktion *quadprog(...)* gelöst. Die Zielfunktion J (Gleichung 3.1) setzt sich aus der Minimierung der Ableitungen zusammen. Geht man von n Punkten und einer Stetigkeit der Ableitungen vom Grad drei aus, so erhält man einen Zustandsvektor der Form

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ x''_1 \\ x'''_1 \\ \vdots \\ x_n \\ x'_n \\ x''_n \\ x'''_n \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Somit ergibt sich die Gütefunktion, mit dem Ziel, die Ableitungen verschieden stark zu minimieren,

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & H_n \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

mit

$$H_i = \begin{pmatrix} gew_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & gew_{x'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & gew_{x''} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & gew_{x'''} \end{pmatrix}, \text{ mit } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.10)$$

Die Gewichtung der Position, gew_x , wird auf Null gesetzt, da man nicht die Position, sondern die Ableitungen minimieren will. Die Position wird durch die Nebenbedingungen auf das Toleranzband beschränkt. Die Gewichtung der Ableitungen sind $gew_{x'} = 10^{-2}$, $gew_{x''} = 10^{-4}$ und $gew_{x'''} = 10^{-6}$. Diese wurden empirisch ermittelt. Im Abschnitt 3.7 wird genauer auf die Gewichtung eingegangen. Je kleiner die Gewichtung einer Ableitung, desto weniger Einfluss hat diese bei der Lösungsfindung. Der Vektor c des QP-Ansatzes ist Null, da wir keine linearen Anteile in der Zielfunktion J haben.

Die Gleichheitsbedingungen werden durch die Zustandsabhängigkeit bestimmt. Es werden die einzelnen Zustände durch die Trapez-Integration aneinander gekoppelt. Durch diese Kopplung kann die Stetigkeit des parametrischen Kurvenverlaufs gewährleistet werden. Die Trapezmethode integriert mit Hilfe der Formel 3.11.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{ds}{2}(x'_{i+1} - x'_i) \quad (3.11)$$

Die Gewichtung einer hohen Ableitung hat auch einen Einfluss auf die niedrigen Ableitungen, da diese durch die Gleichheitsbedingungen gekoppelt sind. Damit ergibt sich für jedes Punktepaar (x_i, x_{i+1}) die Bedingung Gleichung 3.11 ($x_{i+1} - x_i - \frac{ds}{2}x'_{i+1} - \frac{ds}{2}x'_i = 0$), welche die Matrix A_{eq} und b_{eq} definieren. Damit während der Optimierung die Toleranzen der Bahnabweichung eingehalten werden, wird die Toleranz als Ungleichheitsbedingung mit den Matrizen A und b übergeben (Gleichung 3.12). Die Toleranz links der Bahn wird als positive Toleranz tol_+ und die Toleranz auf der rechten Seite der Bahn als negative Toleranz tol_- bezeichnet.

$$x_{original} - tol_- \leq x \leq x_{original} + tol_+ \quad (3.12)$$

3.3.1 Toleranzaufteilung

Die Toleranz, welche für die Optimierung vorgegeben wird, entspricht nicht der Bauteiltoleranz, sondern der Abweichung der Bahn zur Originalgeometrie. Weil die Komponenten der Maschine endliche Steifigkeiten haben, weichen die vorgegebene Bahn

und die reell auf der Maschine gefahrene Bahn voneinander ab. Dies ist ein Einfluss, der bei der Wahl der Toleranz berücksichtigt werden muss. Die relevante Toleranz ist die Toleranz quer zur Bahnrichtung. Damit die Achsen einzeln verrundet werden können, ist eine Aufteilung der Toleranz auf die verschiedenen Achsen notwendig. Diese Aufteilung ist im Algorithmus 3.2 beschrieben: Zuerst werden die Normalenvektoren $[normal_x, normal_y, 0]$ an jedem Punkt durch die Position pos bestimmt. Die Toleranz wird anteilig der Komponenten des Normalenvektors in x- und y-Richtung aufgeteilt. Ähnlich wäre die Toleranzaufteilung in 3 Dimensionen (x, y, z). Wichtig ist, dass achsparallele Teilstrecken der Kontur keine Toleranz einhalten müssen. Dies wird durch Setzen der Toleranzwerte als NaN im Algorithmus berücksichtigt. Problematisch wird es für Teilstrecken, welche fast parallel zu den Achsen verlaufen (ϕ klein), denn die Toleranz wird dadurch in diese Richtung sehr schmal. Die Toleranz wird an solch kritischen Stellen auf beide Achsen zu gleichen Teilen aufgeteilt. Ein guter Wert für die kritischen Stellen ist eine kleinere Abweichung ϕ zu den Achsen als $\phi_{krit} = 10^\circ$. Dieser Wert wurde empirisch ermittelt und hat bei allen Testgeometrien gute Resultate erzielt.

Algorithmus 3.2 Toleranzband

```

function [tolx, toly] = TOLERANZ(pos,  $\phi_{krit}$ , toln, grad)
    [normalx, normaly] ← get_normals(pos)
    TOLx ← tolnnormalx
    TOLy ← tolnnormaly
    ▷ Falls Abschnitt achsparallel, gibt es keine Toleranzbedingung in diese
    Richtung:
    TOLx(TOLx < 10-13) ← NaN
    TOLy(TOLy < 10-13) ← NaN
    ▷ Ab kritischem Winkel wird Toleranz zu gleichen Teilen an x- und y-Achse
    aufgeteilt:
    TOLx( $\phi < \phi_{krit}$ ) ← =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ toln
    TOLy( $\phi < \phi_{krit}$ ) ← =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ toln
end function
  
```

Mit Hilfe dieser Toleranzaufteilung konvergiert das QP-Problem, das heisst, die Lösung weicht nicht mehr als die Toleranz erlaubt von der vorgegebenen Bahn ab und die gewünschte Stetigkeit ist gegeben. Man lässt genügend Freiheit bei Achsparallelität und meidet zu schmale Toleranzen bei kleinen Abweichungen. Als Beispiel wird ein Ausschnitt der Toleranzaufteilung der Gerade-Kreis-Gerade (GKG) Geometrie (Abbildung 3.2) in Abbildung 3.1 gezeigt. Deutlich sichtbar ist der Übergang der Toleranzaufteilung.

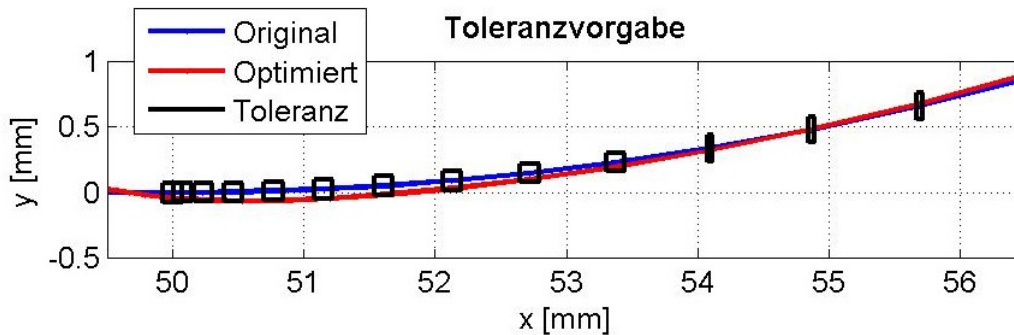


Abbildung 3.1: Ausschnitt der Toleranzaufteilung der GKG-Geometrie.

3.4 Ergebnisse

Um zu überprüfen, ob die im Abschnitt 3.1 definierten Anforderungen erfüllt sind, wird der diskrete Algorithmus an verschiedenen Geometrien getestet (siehe Abbildung 3.2). Bei der ersten Geometrie handelt es sich um eine industriennahe Kontur. Die GKG Geometrie hat zwei G^2 -unstetige Stellen, welche sich an den Übergängen von der Geraden auf den Kreis und vom Kreis auf die Gerade befinden. Die Eck-Geometrien sowie die Zick-Zack-Geometrie beinhalten G^1 -Unstetigkeiten, wobei die Geraden mit unterschiedlichem Winkel aufeinander treffen. Die siebte Geometrie, bestehend aus 2 Kreis-segmenten hat beim Übergang einen nicht unendlichen Krümmungssprung.

Pro NC-Segment (Geraden- oder Kreissatz) wurde eine gewisse Anzahl Punkte zur Geometrieoptimierung verwendet. Bei der industriennahen Kontur wurden für den Kreis 200 Punkte verwendet und für die Geraden 100, respektive 50 Punkte für die kleineren Geradenstücke. Für die anderen Geometrien wurden pro Segment 50 Punkte verwendet. Weiter wird auf die Auflösung der Punktedichte im Abschnitt 4.8 eingegangen. Als Toleranz quer zur Bahn wurden 0.1 mm zugelassen. Die einzelnen Schritte werden anhand der GKG Geometrie gezeigt. Insgesamt wird diese Geometrie mit 150 Punkten optimiert (drei NC-Sätze). Je grösser der Grad der stetigen Ableitungen, desto grösser werden die Matrizen des QP-Problems und desto mehr Zeit wird benötigt, um die optimale Lösung zu finden. Für eine Lösung, welche eine Stetigkeit bis zum Grad zwei hat, braucht der Algorithmus rund 0.37 Sekunden, bei einer Stetigkeit vom Grad drei 0.42 Sekunden und bei einer Stetigkeit vom Grad vier 0.46 Sekunden. In Abbildung 3.3 (a) sieht man deutlich, dass die Geometrie vor der Optimierung je eine Krümmungsunstetigkeit bei den Übergängen hat.

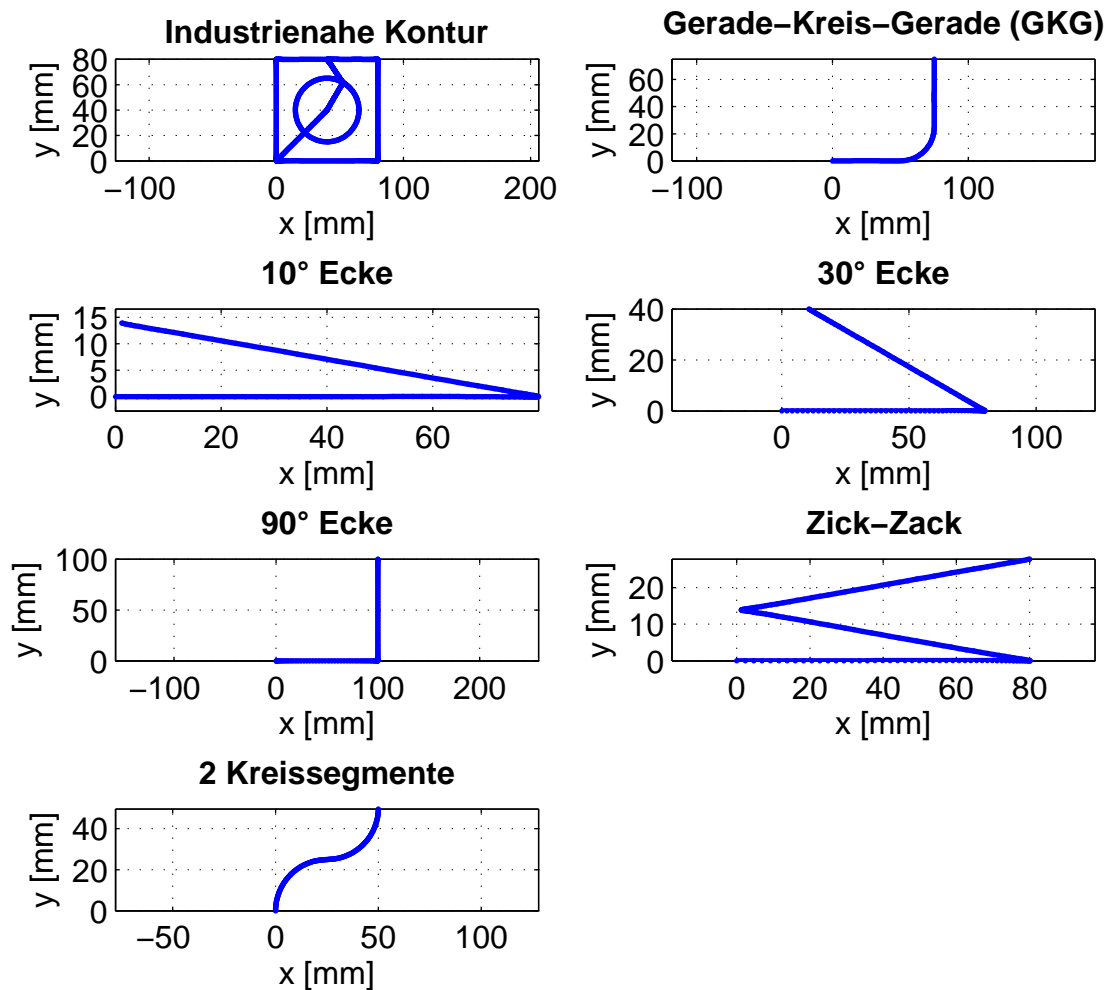
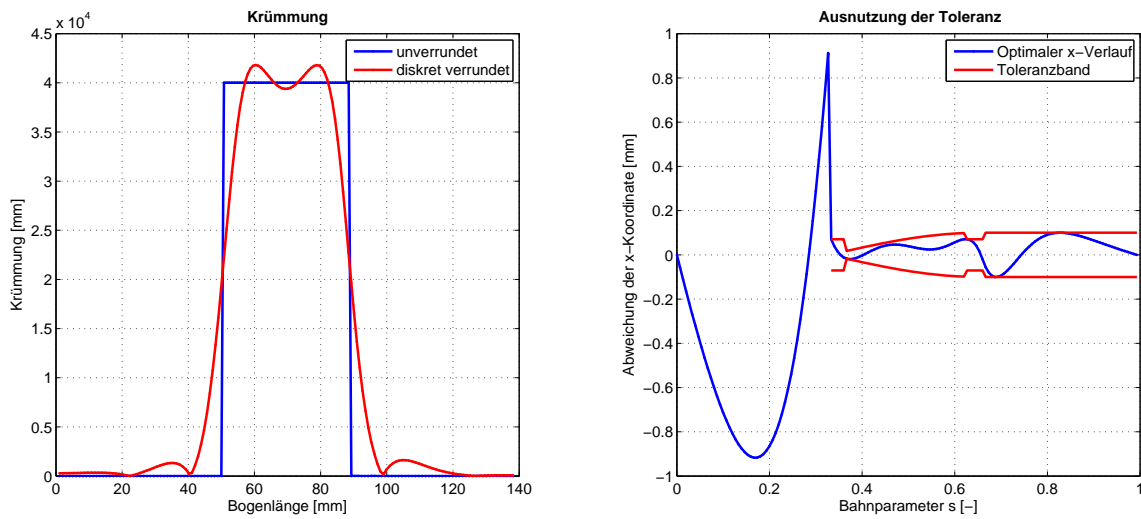


Abbildung 3.2: Testgeometrien.

Die Ausnutzung der Toleranz ist in Abbildung 3.3 (b) visualisiert. Die Abweichung der optimierten Punkte ist zu Beginn grösser als die 0.1 mm, was durch die Achsparallelität so entsteht. Man kann auch gut sehen, dass zu Beginn des Kreissegments bei $s=0.33$ die Toleranz grösser ist als nach einigen mm ($s=0.36$), denn da ist die Geometrie fast achsparallel, was zu einer gleichwertigen Aufteilung der Toleranz in x- und y-Richtung führt. Bei $s=0.36$ ist die Winkelabweichung zur x-Achse grösser als der kritische Winkel $\phi_{krit} = 10^\circ$ und die Toleranz wird wieder anhand der Normalenanteile auf die Achsen aufgeteilt. Die gleiche Einschnürung des Toleranzbandes ist beim Bahnparameter 0.63 bis 0.66 zu sehen. Die Toleranz ist zurzeit symmetrisch gewählt, kann aber durch die



(a) Krümmung der GKG Geometrie vor und nach der Optimierung.

(b) Ausnutzung der Toleranz der x-Achse.

Abbildung 3.3

Zuweisung einer positiven und negativen Toleranz auch asymmetrisch sein. Die Gewichtung beträgt für die Position Null, für die erste parametrische Ableitung 10^{-2} , für die zweite parametrische Ableitung 10^{-4} , für die dritte parametrische Ableitung 10^{-6} und für die vierte parametrische Ableitung 10^{-8} .

Die Erfüllung der Anforderungen von Abschnitt 3.1 werden anhand der Testgeometrien (Abbildung 3.2) überprüft.

- **C- und G-Stetigkeit:** Die Mindestanforderung von parametrischer und geometrischer Stetigkeit bis zum Grad zwei werden erfüllt. Der Ansatz konvergiert für alle Testgeometrien bis zu einer Stetigkeit vom Grad vier. Eine grössere Stetigkeit wurde nicht getestet, da der Grad des Polynoms, welches als NC-Code auf die Steuerung übertragen werden kann, auf fünf beschränkt ist.
- **Geometrieunabhängigkeit:** Die Methode optimiert die Geometrien zuverlässig, es wurden keine Einschränkungen festgestellt.
- **Umsetzbarkeit:** Die diskret optimierten Punkte können durch kontinuierliche Funktionen repräsentiert und auf die Steuerung gebracht werden. Mehr dazu wird im Abschnitt 4 gezeigt.
- **Rechenzeit:** Weil das Lösen eines Optimierungsproblems auf der Steuerung Sinumerik 840D nicht möglich ist, muss keine Echtzeitlösung der Geometrieoptimierung gefunden werden. Die Geometrieoptimierung wird offline durchgeführt. Die Berechnungszeit über der Anzahl Punkte pro NC-Segment ist in Abbildung 3.5 (a) zu sehen. Die Berechnungszeit steigt mit zunehmender Anzahl Punkte ungefähr linear an.

3.5 Parametrierung

Eine wesentliche Frage ist, wieviele Punkte notwendig sind, um eine Geometrie optimal zu verrunden. Weiterhin kann man bei der Parametrierung die Punktedichte verschieden wählen. Der Einfluss der Parametrierung auf die Ergebnisse der Optimierung ist gross. Je nach Interpolationsmethode im 2. Schritt der Geometrieoptimierung ist eine gewisse Punkteanzahl und Punkteverteilung vorteilhaft. Eine Variante zur Parametrierung ist, die Geometrie äquidistant zu diskretisieren. In Abbildung 3.4 sind drei verschiedene Methoden zur Parametrierung des Inputs der diskreten Geometrieoptimierung für die 90° Ecke zu sehen. Der diskrete Optimierungsalgorithmus konvergiert bei allen drei Parametrierungen. Werden für die Diskretisierung äquidistant pro NC-Satz 20 Punkte verwendet (2 NC-Sätze) und dem diskreten Geometriealgorithmus übergeben, so ist die Auflösung an der Ecke nicht optimal. Die Ecke wird durch eine zu geringe Anzahl Punkte nicht genügend genau dargestellt. Erhöht man die Anzahl

Punkte pro NC-Satz, so vergrößert sich die Berechnungsdauer der diskreten Optimierung (Abbildung 3.5 (a)). Der Anstieg der Berechnungsdauer mit zunehmender Anzahl Punkte verhält sich näherungsweise linear. Die zeitlichen Unterschiede sind nicht gravierend. Der Einfluss der Anzahl Punkte ist für den Interpolationsschritt grösser. Um die Anzahl Punkte zu verringern, wurde eine alternative Dichteverteilung verwendet. Benutzt man die kumulative Dichteverteilung in Abbildung 3.5 (b), so ist die Punktedichte am Anfang und am Ende eines NC-Satzes erhöht. Diese Verteilung, welche in dieser Arbeit als kumulative Dichteverteilung bezeichnet wird, stammt vom Mitarbeiter Markus Steinlin des IWF. Sie ist definiert durch

$$s = \frac{\text{cumsum}(\sin(\text{linspace}(0, 1, n)))}{\text{sum}(\sin(\text{linspace}(0, 1, n)))}, \text{ mit } \text{cumsum}: \text{ kumulierte Summe, } n: \text{ Anzahl Punkte.} \quad (3.13)$$

Die Abszisse wird äquidistant diskretisiert. Durch die Dichtefunktion erhält man die Dichteverteilung jedes NC-Satzes. Diese Verteilung ermöglicht ein Verringern der Anzahl Punkte unter Beibehaltung der gewünschten Auflösung in der Ecke. Die kumulative Dichteverteilung eignet sich im Gegensatz zur Hermite Interpolation für die B-Spline Optimierungsmethode sehr gut. Das Problem liegt darin, dass die Parameterunterschiede am Anfang und Ende eines NC-Satzes sehr klein werden. Weil der Parameter bei der Hermite Interpolation in 5. Ordnung eingeht, wird die Matrix zur Bestimmung des Hermite Polynoms schlecht konditioniert. Dies führt zu ungenauen oder sogar zu falschen Lösungen. Wird die Geometrie zum Beispiel mit zu wenig Punkten optimiert, so kann der Fehler in Bahnquerrichtung nach dem Interpolationsschritt zu gross sein. Im diskreten Schritt werden die Toleranzen zwar eingehalten, durch eine zu geringe Punktedichte kann die Kurve jedoch zwischen zwei Stützpunkten ausserhalb des Toleranzbandes liegen. Ist die Punktedichte zu hoch, wird die Matrix der Hermite Interpolation nahezu singular. Mehr zum Zusammenhang Parametrierung und Interpolationsmethode wird im Abschnitt 4.8 diskutiert.

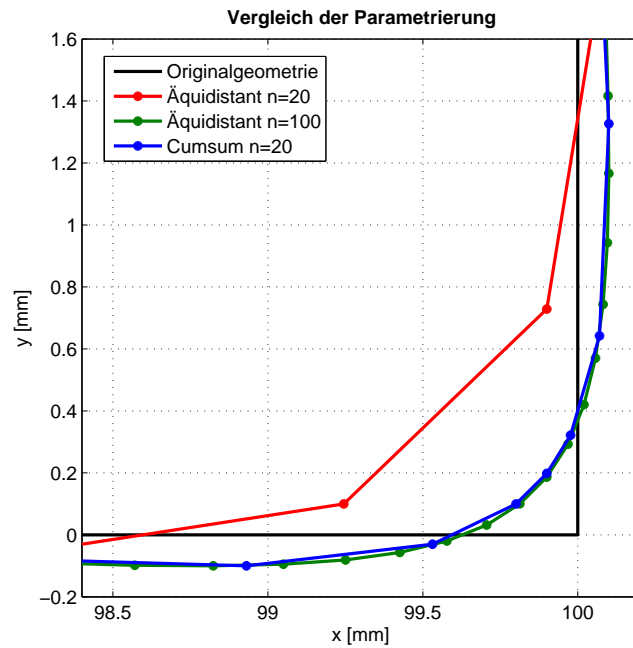
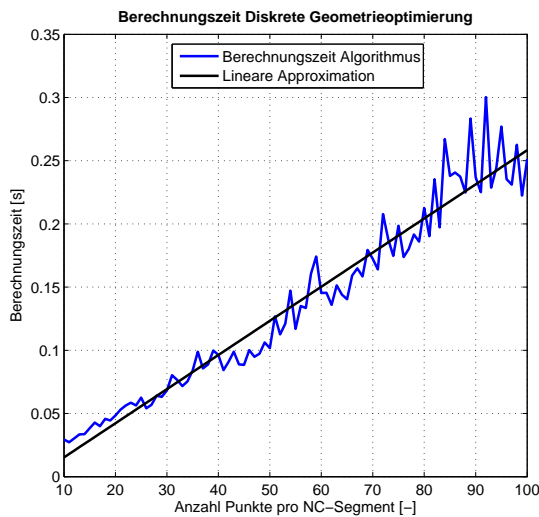
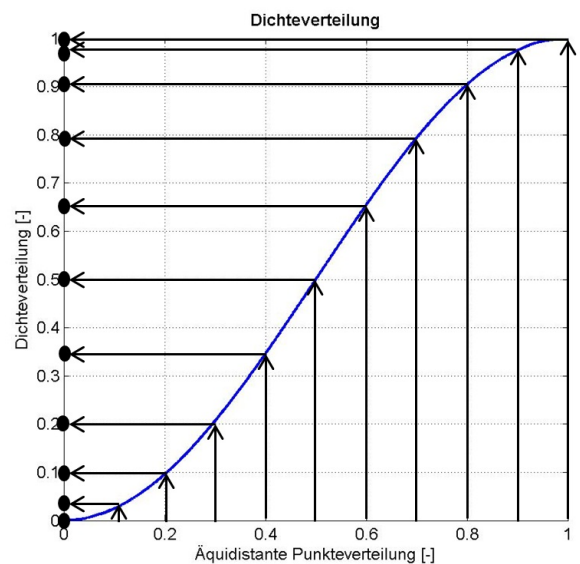


Abbildung 3.4: Verschiedene Parametrierungen der 90° Ecke (Zoom). Um die Ecke gut repräsentieren zu können, ist bei der äquidistanten Verteilung eine hohe Anzahl Punkte notwendig. Mit weniger Punkten und ähnlich gutem Ergebnis parametriert die kumulative Dichteverteilung die 90° Ecke.



(a) Berechnungszeit in Abhängigkeit der Anzahl Punkte pro Segment der 90° Ecke.



(b) Kumulative Dichteverteilung.

Abbildung 3.5

3.6 Windowing

Um grössere Geometrien optimieren zu können, ist es notwendig, diese in kleineren Teilgeometrien zu optimieren. Diese Aufteilung der Geometrie wird hier als Windowing bezeichnet. Somit kann garantiert werden, dass die diskrete Optimierung nicht zu langsam wird und eine Lösung gefunden werden kann. Ist eine Geometrie lang und entsprechend wendig (Definition der Wendigkeit im Abschnitt 4.8, Gleichung 4.27), so kann es sein, dass die diskrete Optimierung nicht konvergiert. Zudem hat der Computer eine endliche Speicherkapazität. In diesem Abschnitt werden drei verschiedene Windowing Methoden vorgestellt und untereinander verglichen. Dazu werden die Methoden auf eine grössere GKG Geometrie sowie auf eine Treppen Geometrie angewendet (Abbildung 3.6). Zu beachten und einzuhalten sind die in Abschnitt 4.7.1 definier-

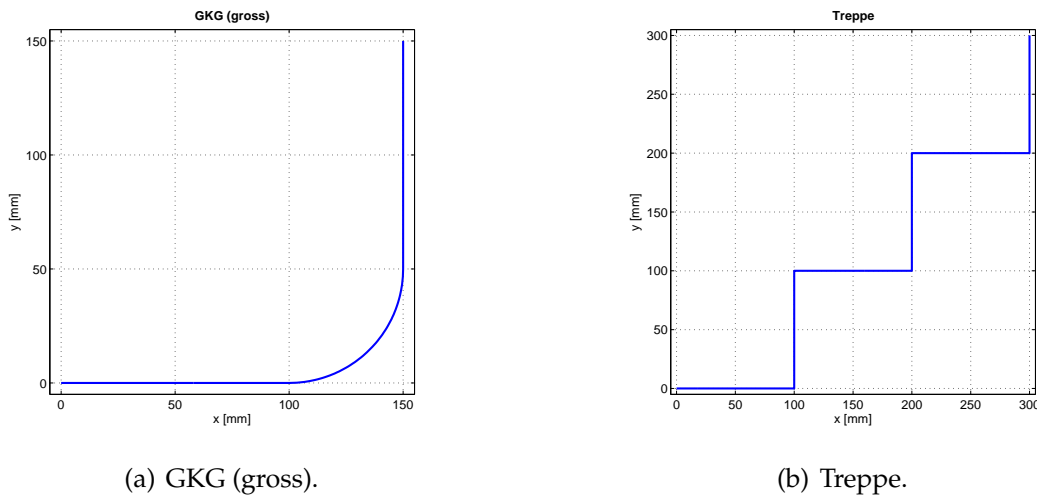


Abbildung 3.6: Testgeometrien für die Windowing Methoden.

ten Anforderungen.

Wählt man eine maximale Überlappung der Windows, so unterscheidet sich die Lösung zwischen der Optimierung am Stück und der Optimierung in Teilstücken am wenigsten. Diese Methode ist aber sehr rechenintensiv, da für jeden Punkt in der Geometrie eine Optimierung durchgeführt werden muss. Dies soll mit den in diesem Abschnitt vorgestellten Windowing Methoden verhindert werden.

Die erste Windowing Methode unterteilt die Geometrie aufgrund der Bahnlänge und optimiert die Teilgeometrien ohne Überlappung zwischen den Teilgeometrien.

Die zweite Methode arbeitet mit zwei verschiedenen grossen Fenstern.

Als dritte Methode wird die Windowing Methode aus [19] umgesetzt, welche kleine Segmente durch maximale Überlappung der Segmente und einer vordefinierten Fens-

tergröße optimiert.

3.6.1 Windowing I

Die Windowing Methode I ist die simpelste Methode. Dabei wird die gesamte Kontur in einzelne Teile unterteilt, wobei die Teile eine bestimmte Bahnlänge nicht überschreiten dürfen. Die maximal zulässige Bahnlänge wird durch den dreifachen Mittelwert aller Bahnlängen geteilt durch π bestimmt. Diese führt dazu, dass symmetrische Konturen nicht an einem suboptimalen Punkt getrennt werden (zum Beispiel bei einer Ecke) und wurde durch Erfahrungswerte der Testgeometrien bestimmt. Die Unterteilung der Gesamtkontur ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Man beginnt die Optimierung mit

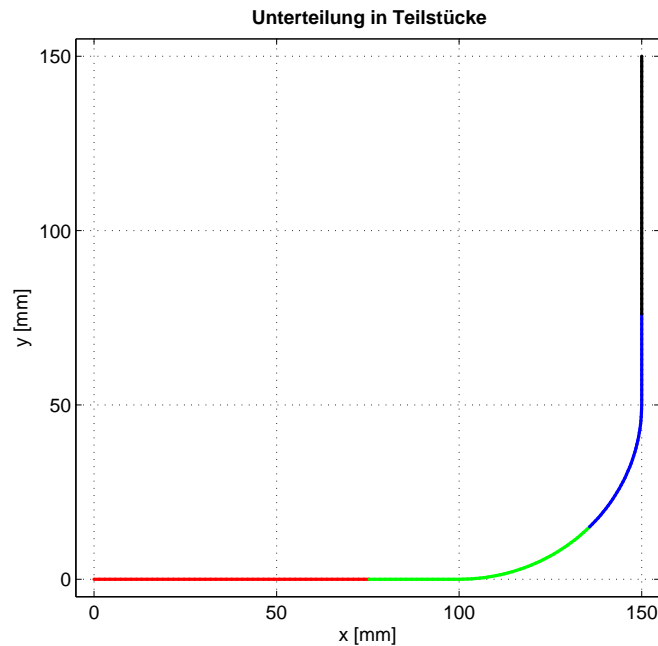


Abbildung 3.7: Unterteilung der Gesamtgeometrie in Teilstücke.

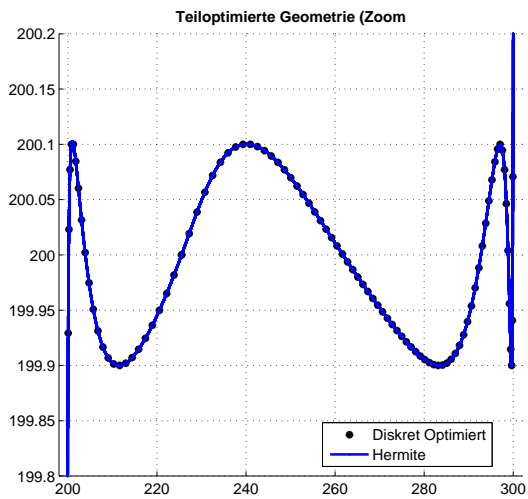
dem ersten Teilstück. Die Randbedingungen zu Beginn des Teilstücks ist bis auf die x - und y -Position offen. Als Randbedingungen des Endes gibt es verschiedene Varianten. Es wurde versucht, die Position, die 1. parametrische und die 2. parametrische Ableitung als Randbedingung zu übergeben (numerisch gerechnet). Nach einigen Versuchen wurde ersichtlich, dass das Vorgeben der 1. und 2. Ableitung zu ungünstigen Übergängen der einzelnen Teilstücke führen kann. Dies wird anhand eines Ausschnitts der Treppen Geometrie mit der Abbildung 3.8 gezeigt. Gibt man zusätzlich zur Position

noch die 1. Ableitung als Randbedingung für das Ende des Teilstücks vor, so erzeugt man dadurch einen zusätzlichen SSwingeräuf der optimierten Gerade. Auch durch die zusätzliche Vorgabe der 2. Ableitung verschlechtert sich der Verlauf. Weiterhin ergeben sich bei der Treppen Geometrie längere Bahnzeiten falls man die 1. und/oder 2. Ableitung vorgibt (Tabelle 3.1). Die Bahnzeiten ergeben sich durch Erzeugen eines Geschwindigkeitsprofils mit der VNCK. Als Interpolation wurde die Hermite Methode benutzt (Details in Abschnitt 4.5). Mehr zum Generieren des Geschwindigkeitsprofils mittels VNCK wird im Abschnitt 5.1 gezeigt. Gibt man zur Position noch die 1. Ableitung vor, so ist die Bahnzeit sogar grösser als beim Bahnsteuerbetrieb. Der Bahnsteuerbetrieb fährt die Geometrie ohne Verrundung der Geometrie exakt ab (Details zum Bahnsteuerbetrieb in Abschnitt 5.1).

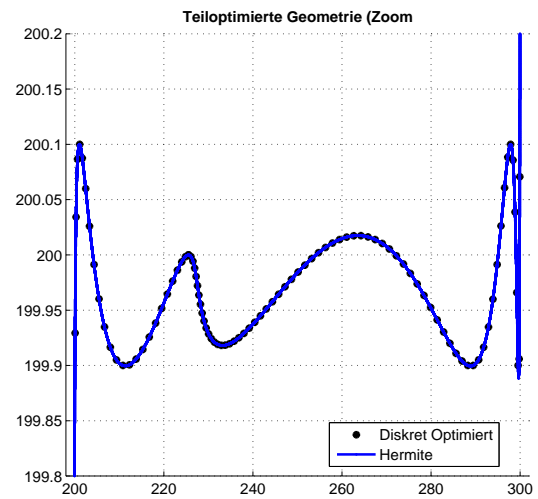
Optimierungsmethode	Bahnzeit [s]
Bahnsteuerbetrieb	1.954
Position als RB	1.882
Position, 1. Ableitung als RB	2.054
Position, 1. und 2. Ableitung als RB	1.926

Tabelle 3.1: Vergleich der Bahnzeiten der Treppen Geometrie.

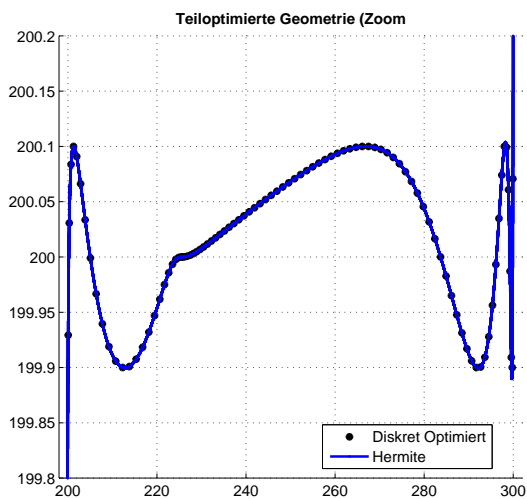
Ist das erste Teilstück optimiert, so wird das zweite Teilstück optimiert. Die Randbedingungen des Anfangs werden vom Ende des vorigen Teilstücks übernommen, damit der Übergang stetig ist. So wird die ganze Geometrie ohne eine Überlappung der Teilstücke optimiert. Das letzte Teilstück hat als Randbedingung am Ende auch wieder nur die Position.



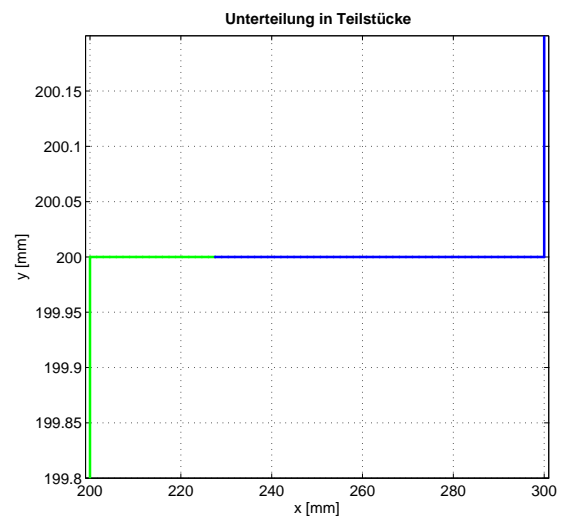
(a) Position als Randbedingung



(b) Position und 1. Ableitung als Randbedingung



(c) Position, 1. und 2. Ableitung als Randbedingung



(d) Zoom auf unterteilte Treppen Geometrie.

Abbildung 3.8: Unterschiede bei verschiedener Vorgabe der Randbedingung eines Übergangs. Zoom auf Stelle mit Übergang zwischen zwei Teilstücken der Treppen Geometrie. Als Interpolationsmethode wurde die Hermite Methode verwendet.

3.6.2 Windowing II

Diese Windowing Methode ist eine am IWF entstandene Idee von Markus Steinlin und Florian Sellmann. Dabei werden zwei Windows verwendet, ein grosses und ein kleineres. Das grosse Window hat eine durch die maximale Pfadlänge definierte Punk-

teanzahl. Die maximale Pfadlänge ist wie bei der Windowing Methode I definiert. Das kleine Window hat eine bestimmte Anzahl Punkte weniger. Zum Verhältnis zwischen grossem und kleinem Window wird später mehr gesagt. Falls beide Teiloptimierungen ähnlich sind, so wird das kleine Window als Lösung übernommen. Ist die Abweichung in Normalenrichtung beider Windows grösser als ein gewisser Wert, so wird die Lösung nur bis zu diesem Punkt, dem sogenannten Ablösepunkt übernommen. Durch diese Methode berücksichtigt man lokale Richtungsänderungen einer Geometrie. Kurz vor einer Ecke sind die beiden Windows unterschiedlicher und es werden kleinere Teiloptimierungen gemacht. Diese Methode passt die Lösung, welche durch die Teiloptimierungen übernommen werden adaptiv an. Welcher Wert optimal ist für die Bestimmung der zulässigen Abweichung beider Kurven wurde durch die Bahnzeit der Treppen Geometrie bestimmt. Wählt man für die zulässige Abweichung in Normalenrichtung einen zu hohen Wert, so wird stets das ganze kleine Window als Lösung übernommen. Wählt man die maximale Abweichung zu klein, so konvergiert die Windowing Methode nicht. Für die Treppen Geometrie hat sich ein bahnzeitliches Optimum von 0.05 mm ergeben (Tabelle 3.2). In Tabelle 3.3 sind die Bahnzeiten bei einer Variation des Verhältnisses der Anzahl Punkte vom kleinen Window zum grossen Window aufgetragen. Es ergibt sich für die Treppen Geometrie ein optimales Verhältnis von 0.785.

Zulässige Abweichung beider Windows [mm]	Bahnzeit [s]
0.03	2.058
0.04	1.91
0.05	1.91
0.06	1.91
0.07	1.914
0.08	1.926
0.09	2.006

Tabelle 3.2: Vergleich der Bahnzeiten durch Variation der zulässigen Abweichung beider Windows.

3.6.3 Windowing III

Die Idee dieser Windowing Methode stammt von Altintas und Erkormaz [19] und wird bei ihnen als Windowing Methode für die Spline Interpolation benutzt: Die Gesamtgeometrie wird in kleine Segmente unterteilt. Die Segmente haben in dieser Arbeit eine

Verhältnis der Anzahl Punkte des kleinen und grossen Window [-]	Bahnzeit [s]
0.25	2.022
$\frac{1}{3}$	1.978
0.5	1.91
$\frac{2}{3}$	1.914
0.75	1.886
0.76	1.886
0.77	1.886
0.78	1.882
0.79	1.882
0.8	1.889

Tabelle 3.3: Vergleich der Bahnzeiten durch Variation des Verhältnisses der Anzahl Punkte vom kleinen und grossen Window.

Länge von je 10 mm. Die Optimierung basiert auf einem Window mit Grösse fünf, sprich fünf Segmente mit je einer Länge von 10 mm werden optimiert. Die ersten fünf Segmente werden als Ganzes optimiert. Der rechte Rand wird nur durch die Position beschränkt. Das erste der Segmente wird dann als Lösung übernommen, das Window wird um ein Segment nach vorne geschoben. Es werden wieder die fünf kleinen Segmente als Ganzes optimiert. Dabei müssen die Randbedingungen des ersten Segments für die Optimierung am linken Rand berücksichtigt werden, damit der Übergang zwischen den Segmenten stetig ist. Altintas und Erkormaz beginnen das Windowing vom Start und vom Ende der Geometrie gleichzeitig. Wenn sich die beiden Window in der Mitte überschneiden, wird der Mittelwert der Kontrollpunkte beider Windows als Lösung übernommen.

Im Gegensatz zu dieser Methode wird die in dieser Arbeit umgesetzte Windowing Methode in der Mitte einer Geometrie gestartet. Dies hat den Grund, dass die Konvergenz in der Mitte einer Geometrie nicht immer gegeben ist. Weil bei der Windowing Methode die Ableitungen in Ausbreitungsrichtung frei lässt, kann es im finalen Schritt wegen schlechten Ableitungswerten zu keiner Konvergenz kommen, daher wird in der Mitte begonnen und zum Start sowie zum Ende der Geometrie hin teiloptimiert. Am Anfang und Ende der Kontur dürfen die Ableitungen beliebig sein, dadurch konvergiert die Windowing Methode bei jeder Testgeometrie (Abbildung 3.2 und 3.6). Die letzten fünf Segmente vor dem Start und dem Ende werden wieder am Stück optimiert und als Ganzes als Lösung übernommen. Durch diese Methode berücksichtigt man auch lokale Richtungsänderungen der Geometrie.

3.6.4 Vergleich der Windowing Methoden

Die Windowing Methoden sowie die Optimierung der gesamten Geometrie werden aufgrund der Berechnungszeit, den Geschwindigkeitsprofilen, der Bahnzeit, der maximalen Abweichung quer zur Bahn und der Maschinenanregung verglichen.

Die Berechnungszeit der beiden Windowing Testgeometrien ist in Abbildung 3.9 zu sehen. Die Windowing Methode I hat eine viel bessere Berechnungszeit. Würde man noch grössere Geometrien optimieren, so würde die Berechnungszeit der Optimierung der ganzen Geometrie im Verhältnis zu den anderen Methoden noch mehr abweichen als sie das bei der Optimierung der Treppen Geometrie macht. Die durch die VNCK

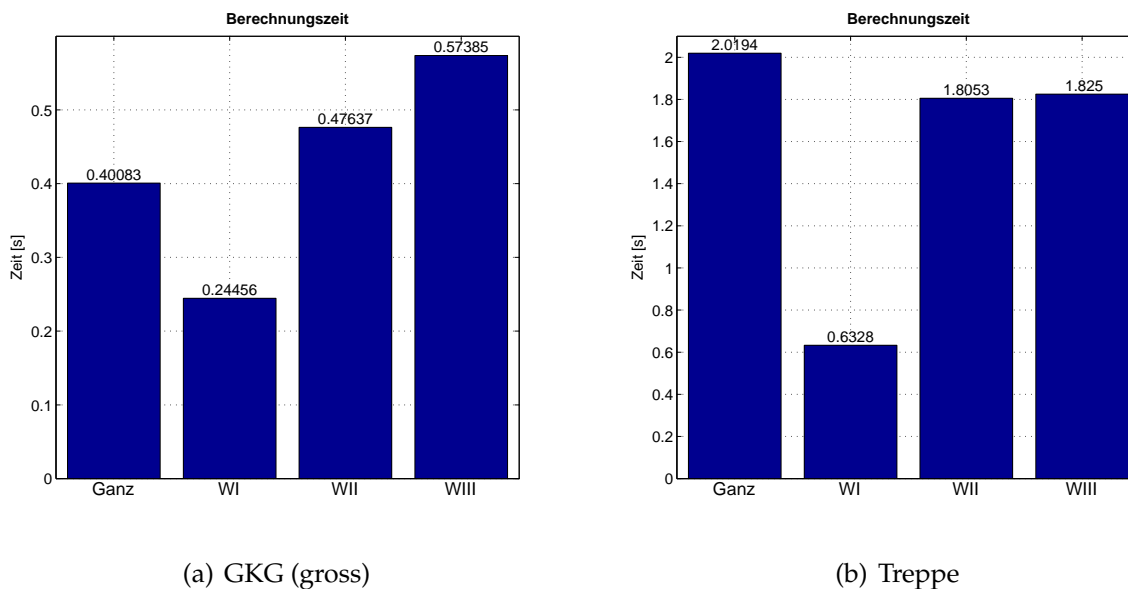
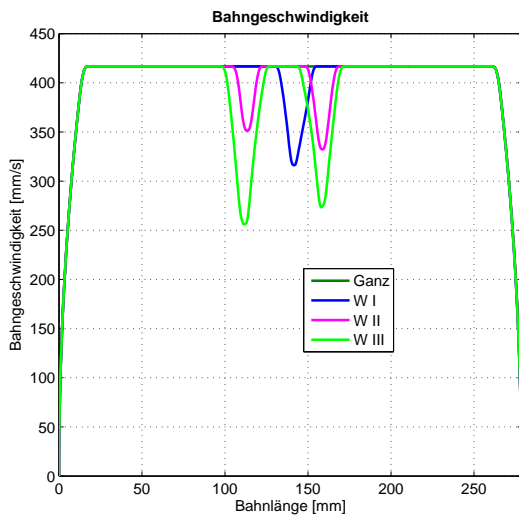


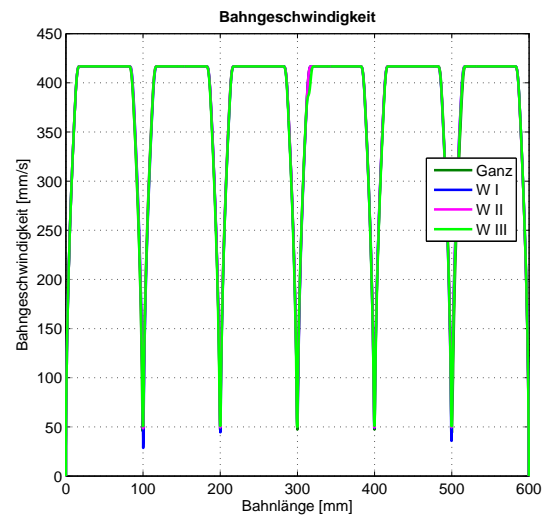
Abbildung 3.9: Vergleich der Berechnungszeiten.

generierten Geschwindigkeitsprofile sind in Abbildung 3.10 dargestellt. Die Geschwindigkeitsprofile der grossen GKG Geometrie sehen nicht optimal aus. Es gibt Geschwindigkeitseinbrüche, welche aber nicht durch Unstetigkeiten der optimierten Geometrie hervorgerufen werden. Die VNCK generiert nicht optimale Geschwindigkeitsprofile. Trotz den Geschwindigkeitseinbrüchen sind die Bahnzeiten aller Methoden ähnlich.

Die maximale Abweichung der Methoden wurde durch ein vereinfachtes 2-Masse-Schwinger Modell jeder Achse unter Berücksichtigung von In- und Crosstalk bestimmt. Mehr zum Modell und zur Simulation ist Abschnitt 5.2 zu entnehmen. Abbildung 3.11 zeigt den Verlauf der Abweichung quer zur Bahn. Die Windowing Methode I hat bei der Treppen Geometrie die grössten Abweichungen. Diese treten bei den Ecken auf und kommen daher, dass die Methode lokale Richtungsänderungen der Geometrie nicht be-



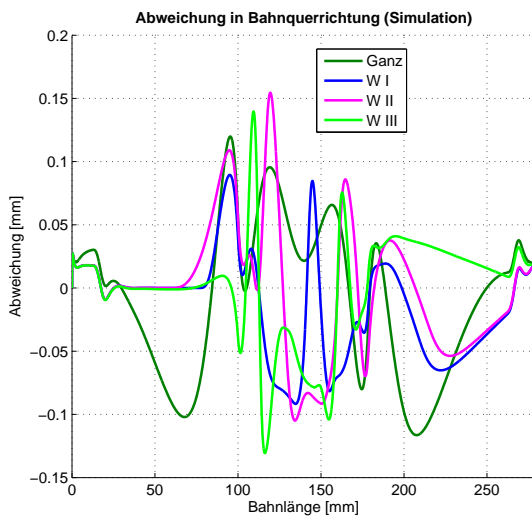
(a) GKG (gross)



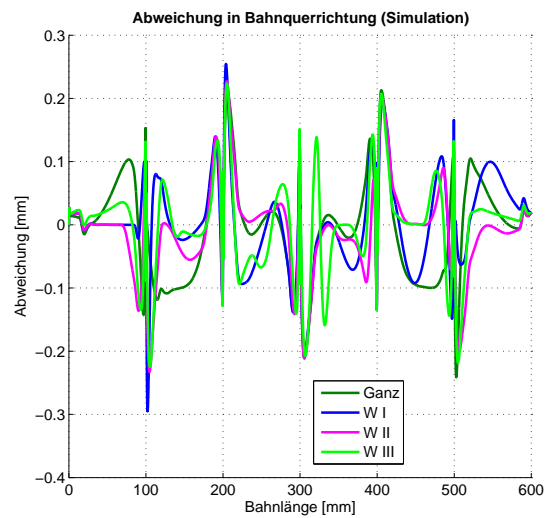
(b) Treppe

Abbildung 3.10: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile.

rücksichtigen. Bei der glatteren Geometrie GKG (gross) hat die Windowing Methode I die kleinste maximale Abweichung.



(a) GKG (gross)



(b) Treppe

Abbildung 3.11: Vergleich der Abweichung in Bahnquerrichtung.

Die Maschinenanregung wird in dieser Arbeit als Differenz der Abweichung in Bahnquerrichtung der Simulation/Messung und der Abweichung in Bahnquerrichtung der

Sollgrößen definiert. Durch diese Definition der Maschinenanregung wird berücksichtigt, dass die Sollbahnen der optimierten Methoden schon von der Originalgeometrie abweichen. Wie man in Abbildung 3.12 sehen kann, ist die Maschinenanregung der Windowing Methode III am geringsten. Gesamthaft eignet sich die Methode III am bes-

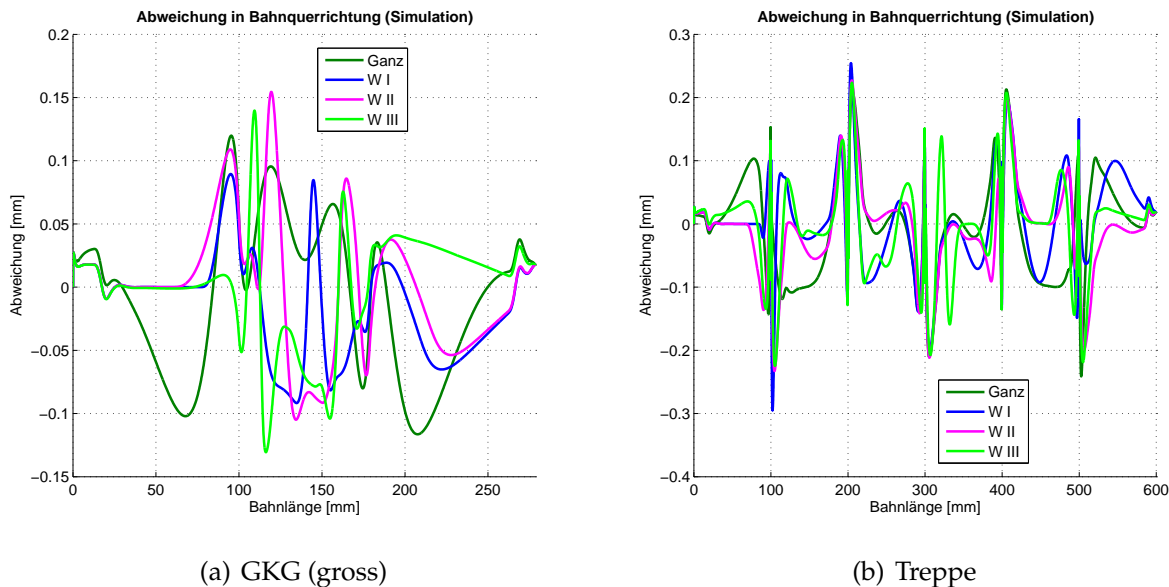


Abbildung 3.12: Vergleich der Maschinenanregung.

ten als Windowing Methode, weil sie die kleinste Maschinenanregung und die kleinste maximale Abweichung in Bahnquerrichtung hat. Zudem ist die Bahnzeit ähnlich wie bei den anderen Methoden. Die Berechnungszeit ist höher als bei anderen Methoden, diese ist aber nicht so wichtig wie die Maschinenanregung und die maximale Abweichung.

3.7 Gewichtung der Ableitungen

Die Gewichtungen der Ableitungen in der Gütefunktion des QP-Problems werden in diesem Abschnitt genauer betrachtet. In Tabelle 3.4 sind die verschiedenen Gewichtungen, welche untersucht wurden zu sehen. Die diskret optimierten Punkte werden in diesem Abschnitt nur durch die gewichtete B-Spline Methode repräsentiert, da diese bis zum Grad 4 stetig ist. Zu erwähnen ist, dass trotz Beschränkung der Stetigkeit der Hermite Methode auf Grad zwei, die Kurven sehr ähnlich sind. Die Unterschiede bei den Geschwindigkeitsprofilen ist zwischen den verschiedenen Gewichtungen sehr klein. Die Varianten 9 und 10, welche eine Stetigkeit bis zum Grad 4 aufweisen,

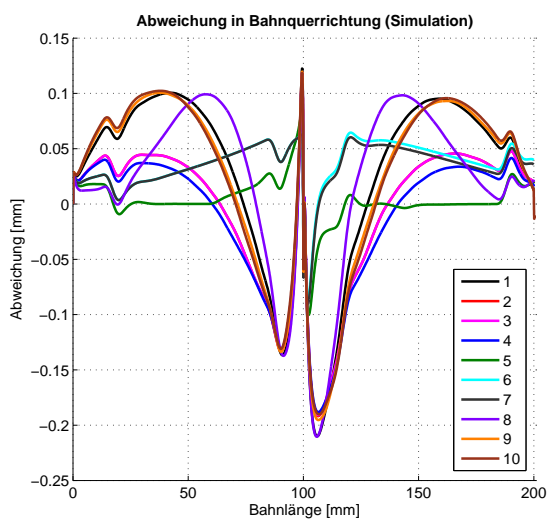
haben einen leicht besseren Geschwindigkeitsverlauf durch geringeres Abbremsen an den Übergängen und dadurch eine leicht verringerte Bahnzeit.

Variante	Gewichtung $[x \ x' \ x'' \ x''' \ x''']$
1	$[0 \ 10^{-2} \ 10^{-4} \ 10^{-6}]$
2	$[0 \ 1 \ 1 \ 1]$
3	$[0 \ 0 \ 1 \ 1]$
4	$[0 \ 0 \ 0 \ 1]$
5	$[0 \ 10^{-2} \ 10^{-4}]$
6	$[0 \ 1 \ 1]$
7	$[0 \ 0 \ 1]$
8	$[0 \ 10^{-2} \ 10^{-4} \ 10^{-6} \ 10^{-8}]$
9	$[0 \ 10^{-1} \ 10^{-2} \ 10^{-3} \ 10^{-4}]$
10	$[0 \ 0 \ 0 \ 10^{-4}]$

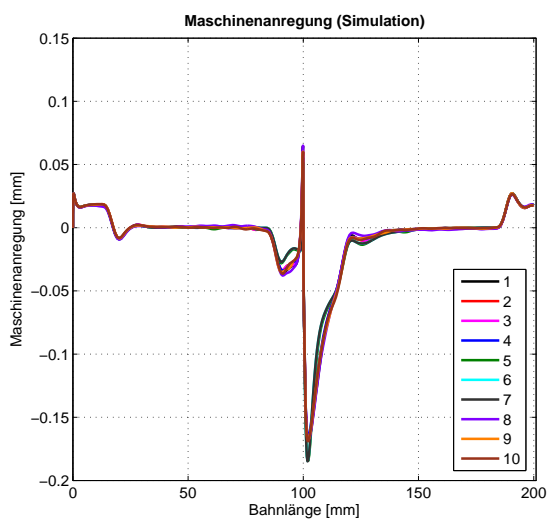
Tabelle 3.4: Verschiedene Gewichtungen. Variante 1-4: Stetigkeit der diskreten Punkte bis Grad 3, Variante 5-7: Stetigkeit der diskreten Punkte bis Grad 2 und Variante 8-10: Stetigkeit der diskreten Punkte bis Grad 4.

Wichtigere Kriterien sind die Abweichung in Bahnquerrichtung sowie die Maschinenanregung. Diese werden mittels Simulation verglichen um Einflüsse der Gewichtung auf die Abweichung in Bahnquerrichtung und auf die Maschinenanregung zu sehen. In Abbildung 3.13 ist der Verlauf der Bahnabweichung sowie die Maschinenanregung der 90° Ecke abgebildet. In Abbildung 3.15 ist deutlich zu sehen, dass die Varianten 5-7, welche nur bis zum Grad 2 stetig sind, eine markant geringere maximale Abweichung in Bahnquerrichtung aufweisen. Jedoch ist die Maschinenanregung dieser Varianten grösser. Diese Effekte werden im Abschnitt 5.4.1 durch Maschinenmessungen überprüft. Dasselbe Verhalten der Gewichtungen sieht man in Abbildung 3.14 bei der GKG Geometrie.

Die Eigenschaften der einzelnen Gewichtungen sind in Tabelle 3.5 und 3.6 zusammengefasst. Durch die Simulation der beiden Testgeometrien konnten folgende Eigenschaften festgestellt werden. Die Maschinenanregung verhält sich bei beiden Geometrien gleich. Die Varianten 1, 5 und 8 haben die geringste Maschinenanregung. Die maximale Abweichung ist abhängig von der Geometrie, es kann kein Vorteil einer Variante bezüglich maximaler Abweichung in Bahnquerrichtung gefunden werden. Die maximale Abweichung kann man durch verringern der zulässigen Toleranz leicht beeinflussen. Mittels Messungen werden diese Eigenschaften im Abschnitt 5.4.1 untersucht. Es werden nur Variante 1, 4, 5, 7, 8 und 10 auf der Maschine gemessen.

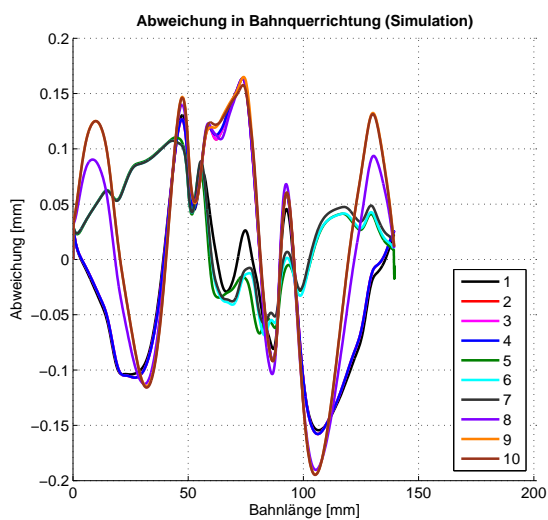


(a) Abweichung in Bahnquerrichtung

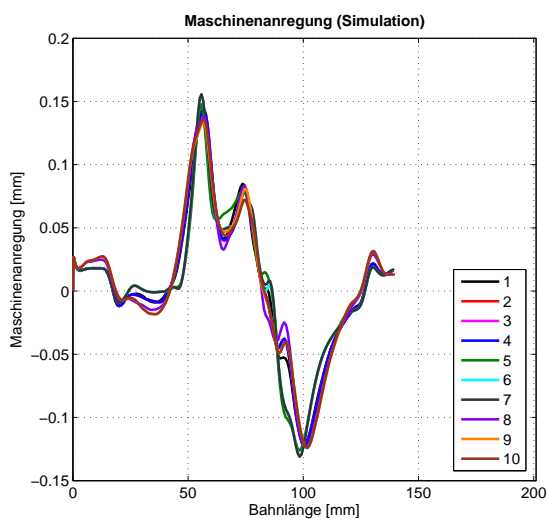


(b) Maschinenanregung

Abbildung 3.13: Vergleich der verschiedenen Gewichtungen. 90° Ecke.



(a) Abweichung in Bahnquerrichtung



(b) Maschinenanregung

Abbildung 3.14: Vergleich der verschiedenen Gewichtungen. GKG Geometrie.

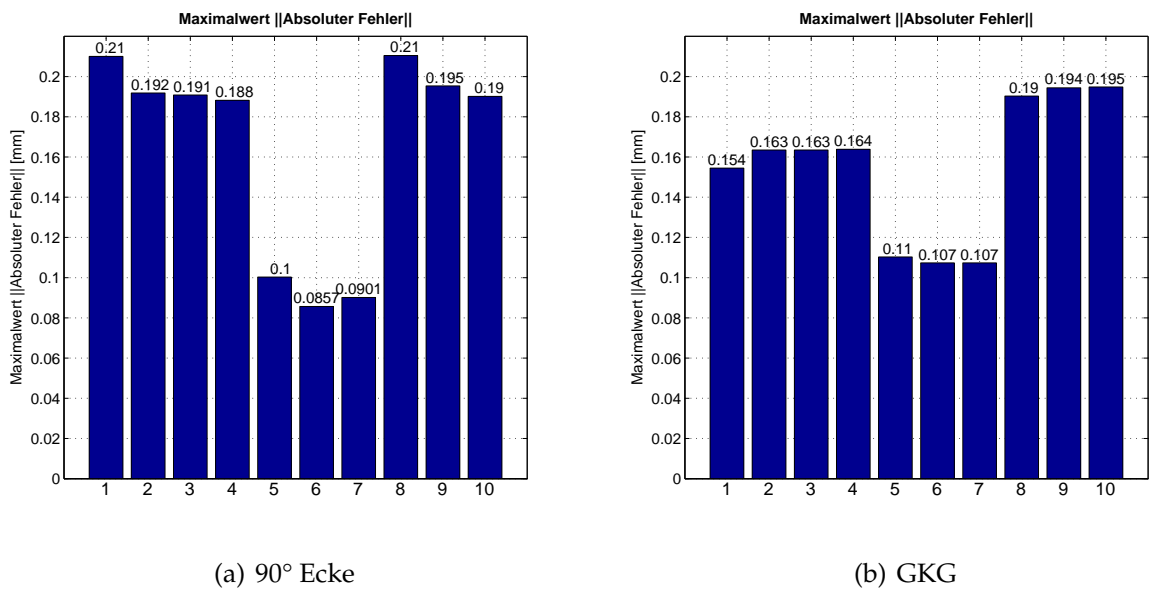


Abbildung 3.15: Maximale Abweichung in Bahnquerrichtung.

Grad der Stetigkeit	Abweichung in Bahnquerrichtung	Maschinenanregung
2	5, 6, 7	6, 7, 5
3	1, 2, 3, 4	4, 3, 2, 1
4	8, 9, 10	10, 9, 8

Tabelle 3.5: Vergleich der Gewichtungen in Abhängigkeit der Abweichung in Bahnquerrichtung und der Maschinenanregung anhand der 90° Ecke in ansteigender Reihenfolge.

Grad der Stetigkeit	Abweichung in Bahnquerrichtung	Maschinenanregung
2	5, 6, 7	6+7, 5
3	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4
4	8, 9, 10	8, 9, 10

Tabelle 3.6: Vergleich der Gewichtungen in Abhängigkeit der Abweichung in Bahnquerrichtung und der Maschinenanregung anhand der GKG Geometrie in ansteigender Reihenfolge.

Kapitel 4

Interpolationsmethoden

Wie im Kapitel 2 bereits erwähnt, gibt es verschiedene Methoden um die Geometrie bezüglich unstetiger Stellen zu optimieren. Ein Ansatz zur diskreten Geometrieoptimierung ist in Kapitel 3 beschrieben worden. Ziel ist nun, diese diskreten Punkte durch eine kontinuierliche Funktion zu repräsentieren, um sie an die Steuerung übergeben zu können.

Es wurde eine Polynom Interpolation, eine Polynom Interpolation mit Randbedingungen und eine B-Spline Interpolation umgesetzt. Diese werden in den folgenden Abschnitten erläutert und anschliessend hinsichtlich ihrer Umsetzbarkeit, Rechenzeit, Zuverlässigkeit und Genauigkeit verglichen und bewertet.

4.1 Parametrische und Geometrische Stetigkeit

Mit parametrischer Stetigkeit (C-Stetigkeit) ist die Differenzierbarkeit der Funktion nach dem Bahnparameter s gemeint. Eine C^n -stetige Funktion ist nach Definition n -mal stetig nach dem Bahnparameter s differenzierbar [10]. Zwischen zwei NC-Blöcken r_i und r_{i+1} , die C^n -stetig sein sollen, muss

$$\frac{d^k}{ds^k} r_i(s)|_{s=1} = \frac{d^k}{ds^k} r_{i+1}(s)|_{s=0}, \quad k = 0, \dots, n \quad (4.2)$$

gelten. Um keine Sprünge zwischen den verschiedenen NC-Blöcken zu haben, ist die geringste Anforderung die C^0 -Stetigkeit.

Als geometrische Stetigkeit (G-Stetigkeit) wird die Stetigkeit der Kurvengeometrie be-

zeichnet. Eine wichtige Anforderung der parametrischen Kurve ist, dass diese innerhalb des definierten Intervalls I regulär sind, das heißt es muss

$$\frac{d}{ds}r(s) \neq \underline{0}, \quad s \in I \quad (4.3)$$

gelten. Weiter ist zu beachten, dass die parametrische Kurve die Bedingung 4.4 beim Übergang erfüllt.

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{d^n r_{i+1}(s)}{ds^n} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{d^n r_i(s)}{ds^n} \quad (4.4)$$

Eine Kurve ist an der Stelle a G^1 -stetig, falls die Richtung der Tangente an der Stelle a G^0 -stetig ist:

$$\lim_{s \rightarrow a-0} r'(s) = \alpha \lim_{s \rightarrow a+0} r'(s), \quad \alpha \in \mathbb{R}, \alpha < 0. \quad (4.5)$$

Eine Kurve ist an der Stelle a G^2 -stetig, falls sie G^1 -stetig ist und der Krümmungsvektor an der Stelle a G^0 -stetig ist:

$$\lim_{s \rightarrow a-0} -K(s)e_n(s) = \alpha \lim_{s \rightarrow a+0} -K(s)e_n(s). \quad (4.6)$$

$e_n(s)$ ist die Normale zum Tangentenvektor $e_t(s) = r'(s)$. In Abbildung 4.1 sind zwei einfache Geometrien gezeigt. Jedoch beinhalten diese geometrische Unstetigkeiten vom Grad 1 (90° Ecke) respektive vom Grad 2 (GKG Geometrie).

4.2 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate (englisch: Method of Least Squares, kurz LSQ) minimiert die Summe der quadratischen Fehler eines Modells zu den vorgegebenen Datenpunkten. Hat man ein System (Modell)

$$y(x) = f(x, a), \quad a \in \mathbb{R}^m, \quad x, y \in \mathbb{R}^n \quad \text{und } m < n, \quad (4.7)$$

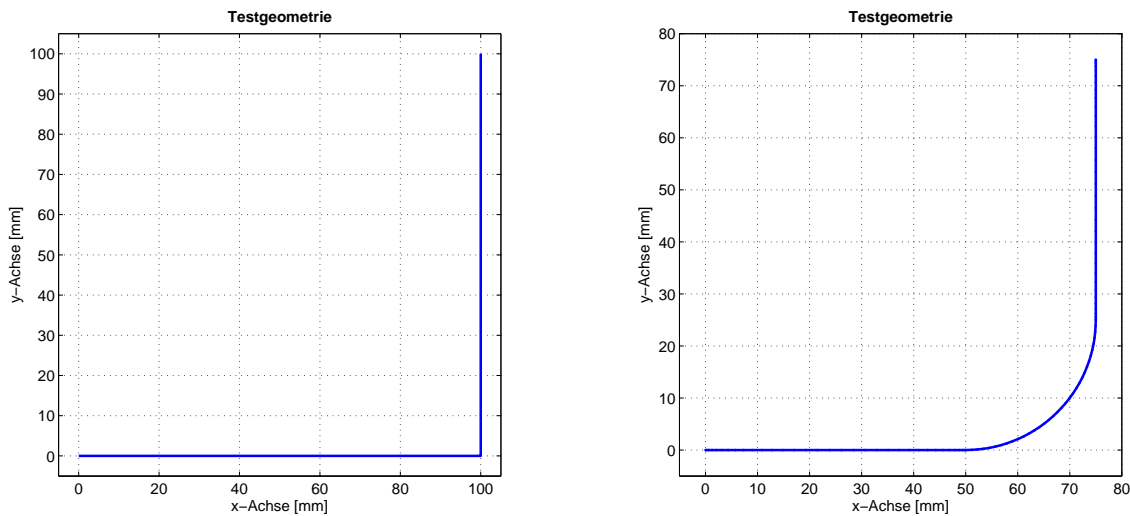
so minimiert LSQ den quadratischen Fehler

$$\|f(x, a) - y(x)\|^2 \quad (4.8)$$

des Modells und der vorgegebenen Werte durch Berechnen der optimalen Systemparameter a . Ist das Ausgleichsproblem linear,

$$y(x) = Ka, \quad a \in \mathbb{R}^m \quad K \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad y \in \mathbb{R}^n \quad \text{und } m < n, \quad (4.9)$$

so kann es mit der Matlab-Funktion `lsqin(K,y)` gelöst werden.



(a) 90° Ecke. G^0 -stetig, jedoch nicht G^1 -stetig. (b) GKG Geometrie. G^1 -stetig, jedoch nicht G^2 -stetig.

Abbildung 4.1: Unstetige Geometrien

4.3 Polynom Interpolation

Ein bekannter Ansatz für das Interpolieren einer Kurve ist die Polynom Interpolation. Dabei werden die vorgegebenen Punkte $(s_1, \dots, s_n, y_1, \dots, y_n)$ durch ein Polynom gegebenen Grades, einfachheitshalber vom Grad vier, interpoliert. Das Polynom vom Grad 4 mit n verschiedenen Stützstellen

$$f(s) = as^4 + bs^3 + cs^2 + ds + e \quad (4.10)$$

wird in Matrixform zu

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1^4 & s_1^3 & s_1^2 & s_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_n^4 & s_n^3 & s_n^2 & s_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Die Koeffizienten a , b , c , d und e werden durch die Methode der kleinsten Quadrate (Abschnitt 4.2) bestimmt.

Problematisch ist, dass man keine Kontrolle hat, wie die Kurve die vorgegebenen Punkte durchläuft. Vor allem bei Polynomen höheren Grades kann es zu Oszillationen kommen. Das gefundene Polynom interpoliert die Stützstellen sehr gut, man hat aber keine

garantierte G^2 - bzw. C^2 -Stetigkeit zwischen den einzelnen Segmenten. Eine Lösung dieses Problems ist in [20] beschrieben. Es werden an den Stützstellen verschieden starke Bedingungen (Ableitungen) gefordert, um eine gewisse Stetigkeit zu erhalten.

Ein kubischer Ansatz hat meist ein diskontinuierliches Beschleunigungsprofil (lineare Kurven der Beschleunigung führen bei den Übergängen zu diskontinuierlichem Gesamtverlauf), deshalb ist ein Polynom höherer Ordnung gefragt. Will man zum Beispiel auch eine kontinuierliche Beschleunigung erreichen, so muss man ein Polynom 5. Ordnung ansetzen mit jeweils drei Randbedingungen (Positions-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungsbedingung). Letzteres wird in Abschnitt 4.5 umgesetzt und als Hermite Interpolation bezeichnet. Will man keine ruckartigen Geschwindigkeitsänderungen haben, so muss man ein Polynom 7. Ordnung ansetzen und pro Punkt jeweils die vorherigen Randbedingungen sowie die Ruckbedingungen vorgeben.

4.4 Polynom Interpolation mit Randbedingungen

Die optimierten Geometriedaten inklusive den Ableitungen bis zu einem gewünschten Grad sind diskret vorhanden. Um die Stetigkeitsanforderungen erfüllen zu können, müssen die Stetigkeitsbedingungen an den einzelnen Stützpunkten übereinstimmen. Die Koeffizienten des Polynoms werden mittels LSQ bestimmt. Es wird einfachheitshalber ein Polynom 4. Grades angesetzt. Die Geometriedaten des y -Achsenverlaufs werden über den Bahnparameter s parametrisiert. Mit dem Polynom

$$f(s) = a + bs + cs^2 + ds^3 + es^4 \quad (4.12)$$

ergibt sich für jeden Punkt der Geometrie folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} a + bs + cs^2 + ds^3 + es^4 &= y(s) \\ b + 2cs + 3ds^2 + 4es^3 &= \dot{y}(s) \\ 2c + 6ds + 12es^2 &= \ddot{y}(s) \\ 6d + 24es &= y^{(3)}(s) \\ 24e &= y^{(4)}(s) \end{aligned} \quad (4.13)$$

In Kurzform ist das Gleichungssystem 4.13 gegeben durch

$$y = K \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

wobei

$$K = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

und

$$K_i = \begin{pmatrix} 1 & s_i & s_i^2 & s_i^3 & s_i^4 \\ 0 & 1 & 2s_i & 3s_i^2 & 4s_i^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6s_i & 12s_i^2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24s_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}, \quad y_i = \begin{pmatrix} y(s_i) \\ \dot{y}(s_i) \\ \ddot{y}(s_i) \\ y^{(3)}(s_i) \\ y^{(4)}(s_i) \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.16)$$

Nun wird das angesetzte Polynom 4.12 mittels LSQ durch die Punkte mit Hilfe der Matlab-Funktion *lsqlin* angepasst.

4.5 Hermite Interpolation

Um die G- und C-Stetigkeit zu gewährleisten, benutzt man, wie in Abschnitt 4.3 bereits erwähnt, bei der Polynom Interpolation neben den Funktionswerten auch die Ableitungswerte. Als Spezialfall der Polynom Interpolation mit Randbedingungen gilt die Hermite Interpolation, welche eine explizite Lösung des Ansatzpolynoms bedingt. Nachfolgender Abschnitt beruht auf [21]. Es wird ein Polynom vom Grad $\leq m$ angesetzt.

$$p_m(s) = a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m, \quad a_i \in \mathbb{R} \quad (4.17)$$

Es ergibt sich ein System von Bedingungen für jeden Stützpunkt s_i

$$p_m(s_i) = f(s_i), \quad p'_m(s_i) = f'(s_i), \quad \dots \quad p_m^{a_i-1}(s_i) = f^{a_i-1}(s_i) . \quad (4.18)$$

m ist gegeben durch

$$m = -1 + \sum_{i=0}^n \alpha_i, \quad \text{wobei} \quad (4.19)$$

$n = \text{Anzahl Stützstellen}, \quad \alpha_i = \text{Vielfachheit: Grad maximaler Ableitung}+1.$

An jedem Stützpunkt werden die Funktionswerte und auch die Ableitungswerte beliebigen Grades zugeordnet. Je mehr Stützpunkte und je mehr Ableitungen gegeben

sind, desto höher wird der Grad des Hermite Polynoms (Gleichung 4.19). Das Hermite Polynom ist gegeben durch

$$H_m(s) = f(s_0) + \sum_{j=1}^m f[s_j, s_{j-1}, \dots, s_0](s - s_0)(s - s_1) \dots (s - s_{j-1}), \quad (4.20)$$

wobei $f[s_j, s_{j-1}, \dots, s_0]$ für die Schreibweise der "Dividierten Differenzen" steht. Anstatt das Hermite Polynom mit Dividierten Differenzen herzuleiten, kann man ein Polynom der Ordnung m ansetzen, welches durch Erfüllen der Ableitungsbedingungen für jedes Punktepaar $(i, i + 1)$ das Gleichungssystem 4.21 ergibt.

$$\begin{array}{rcccccl} a + & bs_i + & cs_i^2 + & ds_i^3 + & es_i^4 & = & y_i(s) \\ & b + & 2cs_i + & 3ds_i^2 + & 4es_i^3 & = & \dot{y}_i(s) \\ & & 2c + & 6ds_i + & 12es_i^2 & = & \ddot{y}_i(s) \\ a + & bs_{i+1} + & cs_{i+1}^2 + & ds_{i+1}^3 + & es_{i+1}^4 & = & y_{i+1}(s) \\ & b + & 2cs_{i+1} + & 3ds_{i+1}^2 + & 4es_{i+1}^3 & = & \dot{y}_{i+1}(s) \\ & & 2c + & 6ds_{i+1} + & 12es_{i+1}^2 & = & \ddot{y}_{i+1}(s) \end{array} \quad (4.21)$$

4.6 B-Spline Interpolation

Der folgende Abschnitt beruht auf [22]. Splines benutzen stückweise Polynome, welche einen kontinuierlichen Übergang haben. Im Gegensatz zur Polynom Interpolation, neigen Splines nicht zum mathematischen Überspringen. Splines sind gegeben durch

$$f(s) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(s)P_i, \quad s \in [0, 1]. \quad (4.22)$$

P_i sind die Kontrollpunkte und $N_{i,p}$ sind stückweise Polynomfunktionen (Basisfunktionen) mit Grad p . B-Spline Basisfunktionen werden rekursiv gebildet durch

$$\begin{aligned} N_{i,0}(s) &= \begin{cases} 1, & \text{wenn } s_i \leq s < s_{i+1} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \\ N_{i,p}(s) &= \frac{s - s_i}{s_{i+p} - s_i} N_{i,p-1}(s) + \frac{s_{i+p+1} - s}{s_{i+p+1} - s_{i+1}} N_{i+1,p-1}(s). \end{aligned} \quad (4.23)$$

$p > 1$ ist der Grad der Basisfunktion und $U = (s_0, \dots, s_m)$ der Knotenvektor, welcher eine $p + 1$ -fache Belegung des ersten und letzten Knotens hat ("eingespannte Kurve").

Zu einem gegebenen Knotenvektor und Bahnparameter s werden die Basisfunktionen und deren parametrische Ableitungen berechnet. Durch LSQ (Abschnitt 4.2) werden die Kontrollpunkte bestimmt, wobei

$$y(s) = [f(s) \quad f'(s) \quad \dots \quad f^m(s)]^T \quad (4.24)$$

$$K = \left[\sum_{i=0}^n N_{i,p}(s) \quad \sum_{i=0}^n N'_{i,p}(s) \quad \dots \quad \sum_{i=0}^n N_{i,p}^m(s) \right]^T, \quad (4.25)$$

mit m als Anzahl stetiger Ableitungen. Im Gegensatz zur Methode von Park und Lee [23] werden bei der LSQ Lösung auch die Ableitungen miteinbezogen.

4.7 Vergleich der Interpolationsmethoden

4.7.1 Anforderungen

Die Anforderungen an die Interpolationsmethode sind in absteigender Wichtigkeit:

- **C- und G-Stetigkeit:** Ist die Interpolationsmethode so umsetzbar, dass die gewünschte Stetigkeit erreicht wird? Mindestanforderung ist C^2 - und G^2 -Stetigkeit.
- **Geometrieunabhängigkeit:** Gibt es Einschränkungen bezüglich der Geometrien? Ist die Interpolationsmethode zuverlässig?
- **Genauigkeit:** Wie genau interpoliert die Methode die geometrieoptimierten Punkte?
- **Rechenzeit:** Wie lange braucht die Methode für die Interpolation?

4.7.2 Definition des absoluten Fehlers

Zur Überprüfung der Genauigkeit einer Interpolationsmethode wird der absolute Fehler eingeführt. Dieser bildet sich aus der Summe des Absolutwertes der Differenz zwischen jedem diskreten Punkt i und dem Funktionswert der interpolierten Funktion an diesem Punkt (Gleichung 4.26). In Abbildung 4.2 wird die Berechnung des absoluten x-Fehlers visuell dargestellt. Wird vom absoluten xy-Fehler gesprochen, so ist die Summe

des absoluten x-Fehlers und des absoluten y-Fehlers gemeint.

$$\sum_i^n \|x_{opt}(s_i) - x_{int}(s_i)\|, \quad n: \text{Anzahl diskrete Punkte} \quad (4.26)$$

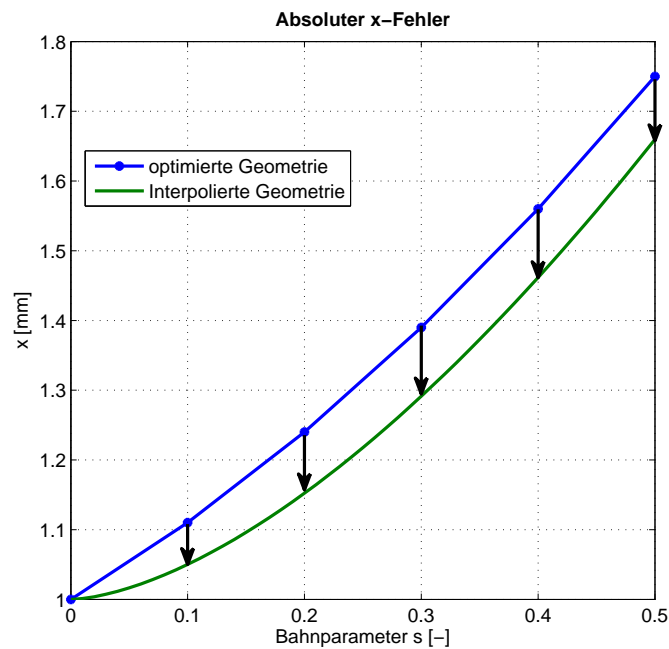


Abbildung 4.2: Berechnung des absoluten x-Fehlers.

4.7.3 Bewertung der Methoden

Um die verschiedenen Methoden vergleichen zu können, wurden die Interpolationsmethoden an der in Abbildung 4.3 gezeigten Beispielgeometrie angewendet. Aufgrund der Polynomgradlimitierung [7] der Steuerung Sinumerik 840D, bei der nur Polynome bis maximal 5. Grades zugelassen werden, werden die Polynome in dieser Arbeit auch auf den Grad fünf beschränkt. Aus der Geometrieoptimierung in Abschnitt 3 erhält man die optimierten Punkte, welche bis zu einem gewünschten Grad stetig sind. Um die Interpolationsmethoden zu vergleichen, wird ein geometrieoptimaler Datensatz der Kontur in Abbildung 4.3 generiert, welcher bis zur 3. Ableitung stetig ist.

Die Geometrie sowie auch die optimierte Geometrie werden durch jeweils 170 Punkte repräsentiert. Die optimierten Punkte und deren Ableitungen bis zum Grad drei werden den Interpolationsmethoden übergeben.

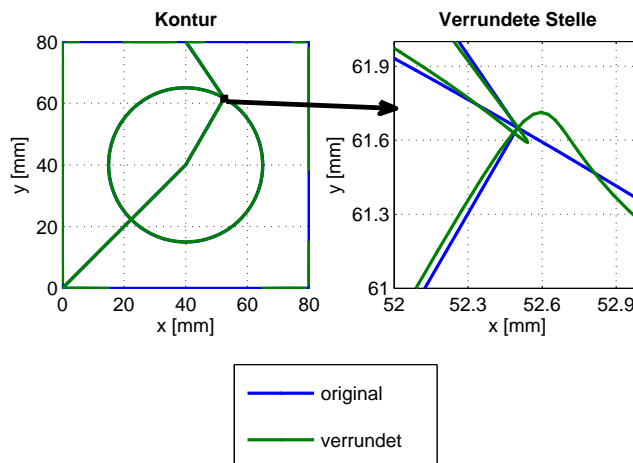


Abbildung 4.3: Originale und optimal verrundete Geometrie.

4.7.3.1 Polynom Interpolation

Für die Polynom Interpolation wurde die Matlab Funktion *polyfit* verwendet, welche als Eingangsgrößen nur die Position (x, y) benötigt. *Polyfit* interpoliert die Punkte nach der LSQ Methode für ein Polynom gewünschten Grades. Weil man den parametrischen x-Achsenverlauf $x(s)$ der Geometrie mit einem Polynom nicht genügend genau interpolieren kann, muss dieser in einzelnen Teilen interpoliert werden. Diese stückweise Interpolation führt zu Unstetigkeiten bei den Übergängen. Abhilfe gilt es, wie in Abschnitt 4.3 erwähnt, durch Bedingungen an den Übergängen zu verschaffen.

Da die Polynom Interpolation die Anforderungen der Stetigkeit nicht erfüllt, ist diese Methode schlussendlich nicht umsetzbar.

4.7.3.2 Polynom Interpolation mit Randbedingungen

Die im Abschnitt 4.4 beschriebene LSQ Methode wird mit einem Polynom 5. Grades implementiert. Ziel ist es, die Unstetigkeiten durch die Vorgabe der Ableitungen zu umgehen. Interpoliert man ein Polynom jeweils zwischen zwei vorgegebenen Punkten (Schrittweite eins), so ist der Fehler durch die Interpolation relativ gering. Durch die gewichtete LSQ-Variante kann man den Fehler noch weiter verringern. Weil es sich um ein überbestimmtes Gleichungssystem handelt, wird die Lösung ausgewählt, die den

kleinsten quadratischen Fehler hat. Diese Überbestimmtheit führt zu Unstetigkeiten bei den Übergängen, was man in Abbildung 4.4 sieht. Auch wenn diese Unstetigkeiten sehr gering sind, so gilt die Methode Polynom Interpolation mit Randbedingungen als eine nicht umsetzbare Variante. Das Problem der Unstetigkeit kann nicht umgangen werden.

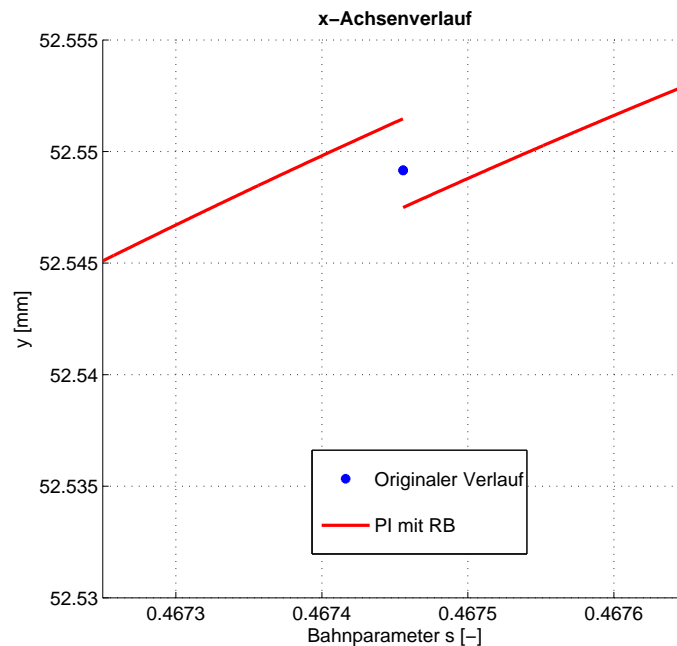


Abbildung 4.4: Unstetigkeit der Übergänge des x-Achsenverlaufs der Polynom Interpolation mit Randbedingungen.

4.7.3.3 Hermite Interpolation

Hinsichtlich der Polynomgradlimitierung auf Grad fünf, werden der Hermite Interpolation an zwei Punkten je drei Randbedingungen (Funktionswert und 1. sowie 2. Ableitung) übergeben, was zu einem Polynom 5. Grades führt (Gleichung 4.19). Die Hermite Interpolation mit diesen drei Randbedingungen garantiert eine glatte Funktion und ist per Definition C^2 -stetig. Die Anzahl der Stützstellen darf zwei nicht überschreiten, weil sich sonst der Grad des Polynoms vergrößern würde. Ein Nachteil gegenüber der B-Spline-Methode (Abschnitt 4.6) ist, dass wir maximal C^2 - sowie G^2 -Stetigkeit garantieren können. Durch diese Vernachlässigung der höheren Ableitungen, bekommt man Unstetigkeiten, wie man sie bei der 3. parametrischen Ableitung in Abbildung 4.5 sehen kann.

Interpoliert man zwischen jedem Punktepaar der Testkontur (Abbildung 4.3) ein Poly-

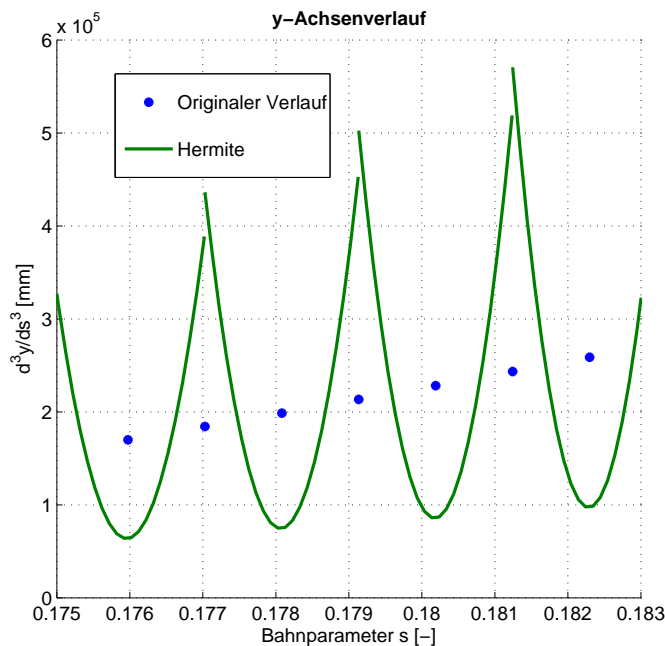


Abbildung 4.5: Unstetigkeit der Übergänge des y-Achsenverlaufs der 3. Ableitung, Hermite Interpolation.

nom, so bekommt man 849 Polynome (850 diskrete Punkte). Will man eine Reduktion der Anzahl Polynome, so kann man zum Beispiel die Schrittweite erhöhen und nicht mehr alle Stützstellen bei der Interpolation berücksichtigen. Eine genauere Analyse der Schrittweite wird in Abschnitt 4.8 diskutiert.

4.7.3.4 B-Spline Interpolation

Die B-Spline Basisfunktionen werden, wegen der Polynomgradlimitierung, auf den Grad $p = 5$ beschränkt. Wegen dem Größenordnungsunterschied zwischen den Funktionswerten und den zugehörigen Ableitungen, ist es wichtig, vor dem Lösen des Gleichungssystems (vergleiche Gleichung 4.9) die Gleichungen zeilenweise zu normieren. Weiter ist zu beachten, dass die Matrizen im LSQ Problem ziemlich gross werden, aber nur dünn belegt sind. Die Matrix K der Gleichung 4.25 hat die Dimension $\mathbb{R}^{m \times n}$, was bei der Beispielgeometrie mit 170 Punkten $K \in \mathbb{R}^{680 \times 170}$ bedeutet. Deshalb macht es Sinn, die Matrizen dem Ausgleichsalgorithmus als *sparse*-Matrizen zu übergeben, was die Lösungsfindung extrem beschleunigt. In Tabelle 4.1 sieht man den Unterschied

der Berechnungszeiten der verschiedenen B-Spline Lösungsmethoden. Der Aufruf der Funktion *lsqlin* zum Lösen nach den Kontrollpunkten benötigt mehr als fünf mal länger wenn man sie nicht mit einer *sparse*-Matrix aufruft. Analog gilt es für die gewichtete Methode *lscov*, welche es erlaubt, durch die Gewichtungen die gewünschten Zustände verschieden stark zu gewichten. Will man zum Beispiel die Positionsabweichung verringern, so setzt man die Gewichtung der Position höher. Die Abweichung zwischen dem *sparse*- und *full*- Aufruf ist im Resultat in der Grössenordnung 10^{-15} , sprich vernachlässigbar klein. Da die Zeitersparnis durch die Nutzung von *sparse*-Matrizen sehr gross und der Unterschied zwischen der Verwendung von *sparse*- und *full*-Matrizen vernachlässigbar klein ist, wird nur noch die B-Spline Methode mit *sparse*-Matrizen verwendet.

Die Tabelle 4.2 zeigt den Einfluss der Gewichtung auf den Positionsfehler der x-Achse. Dabei wurde die Position mit 1000, die 1. parametrische Ableitung mit 100, die 2. parametrische Ableitung mit 10 und die 3. parametrische Ableitung mit 1 gewichtet. Die genannten Gewichtungsfaktoren wurden empirisch ermittelt.

Interpolationsmethode	Berechnungszeit [s]
B-Spline	0.110
B-Spline (sparse)	0.037
Gew. B-Spline	0.098
Gew. B-Spline (sparse)	0.036

Tabelle 4.1: Berechnungszeiten der *full*- und *sparse*-Lösung der gewichteten respektive ungewichteten B-Spline Interpolation der parametrischen x-Position.

Interpolationsmethode	Absoluter x-Fehler [mm]
B-Spline (<i>full</i> und <i>sparse</i>)	0.49
Gew. B-Spline (<i>full</i> und <i>sparse</i>)	0.23

Tabelle 4.2: Vergleich des absoluten x-Fehlers zwischen der gewichteten und der ungewichteten B-Spline Interpolation. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1]$.

Die Unterschiede des absoluten x-Fehlers in Abhängigkeit der Stetigkeit der Ableitungen der B-Spline Interpolation ist in Abbildung 4.6 zu sehen. Mithilfe der Gewichtung ist es möglich, die Zustandsfehler entsprechend zu verringern. Man sieht deutlich einen Anstieg des absoluten x-Fehlers wenn man die Stetigkeit höherer Ableitungen fordert. Bezüglich Berechnungszeit sind die Methoden kleinerer Stetigkeit der Ableitungen besser (Abbildung 4.7) weil die Grösse der Matrizen, welche man bei der Optimierung zu

lösen hat, kleiner werden. Aufgrund der kleineren absoluten x-Fehler und der geringeren Berechnungszeit der B-Splines Interpolation wird der Vergleich der Methoden mit einer Stetigkeit der Ableitungen bis zum Grad drei durchgeführt. Weiteres zum Grad der Stetigkeit wird im Abschnitt 4.9 diskutiert.

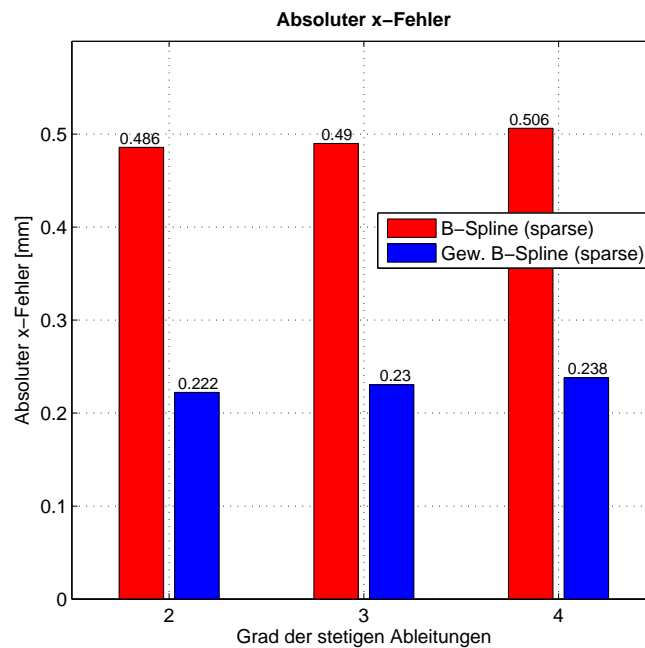


Abbildung 4.6: Absoluter x-Fehler der verschiedenen B-Spline Methoden. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1 \quad \frac{d^4x}{ds^4} = 1 \quad \frac{d^5x}{ds^5} = 1]$.

Weiterhin wird nur noch die gewichtete Methode benutzt, um die Möglichkeit der Positionsgewichtung und dadurch die Möglichkeit den Positionsfehler zu verringern, nicht zu verlieren. Zeitlich braucht die gewichtete Methode nicht viel länger.

4.8 Auflösung und Parametrierung

Eine wichtige Frage ist die notwendige Auflösung einer Kontur. Wie genau muss eine Kontur diskret vorhanden sein um sie optimieren zu können? Die Frage, wie viele diskrete Punkte man für die Interpolation verwendet, wird mit Hilfe des absoluten xy-Fehlers und der Berechnungszeit beantwortet. Ausgehend von den 170 Punkten der industrienahen Testkontur, wurde der absolute xy-Fehler über der Schrittweite in Ab-

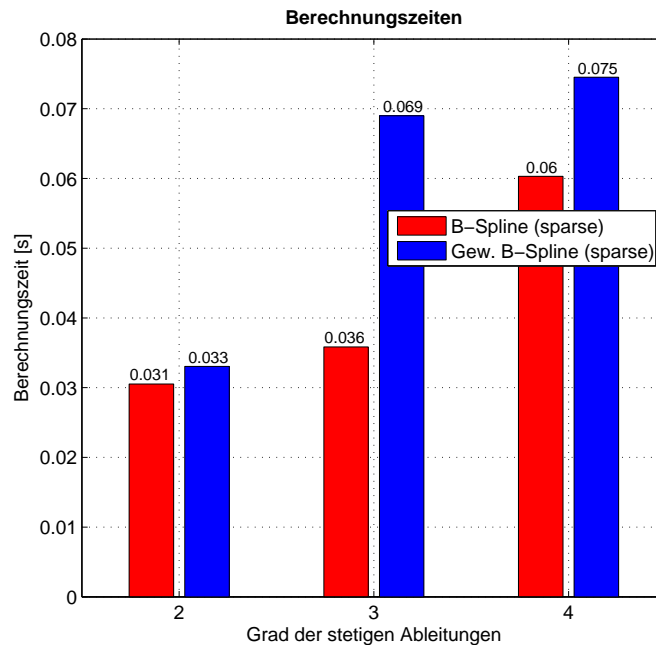


Abbildung 4.7: Berechnungszeiten der verschiedenen B-Spline Methoden zur Optimierung des parametrischen x-Achsverlaufs. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1 \quad \frac{d^4x}{ds^4} = 1 \quad \frac{d^5x}{ds^5} = 1]$.

bildung 4.8 dargestellt. Wie zu erwarten, steigt der absolute xy-Fehler mit zunehmender Schrittweite an. Die Hermite Methode hat einen geringeren Wert bis und mit der 2. parametrischen Ableitung. Der grössere Fehler bei der 3. parametrischen Ableitung liegt in der Natur der Sache und kommt von der Unstetigkeit.

Neben den Fehlern ist auch das Verhalten der Berechnungszeit interessant. Dieses wird in Abbildung 4.9 gezeigt. Die Dimensionen der Matrizen der Interpolationsmethoden verringern sich mit steigender Schrittweite, wodurch es zu einer Verringerung der Berechnungszeit kommt. Weil die Geometrien offline verrundet werden, spielt die Berechnungszeit eine untergeordnete Rolle. Deshalb wird zu Gunsten der absoluten xy-Fehler die kleinste Schrittweite als optimale Schrittweite angenommen.

Zwischen den Stützstellen kann bei der Interpolation die Abweichung quer zur Bahnrichtung grösser als die erlaubte Toleranz sein (Abbildung 4.10). Deshalb wurde anhand der 90° Ecke und der GKG Geometrie versucht, die optimale Anzahl Punkte pro mm zu ermitteln. Je weniger Punkte vorhanden sind, desto schneller sind beide Interpolationsmethoden. Die Berechnungszeit steigt bei beiden Methoden linear an. Die maximale Abweichung in Bahnquerrichtung soll nicht grösser als die zugelassene Toleranz $\pm 1\mu\text{m}$ sein. Abbildung 4.11 zeigt die Abnahme des maximalen Fehlers in Bahnquerrichtung bei zunehmender Anzahl Punkte pro Segment für die äquidistante und die kumulative Punkteverteilung. Die Parameter jeder optimierten Teilgeometrie sind

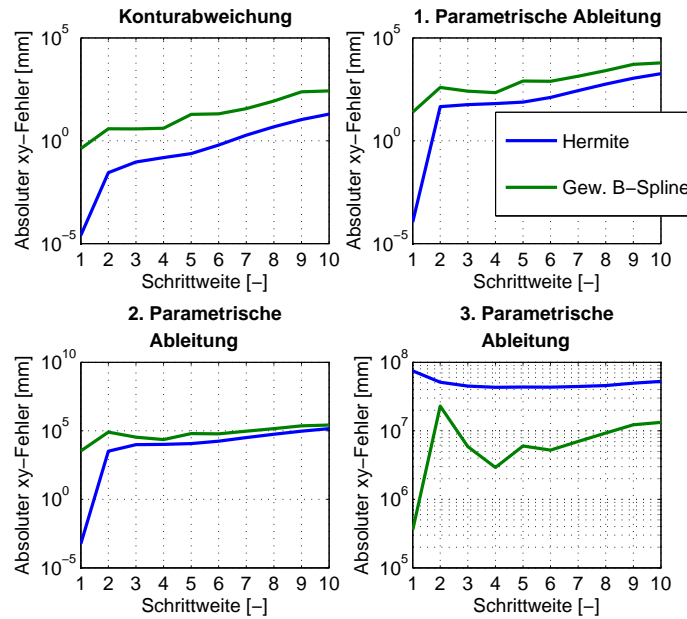


Abbildung 4.8: Absoluter xy-Fehler in Abhängigkeit der Schrittweite. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1]$.

im Intervall $s \in [0 \quad 1]$. In Tabelle 4.3 ist die minimale Anzahl Punkte für die zwei Dichteverteilungen der 90° Ecke und analog in Tabelle 4.4 für die GKG Geometrie gegeben.

Punkteverteilung	Hermite	Gew. B-Spline
Äquidistant	46	94
Kumulativ	-	70

Tabelle 4.3: Minimale Anzahl Punkte pro Segment der 90° Ecke damit die Bedingung der Toleranz $\pm 1\mu m$ erfüllt wird. Für die kumulative Punkteverteilung der Hermite Methode ist es nicht möglich, denn die Matrizen werden schon vor Erreichen der Toleranzbedingung singular.

Ab einer gewissen Anzahl Punkte hat die Matrix zur Bestimmung der Hermite Polynome eine schlechte Konditionierung. Die Lösungen werden ungenau. Das kommt daher, dass die Differenz zwischen zwei Parameter- und zwei Achswerten bei steigender Anzahl Punkten abnimmt.

Bei der gewichteten B-Spline Methode ist der maximale Fehler in Bahnquerrichtung erst mit relativ viel Stützpunkten im zulässigen Bereich. Es wurde versucht, die Positionsgewichtung an Stellen mit grosser Abweichung zu erhöhen und die Gewichtung der höheren Ableitungen zu verringern um so den Fehler in Bahnquerrichtung mini-

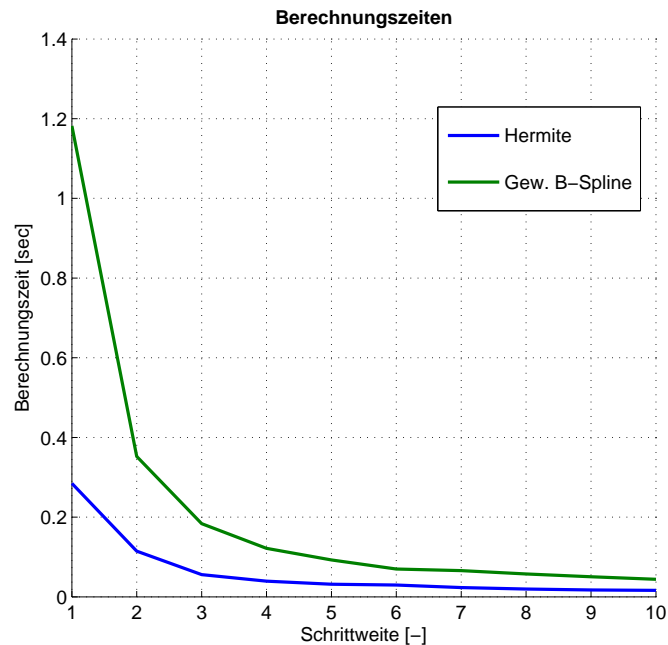


Abbildung 4.9: Absoluter xy-Fehler über der Schrittweite. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1]$.

Punkteverteilung	Hermite	Gew. B-Spline
Äquidistant	43	48
Kumulativ	48	48

Tabelle 4.4: Minimale Anzahl Punkte pro Segment der GKG Geometrie damit die Bedingung der Toleranz $\pm 1\mu m$ erfüllt wird.

mieren zu können. Das Verhalten dieser adaptiven Gewichtung ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Auch mit der adaptiven Gewichtung kann die vorgegebene Bahntoleranz nicht eingehalten werden. Die 90° Ecke kann mit der kumulativen Verteilung nicht innerhalb der Toleranz $\pm 1\mu m$ gehalten werden. Bei der GKG Geometrie sind gegenüber der kumulativen Verteilung weniger Punkte pro Segment nötig als bei einer äquidistanten. Die gewichtete B-Spline Interpolation profitiert von der kumulativen Verteilung: Weniger Punkte werden im Interpolationsschritt benötigt, um die Toleranz $\pm 1\mu m$ einzuhalten. Die Punkteanzahl kann bei der 90° Ecke von 94 auf 70 pro Segment reduziert werden. Bei der GKG Geometrie ist dieselbe Anzahl Punkte nötig. Als Punkteverteilung wird bei der Hermite Interpolation auf eine äquidistante Verteilung und bei der gewichteten B-Spline Interpolation auf die kumulative Verteilung gesetzt. Ein weiterer Einflussfaktor zur Einhaltung der Toleranzbedingung ist der Wert der To-

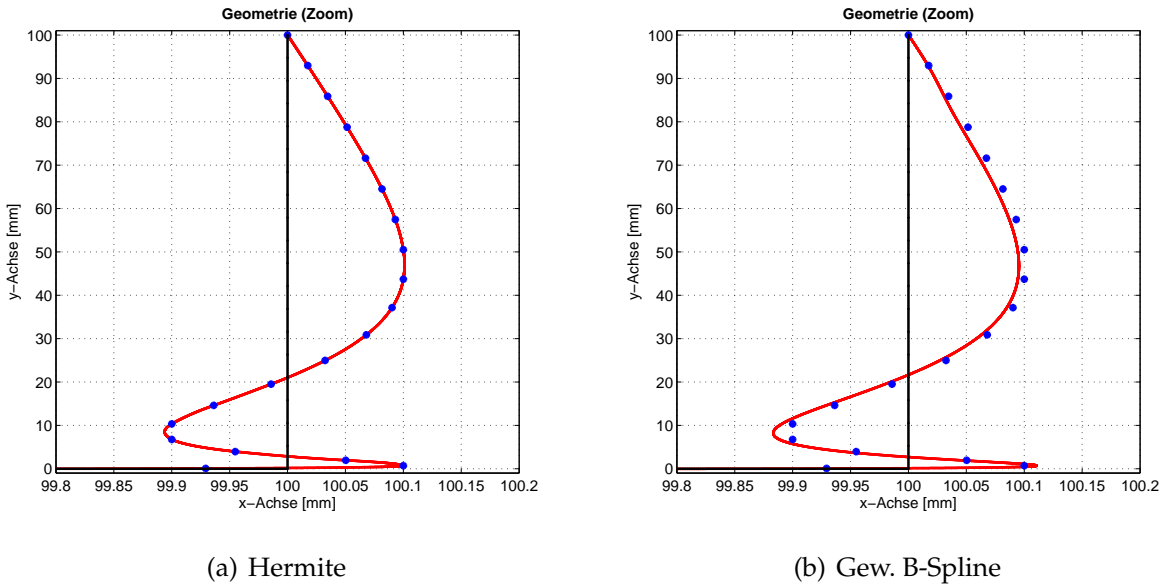


Abbildung 4.10: Optimierte 90° Ecke mit 20 Stützpunkten pro NC-Satz. Die Bahnquerrichtungstoleranz beträgt 0.1 mm.

leranz selbst. In Tabelle 4.5 und 4.6 ist die Anzahl Punkte pro mm für verschiedene Bahnquerrichtungstoleranzen der 90° Ecke und der GKG Geometrie aufgetragen. Bei

Toleranz	90° Ecke	GKG
0.05	x	1.056
0.1	0.46	0.906
0.2	0.42	0.906

Tabelle 4.5: Anzahl Punkte pro mm pro zu optimierende Teilgeometrie. Hermite Methode mit aquidistanter Punkteverteilung.

der Hermite Methode (Tabelle 4.5) nimmt die Anzahl Punkte pro mm mit steigender Toleranz ab. Bei einer Toleranz von 0.05 mm kann keine Lösung im Bereich der Toleranz $\pm 1\mu m$ generiert werden. Dieses Verhalten ist bei der gewichteten B-Spline Methode anders: Je grösser die Toleranz wird, desto mehr Punkte werden für die Einhaltung des Toleranzbandes benötigt. Dieses Verhalten ist auf die Approximation zurückzuführen. Weiterhin ist eine interessante Frage, wie sich die Parametrierung bei wendigen Geometrien verhält. Die Wendigkeit (Gleichung 4.27) ist gegeben durch die Summe des Absolutwertes der Richtungswinkeländerung entlang der Bahn einer Kontur.

$$W = \frac{\sum \left| \left| \frac{d\phi}{ds} \right| \right|}{L} \tag{4.27}$$

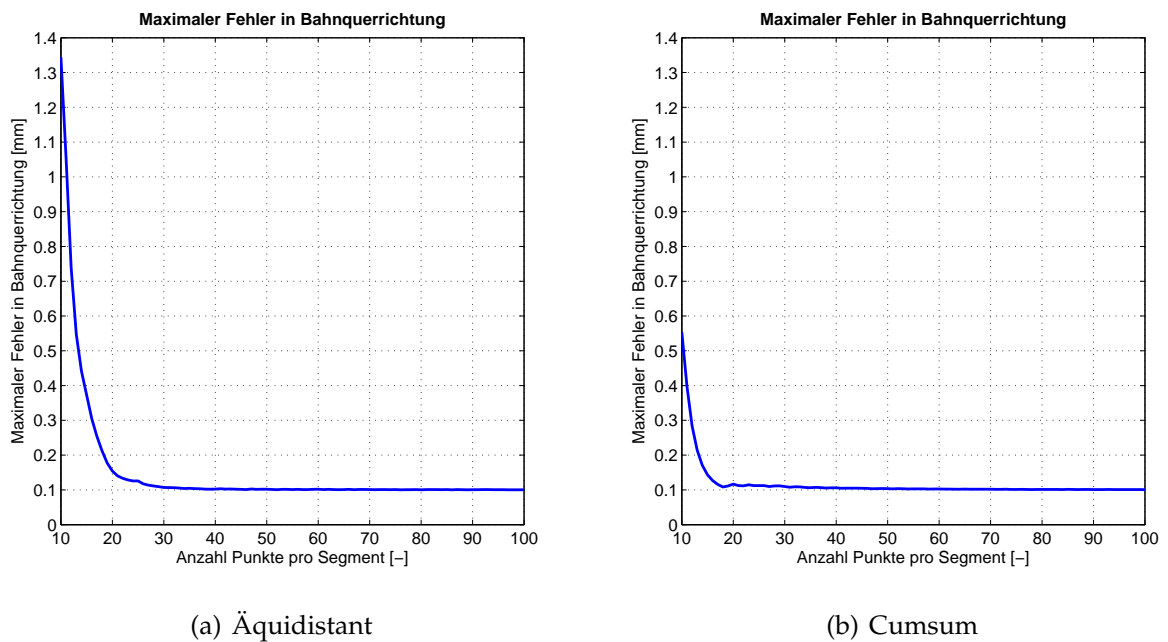


Abbildung 4.11: Maximaler Fehler in Bahnquerrichtung

Toleranz	90° Ecke	GKG
0.05	x	1.275
0.1	0.7	1.036
0.2	0.94	1.338

Tabelle 4.6: Anzahl Punkte pro mm pro zu optimierende Teilgeometrie. Gewichtete B-Spline Methode mit der kumulierten Punkteverteilung.

Bei der Treppen Geometrie hat man eine Winkeländerung von fünf mal 90° . Die Kontur wurde mit verschiedenen Skalierungen optimiert, was zu verschiedenen Wendigkeiten führt. Die Hermite und auch die gewichtete B-Spline Methode brauchen mehr Punkte pro mm je grösser die Wendigkeit ist. Tendenziell sind bei der Hermite Methode weniger Punkte notwendig je grösser die Toleranz gewählt wird. Die gewichtete B-Spline Methode ist bei kleineren Wendigkeiten eher unabhängig bezüglich der Punkteanzahl, wohingegen bei grösseren Wendigkeiten die Punkteanzahl über die Toleranzen analog der Hermite Methode variiert. Auch die maximale Punktedichte ist bei der gewichteten B-Spline Methode nicht bei der grössten Wendigkeit, sondern bei einer Wendigkeit von $W = 75 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$. In Abbildung 4.13 ist die Anzahl Punkte pro mm in Abhängigkeit der Wendigkeit und der Toleranz der beiden Methoden gegeben. Bei einer Wendigkeit von $W = 2.8125 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$ und einer Toleranz von 0.05 mm kann die Bedingung zur Einhaltung

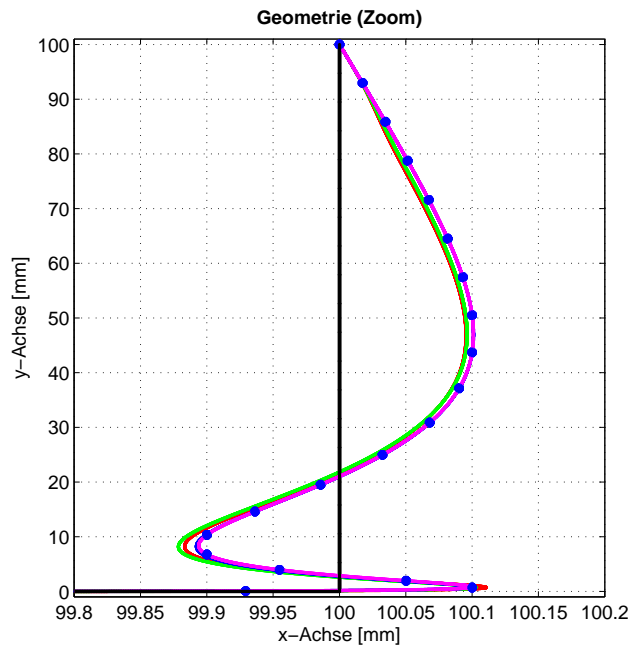


Abbildung 4.12: Optimierte 90° Ecke mit 20 Stützpunkten pro NC-Satz. Die vorgegebene Bahnquerrichtungstoleranz beträgt 0.1 mm. Die Gewichtung wurde adaptiv angepasst, sprich für die Position vergrößert und für die Ableitungen verkleinert. Die maximale Bahnabweichung ist dennoch grösser als die Toleranz in Bahnquerrichtung $\pm 1\mu\text{m}$. Gewichtungen: rot: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1]$, grün: $[x = 10'000 \quad \frac{dx}{ds} = 10 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10^{-1} \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 10^{-3}]$, blau: $[x = 100'000 \quad \frac{dx}{ds} = 1 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10^{-3} \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 10^{-6}]$, magenta: $[x = 100'000'000 \quad \frac{dx}{ds} = 10^{-3} \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10^{-9} \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 10^{-15}]$.

der Toleranz $\pm 1\mu\text{m}$ nicht mehr eingehalten werden (in Abbildung 4.13 weiss markiert)

Leider ergeben sich durch die kumulative Verteilung schlechte Geschwindigkeitsprofile. Zudem treten bei den Windowing Methoden durch die kumulative Verteilung Probleme mit schlecht konditionierten Matrizen auf. Deshalb wird für beide Methoden die äquidistante Punkteverteilung gebraucht. In Tabelle 4.7 ist die Parametrierung und die Auflösung beider Interpolationsmethoden zusammengefasst. Die Anzahl Punkte pro Segment wird durch die Wendigkeit bestimmt. Dadurch lässt sich die Anzahl Punkte pro mm (ppmm) berechnen. Ist die Anzahl Punkte pro mm unter den empirisch ermittelten Werten der 90° Ecke und der GKG Geometrie, wird die Anzahl auf diese empirischen Werte erhöht. Zu beachten ist, dass bei einer zu grossen Anzahl Punkte die Hermite Methode im Interpolationsschritt schlecht konditionierte Matrizen erzeugen kann. Deshalb wird bei der Hermite Methode die maximale Anzahl Punkte auf 70 pro zu optimierende Teilgeometrie. Alternativ kann zur gewichteten B-Spline Methode ein Einschrittoptimierungsverfahren verwendet werden. Dabei wird bei der Op-

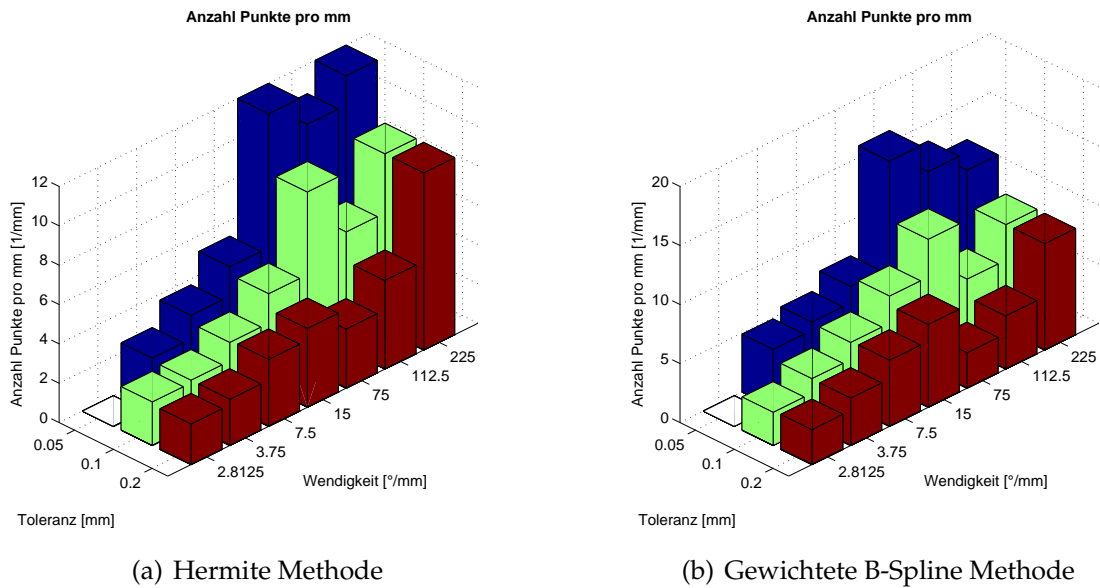


Abbildung 4.13: Anzahl Punkte pro mm

Interpolationsmethode	Punkteverteilung	Anzahl Punkte pro mm
Hermite	Äquidistant	0.926
Gew. B-Spline	Äquidistant	1.034

Tabelle 4.7: Zusammenfassung der Punkteverteilung und der Anzahl Punkte pro zu optimierende Teilgeometrie.

timierung direkt ein B-Spline als Funktion angenommen. Dadurch wird die maximale Bahnabweichung stets kleiner oder gleich der Toleranz in Bahnquerrichtung sein. Diese Methode wurde in dieser Arbeit nicht umgesetzt.

4.9 Grad stetiger Ableitung

Um eine Aussage über den Grad der Stetigkeit machen zu können, werden die 90° Ecke und die GKG Geometrie mit verschiedener Stetigkeit optimiert. Die Hermite Interpolation wird durch die Position und die ersten zwei Ableitungen bestimmt. Egal wie hoch die Stetigkeit der diskreten Werte aus dem ersten Schritt ist, die Kurve der Hermite Interpolation wird nur eine Stetigkeit vom Grad zwei haben. Dennoch sind Unterschiede beim Variieren des Grades der Stetigkeit feststellbar, weil sich Einfluss des Grads der Stetigkeit vor allem auf den QP-Schritt beschränkt. Die Stetigkeit der

B-Spline Interpolation wird durch die Stetigkeit der diskreten Punkte bestimmt. Die Bahnzeit ist bei der Hermite sowie auch bei der gewichteten B-Spline Methode nahezu unabhängig vom Grad der stetigen Ableitungen (Tabelle 4.8). Interessant ist, wie sich der unterschiedliche Kurvenverlauf, welcher sich durch die unterschiedliche Stetigkeit ergibt, auf die Maschine auswirkt. In Abbildung 4.14 kann man gut erkennen, dass die TCP-Bahn bei höherer Stetigkeit der Kurve mehr variiert. Dieses Variieren kommt daher, weil die Kurve eine höhere Anforderung (Ableitung) erfüllen muss.

	Grad der Stetigkeit	Bahnzeit Hermite [s]	Bahnzeit gew. B-Spline [s]
90° Ecke	2	0.666	0.662
	3	0.662	0.662
	4	0.662	0.662
GKG	2	0.462	0.466
	3	0.462	0.462
	4	0.462	0.462

Tabelle 4.8: Bahnzeit in Abhängigkeit vom Grad der stetig vorhandenen diskreten Punkte.

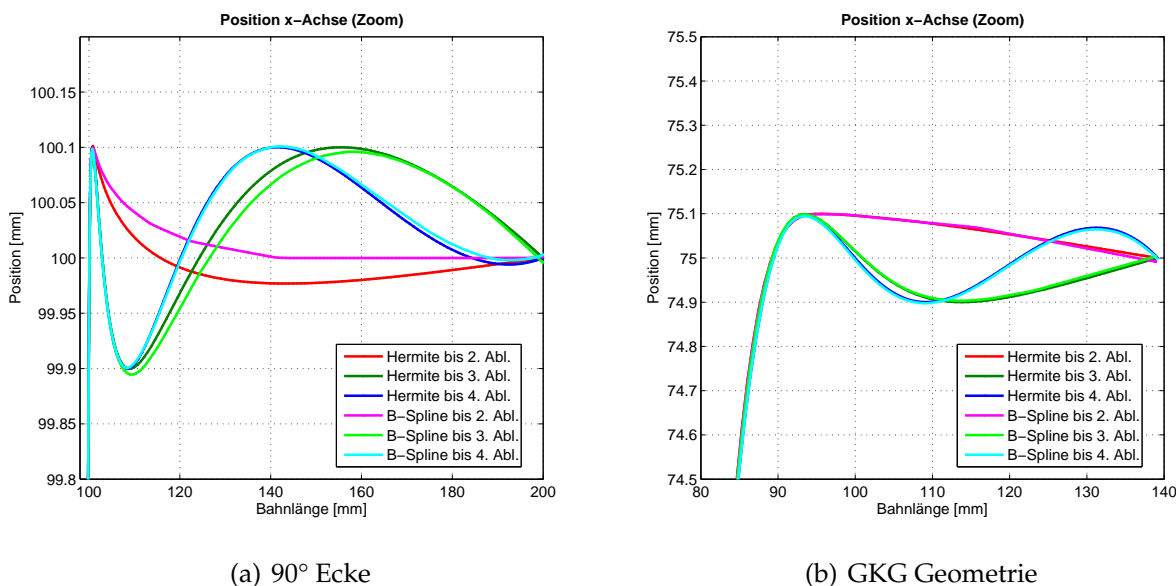


Abbildung 4.14: Zoom auf Position der x-Achse.

Die Geschwindigkeitsprofile, welche durch die VNCK generiert wurden, sehen sehr ähnlich aus. Die Bahnzeiten sind ausser bei der Hermite Methode bis zum Grad zwei

bei allen Varianten gleich. In Abbildung 4.15 ist die Bahnabweichung und die Maschinenanregung der 90° Ecke zu sehen, analog in Abbildung 4.16 für die GKG Geometrie. Die maximale Bahnabweichung ist bei der Hermite und bei der gewichteten B-Spline Methode ähnlich und hat die kleinste Abweichung bei einer Stetigkeit vom Grad zwei. Die Maschinenanregung ist bei der Hermite Methode mit Grad zwei am geringsten, jedoch für die gewichtete B-Spline Methode ist die Maschinenanregung beim Stetigkeitsgrad zwei am grössten. Die Maschinenanregung der Stetigkeit vom Grad 3 und 4 sind ähnlich, wobei die gewichtete B-Spline Methode etwas grössere Werte hat. Die maximale Bahnabweichung ist bei der GKG Geometrie analog zur 90° Ecke. Die Maschinenanregung ist, im Gegensatz zu der 90° Ecke, bei der GKG Geometrie verschieden. Die Anregungen sind alle etwa gleich gross, jedoch hat die Hermite Methode mit Stetigkeit zwei einen leicht höheren Wert als die anderen Methoden. Abbildung 4.17 zeigt zusammenfassend die maximalen Abweichungen in Bahnquerrichtung.

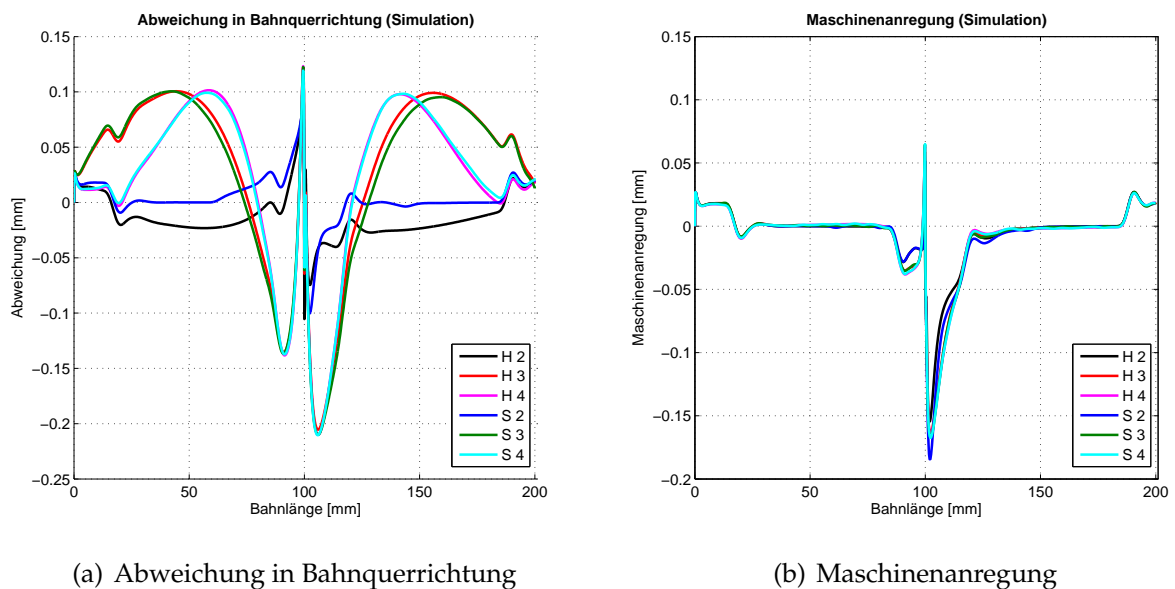
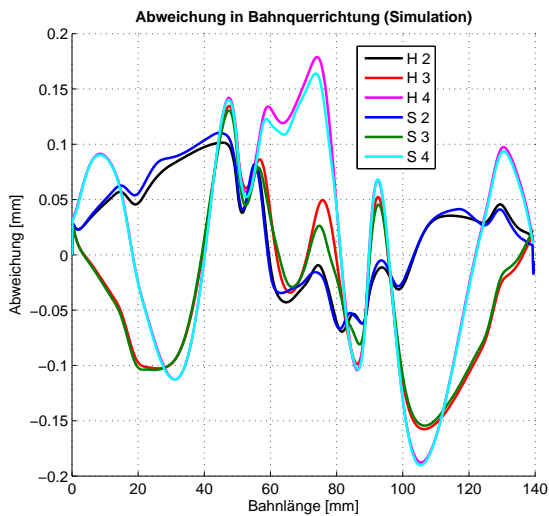
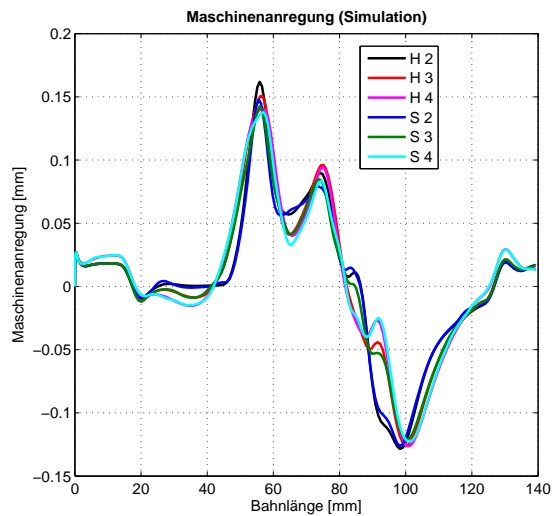


Abbildung 4.15: Vergleich vom Grad stetiger Ableitungen. 90° Ecke. H: Hermite Methode, S: gewichtete B-Spline Methode. Die Zahlen stehen für den Grad der stetigen Ableitungen.

Aus Sicht der Simulationsergebnisse, liefern die Methoden mit einer Stetigkeit vom Grad zwei die besten Resultate. Allgemein kann man sagen, dass die maximale Bahnabweichung mit steigendem Grad der Stetigkeit steigt. Diese Erkenntnisse werden auf der Maschine durch Messungen überprüft (Abschnitt 5.4.2).

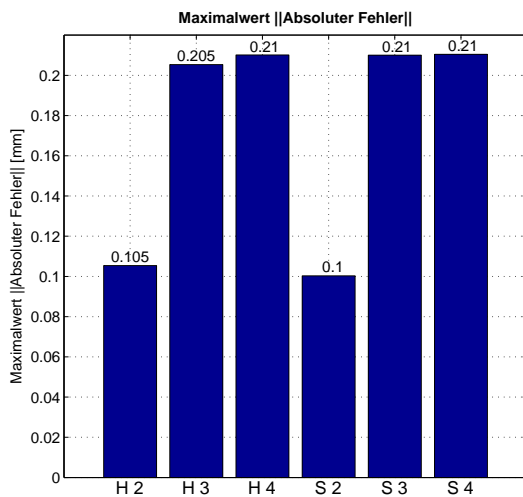


(a) Abweichung in Bahnquerrichtung

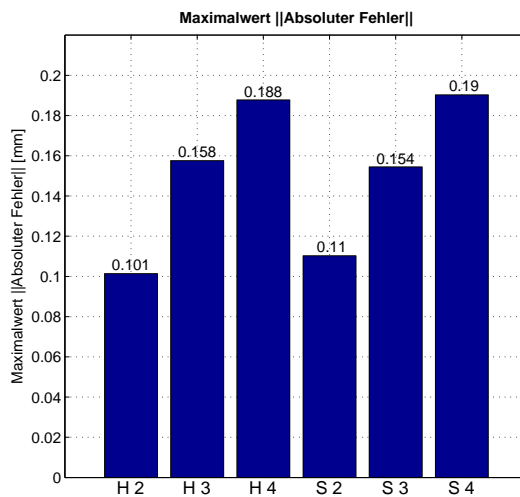


(b) Maschinenanregung

Abbildung 4.16: Vergleich vom Grad stetiger Ableitungen. GKG Geometrie. H: Hermite Methode, S: gewichtete B-Spline Methode. Die Zahlen stehen für den Grad der stetigen Ableitungen.



(a) 90° Ecke



(b) GKG

Abbildung 4.17: Maximale Abweichung in Bahnquerrichtung. H: Hermite Methode, S: gewichtete B-Spline Methode. Die Zahlen stehen für den Grad der stetigen Ableitungen.

4.10 Optimierung: Beispielgeometrie

In diesem Abschnitt werden die beiden Geometrien 90° Ecke und GKG Geometrie optimiert und die Resultate der Hermite Methode mit der gewichteten B-Spline Methode verglichen. Anhand dieser Geometrien werden die Hermite und die gewichtete B-Spline Methode anhand der Simulation (Abschnitt 5.3) und anhand von Messungen (Abschnitt 5.4) miteinander verglichen. In Abbildung 4.18 werden die relevantesten Ergebnisse der optimierten 90° Ecke gezeigt. Man erkennt die Schwingung der 2. parametrischen Ableitung und kann die parametrische und geometrische Stetigkeit sehen. Abbildung 4.19 zeigt analog die Ergebnisse für die gewichtete B-Spline Methode. Die parametrische Ableitung 2. Ordnung ist schwingungsfrei. Parametrische und geometrische Stetigkeit sind ebenfalls gegeben. Die Hermite Methode hat im Gegensatz zur gewichteten B-Spline Methode keine stetige parametrische Ableitung 3. Ordnung beziehungsweise keine stetige Krümmungsänderung.

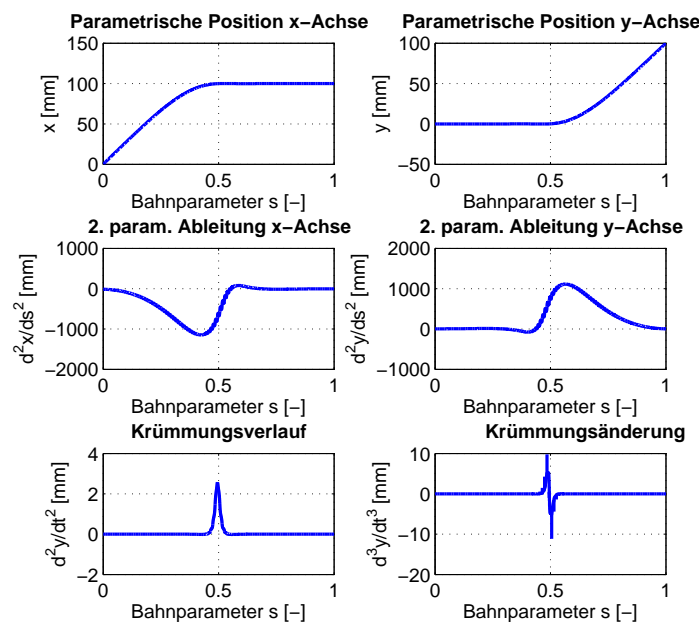


Abbildung 4.18: 90° Eckgeometrie, Hermite Methode.

In den Abbildungen 4.20 und 4.21 sind die Resultate der Optimierung der GKG Geometrie der Hermite Methode, respektive der gewichteten B-Spline Methode.

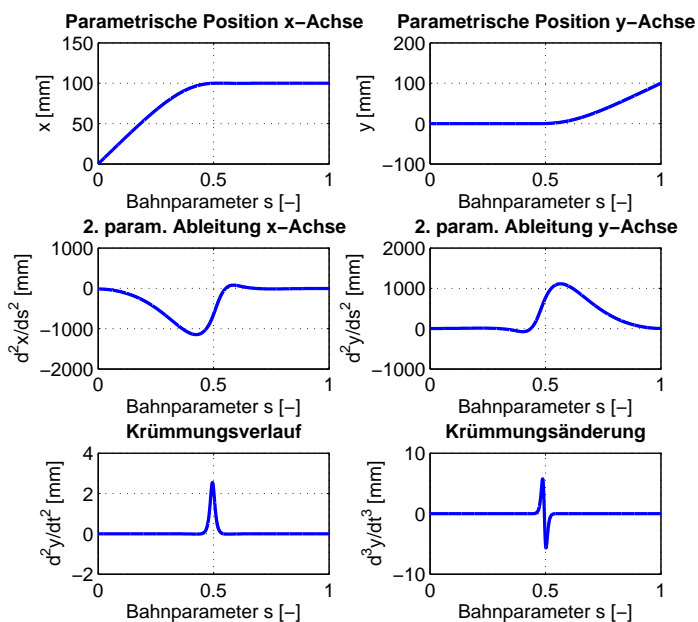


Abbildung 4.19: 90° Eckgeometrie, gewichtete B-Spline Methode.

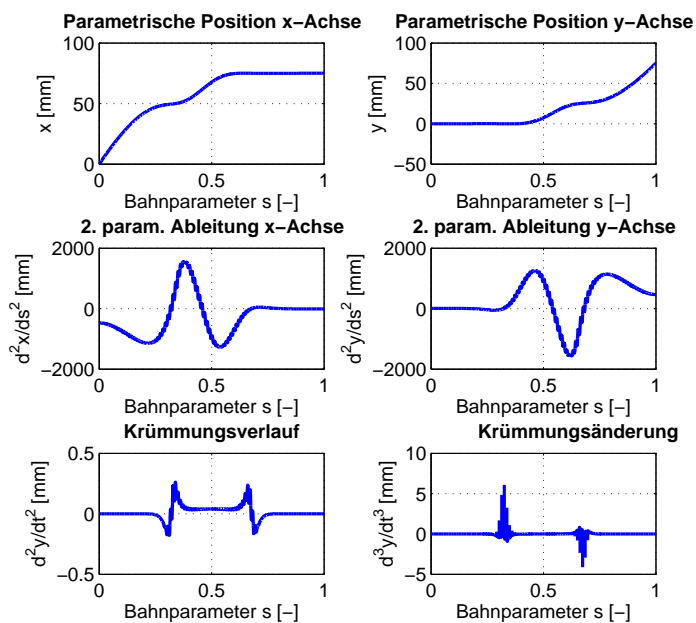


Abbildung 4.20: GKG Geometrie, Hermite Methode.

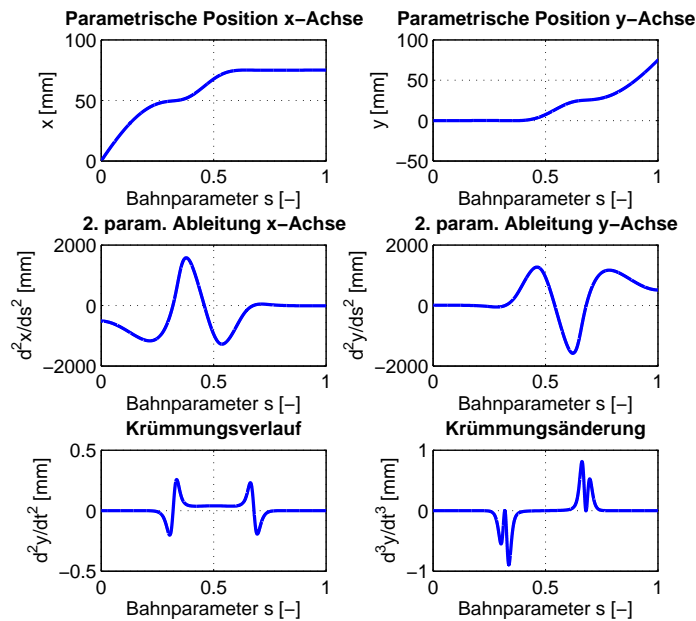


Abbildung 4.21: GKG Geometrie, gewichtete B-Spline Methode.

4.11 Vergleich umsetzbarer Methoden

Da die Polynom Interpolation mit und ohne Randbedingungen nicht umsetzbar ist, werden nur noch die Hermite und die gewichtete B-Splines Interpolation miteinander verglichen (Stetigkeit vom Grad 3 der diskreten Punkte). Die absoluten xy-Fehler der industrienahen Kontur sowie der Ableitungen sind in Abbildung 4.22 abgebildet. Der Fehler der Hermite Interpolation sollte Null sein, ist aber wegen numerischen Abweichungen nicht exakt Null ($2.54 \cdot 10^{-5}$ mm). Gut zu sehen ist der kleine Fehler bis und mit der 2. parametrischen Ableitung der Hermite Interpolation. Der Fehler der 3. parametrischen Ableitung ist wegen der Unstetigkeiten sehr hoch. Weil die B-Spline Interpolation die vorgegebenen Punkte nur approximiert, ist der Fehler grösser. Vergrössert man die Anzahl Punkte bei der gewichteten B-Spline Methode, so verbessert sich der absolute Fehler. Durch die Gewichtung der Position mit Faktor 1000 kann die Konturabweichung mit rund 0.42 mm sehr klein gehalten werden. Zeitlich ist die Hermite Interpolation fast doppelt so effizient (Abbildung 4.23).

Um eine Aussage über die Zuverlässigkeit der beiden Methoden machen zu können, werden diese anhand von sieben Testgeometrien (Abbildung 3.2) getestet. Die über die 7 Testgeometrien gemittelten Fehler sind in Abbildung 4.24 dargestellt. Die Erfüllung

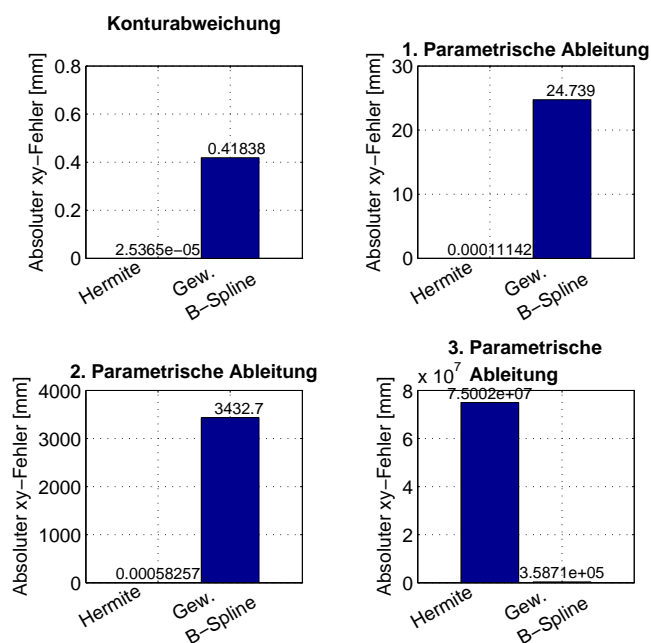


Abbildung 4.22: Absoluter xy-Fehler der Hermite und der gewichteten B-Splines Interpolation. Gewichtung: $[x = 1000 \quad \frac{dx}{ds} = 100 \quad \frac{d^2x}{ds^2} = 10 \quad \frac{d^3x}{ds^3} = 1]$.

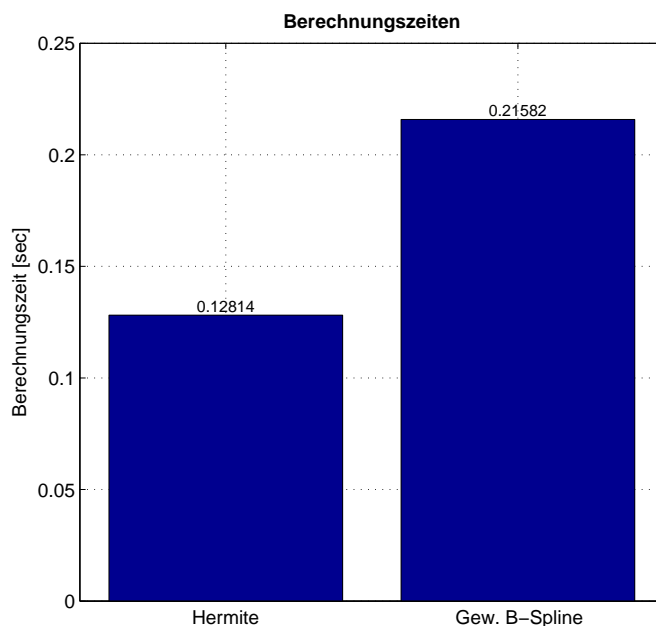


Abbildung 4.23: Berechnungszeiten der Hermite und der gewichteten B-Splines Interpolation.

der verschiedenen Kriterien der Interpolationsmethoden wird in Tabelle 4.9 zusammengefasst.

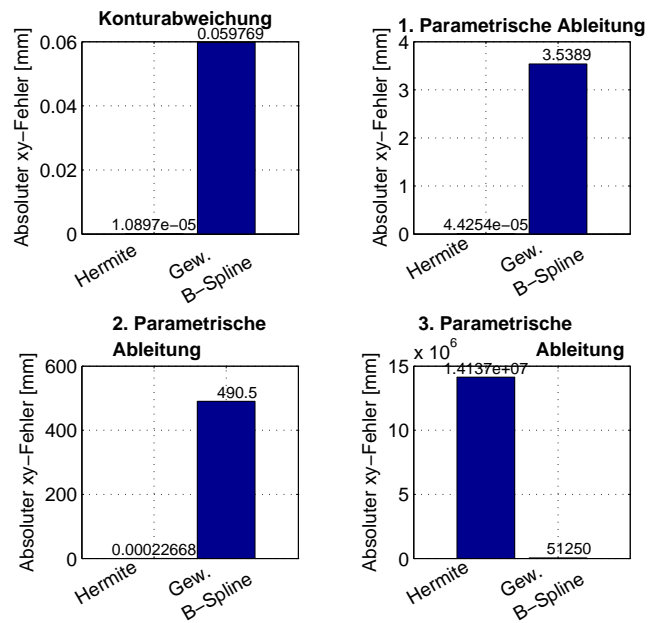


Abbildung 4.24: Über alle sieben Testgeometrien gemittelter absoluter xy-Fehler der parametrischen Position und Ableitungen.

Kriterium	PI	PI mit RB	Hermite	Gewichtete B-Splines
Umsetzbarkeit	x	x	++	+++
Rechenzeit	k.A	k.A	+++	++
Zuverlässigkeit	k.A	k.A	+++	+++
Genauigkeit	k.A	k.A	+++	+

Tabelle 4.9: Kriterien der Interpolationsmethoden. PI: Polynom Interpolation, RB: Randbedingungen.

++	sehr gut
+	gut
+-	mittelmässig
-	schlecht
-	sehr schlecht
x	unmöglich
k.A	keine Angabe

Die Hermite Methode interpoliert die diskret vorgegebenen Punkte genauer und schneller als die gewichtete B-Spline Methode. Probleme könnten sich durch das schwingende Verhalten der 2. parametrischen Ableitung der Hermite Methode ergeben, denn das Geschwindigkeitsprofil, welches durch die VNCK gebildet wird basiert unter anderem auf der 2. parametrischen Ableitung. Im Abschnitt 5.1.1 wird dieser Einfluss bei der Erzeugung der Führungsgrößen sowie auf die Maschinenanregung gezeigt. Die gewichtete B-Spline Methode hat grössere Abweichungen weil es sich um eine Approximation handelt, ist aber bis zum Grad vier stetig. Beide Methoden werden im Kapitel 5 aufgrund der Maschinenanregung, der Bahnabweichung und der Bahndauer verglichen.

Kapitel 5

Simulation

Anhand einer Simulation wird der Einfluss der Optimierungsalgorithmen verglichen. Die Frage, ob die Hermite und die gewichtete B-Spline Methode einen positiven Einfluss auf die Anregung der Maschine, die Abweichung des TCP in Bahnquerrichtung und auf die Bahnzeit haben, soll in diesem Kapitel erläutert werden. Die Begriffe Hermite, respektive gewichtete B-Spline Methode bezieht sich auf die nacheinander folgende diskrete Geometrieoptimierung und Interpolation der diskret optimierten Punkte. Die beiden in dieser Arbeit entwickelten Geometrieoptimierungsalgorithmen werden mit dem Bahnsteuerbetrieb und der Bordmittelverrundung der Sinumerik 840D verglichen. Als Testgeometrien werden die GKG Geometrie (G^2 -Unstetigkeiten) und die 90° Ecke (G^1 -Unstetigkeit) verwendet.

Zuerst wird in Abschnitt 5.1 das Generieren des Geschwindigkeitsprofils der VNCK vorgestellt. In Abschnitt 5.1.1 und 5.1.2 wird die Umsetzung der beiden Optimierungsmethoden auf die Steuerung vorgestellt. In Abschnitt 5.1.3 werden die Geschwindigkeitsprofile der beiden Optimierungsmethoden anhand der GKG Geometrie und der 90° Ecke verglichen. Im Abschnitt 5.2 wird das 2-Massen-Schwinger-Modell eingeführt. Danach werden im Abschnitt 5.3 die Simulationsergebnisse vorgestellt. Abschliessend werden in Abschnitt 5.4 Messergebnisse präsentiert.

5.1 Geschwindigkeitsprofil VNCK

Das Geschwindigkeitsprofil der optimierten Geometrie wird in dieser Arbeit durch die VNCK generiert. Eingang der VNCK ist NC-Code, welcher unter anderem aus B-Splines und Polynomen besteht. In den nachfolgenden Unterabschnitten wird die Umsetzung der durch die Interpolation gewonnenen kontinuierlichen Funktionen be-

schrieben.

Die Bahngeschwindigkeit der x-Achse (analog für die anderen Maschinenachsen) sei gegeben durch

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{du} \frac{du}{dt}. \quad (5.1)$$

Die Beschleunigung der x-Achse wird durch

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{du^2} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \frac{dx}{du} \frac{d^2u}{dt^2} \quad (5.2)$$

gebildet. $\frac{du}{dt}$ ist der Vorschub und $\frac{dx}{du}$ die Ableitung nach der Bogenlänge u , welche sich auch als $\frac{dx}{du} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{du}$ schreiben lässt. $\frac{dx}{ds}$ ist die Ableitung von x nach dem Bahnparameter s und $\frac{ds}{du}$ ist gegeben durch

$$\frac{1}{\left\| \sqrt{\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2} \right\|}. \quad (5.3)$$

Die Sinumerik 840D hat spezielle Zusatzfunktionen um Geometrien zu verrunden. Nachfolgende Informationen wurden aus der Dokumentation [7] und [24] entnommen. Der Bahnsteuerbetrieb (G64, G641-G645) aktiviert die Funktion LookAhead und hat die Eigenschaft, im Gegensatz zum Genauhalt G60, die Geschwindigkeit am Satzende eines Satzüberganges nicht abzubremesen. Durch den LookAhead kann über mehrere Sätze im Vorlauf ein optimales Geschwindigkeitsprofil erzeugt werden. Bei tangentialen Übergängen, so wie sie bei der GKG Geometrie vorkommen, wird das Geschwindigkeitsprofil so gewählt, dass keine Geschwindigkeitssprünge entstehen. Der Bahnsteuerbetrieb bewirkt eine Verrundung der Kontur (ausser bei G64), verkürzt Bearbeitungszeiten weil die Abbrems- und Beschleunigungsvorgänge minimiert werden (im Gegensatz zum Genauhalt G60). Zudem schafft er durch ein gleichmässigeres Geschwindigkeitsprofil bessere Schnittbedingungen. Die Zusatzfunktionen des Bahnsteuerbetriebs werden nun kurz erläutert:

- **LookAhead:** Funktion zur Optimierung des Bahnsteuerbetriebs. Ist der LookAhead inaktiv, so wird für die Generierung der Bahngeschwindigkeit nur der nachfolgende NC Satz verwendet, was bei kurzen Folgesätzen zu einem Geschwindigkeitseinbruch führt. Durch vorausschauendes Planen, sprich LookAhead aktiv, kann mit höheren Bahngeschwindigkeiten verfahren werden. Dadurch verbessert sich die Oberflächengüte und die Bearbeitungszeit verringert sich. Der LookAhead wird durch den Bahnsteuerbetrieb (G64, G641-G645) aktiviert.

- **G64:** Grösseres Abbremsen bei Satzübergängen wird vermieden. Ziel ist eine möglichst gleiche Bahngeschwindigkeit zu erhalten. Bei tangentialen Übergängen wird mit möglichst konstanter Bahngeschwindigkeit gearbeitet. Vor Ecken wird mit Hilfe des LookAheads abgebremst, die Geschwindigkeit wird zur Verringerung der Konturabweichung unter Berücksichtigung der Beschleunigungsgrenze und des Überlastfaktors reduziert. Die Geschwindigkeitsabsenkung ist vom Überlastfaktor und der Vorschubgeschwindigkeit abhängig. Dieser erlaubt zeitweise eine Überhöhung der maximalen Beschleunigung einer Achse und kann durch `$MA_MAX_ACCEL_OVL_FACTOR` eingestellt werden.
- **G641:** Glättung des Übergangs durch Einfügen von Übergangselementen. Das Überschleifen beruht auf dem Wegkriterium, sprich dem Überschleifabstand. Das Wegkriterium bestimmt die Strecke, bei welcher der Überschleifsatz frühestens beginnen kann und spätestens enden muss. Hat der Kurvenverlauf eine grosse Krümmung, so ist ein Geschwindigkeitseinbruch sichtbar.
- **G642:** Glättung des Übergangs durch Einfügen von Übergangselementen. Das Überschleifen muss innerhalb einer Toleranz, im Normalfall der maximalen Bahnabweichung, erfolgen. Die Bahnabweichung kann achsspezifisch oder auf die Kontur bezogen sein und wird über den Faktor `$MA_COMPRESS_POS_TOL` eingestellt.
- **G643:** Glättung des Übergangs durch Einfügen von Übergangselementen. Satzinternes Einfügen von Überschleifbewegungen, was für jede Achse einen unterschiedlichen Überschleifweg zur Folge haben kann. Durch diese Funktion können verschiedene Vorgaben zur Konturtoleranz und zur Orientierungstoleranz realisiert werden.
- **G644:** Glättung des Übergangs durch Einfügen von Übergangselementen. Beim Überschleifen steht die Maschinendynamik im Vordergrund. Je nach Einstellung kann zum Beispiel mit maximaler Achsdynamik verfahren werden oder man nutzt die Toleranz voll aus, dafür geht man nicht an die Dynamikgrenzen der einzelnen Achsen. Zusätzlich kann der Ruck im Geschwindigkeitsprofil der Achse mit SOFT begrenzt werden. Mit der Option BRISK gibt es keine Ruckbegrenzung, die Beschleunigungsgrenzen werden aber eingehalten.
- **G645:** Glättung des Übergangs durch Einfügen von Übergangselementen. Überschleifen von Ecken (analog G642) und tangentialen Satzübergängen unter Einhaltung einer definierten Toleranz. Tangentiale Übergänge werden überschleifen, falls mindestens eine Achse einen Sprung im Krümmungsverlauf hat.

Eine Übersicht der Verrundungsmethoden der Sinumerik 840D von M. Steilin ist im Anhang in Abbildung B.1 zu finden. Für den Vergleich der Methoden wird neben den in dieser Arbeit entwickelten Methoden der Bahnsteuerbetrieb G64 und G645 verwendet.

5.1.1 Hermite Methode

Die Hermite Methode repräsentiert die Geometrie durch Aneinanderreihung von Polynomen fünften Grades, welche stetig bis zur 2. parametrischen Ableitung miteinander verbunden sind. Die G^2 -Stetigkeit ist ebenso gegeben.

Der Befehl für einen NC-Satz (x- und y-Achse) muss in der Form

$$POLY \quad PO[X] = (x_e, a_2, a_3, a_4, a_5) \quad PO[Y] = (x_e, b_2, b_3, b_4, b_5) \quad PL = p \quad (5.4)$$

an die Steuerung übergeben werden [7]. Dabei bedeutet für die x-Achse: x_e den Endpunkt und a_i die Koeffizienten des Polynoms. Analog für die y-Achse. Der Parameter PL bestimmt, in welchem Parameterbereich das Polynom definiert ist. Der Parameterbereich ist jeweils von 0 bis PL definiert. Der Parameter s der parametrisierten Kurve ist im Interpolationsschritt äquidistant von 0 bis 1 definiert. Somit sind die Parameterbereiche für jedes Polynom $i \in [1, n]$ gegeben durch $\frac{i-1}{n}$ bis $\frac{i}{n}$, wobei n die Anzahl der Polynome ist. Weil die Polynome aber in der Steuerung immer von 0 bis PL parametrisiert sein müssen, muss eine Reparametrisierung der geometrieoptimierenden Polynome vorgenommen werden. Die Reparametrisierung wird wie in [22] beschrieben umgesetzt. Es ist ein Polynom mit Koeffizienten a_i , $i = 0, 1, \dots, 5$, abhängig vom Parameter $u \in [a, b]$ gegeben. Dieses soll nun so umparametrisiert werden, dass der neue Parameter s von 0 bis 1 läuft, sprich $s \in [0, 1]$. Der Parameter u wird als eine lineare Funktion vom Parameter s angesetzt

$$u = f(s) = c_1 s + c_0 \quad (5.5)$$

und muss die Bedingungen

$$f(s = 0) \stackrel{!}{=} a \quad \text{und} \quad f(s = 1) \stackrel{!}{=} b \quad (5.6)$$

erfüllen. Wird nun die Funktion $f(s)$ als Parameter u in dem Polynom eingesetzt und nach s^5, s^4, s^3, s^2, s sowie dem konstanten Term ausmultipliziert, erhält man die neuen

Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 a_{5_{rep}} &= -a_5(c_0 - c_1)^5 \\
 a_{4_{rep}} &= a_4(c_0 - c_1)^4 + 5c_0a_5(c_0 - c_1)^4 \\
 a_{3_{rep}} &= -a_3(c_0 - c_1)^3 - 4c_0a_4(c_0 - c_1)^3 - 10c_0^2a_5(c_0 - c_1)^3 \\
 a_{2_{rep}} &= a_2(c_0 - c_1)^2 + 3c_0a_3(c_0 - c_1)^2 + 6c_0^2a_4(c_0 - c_1)^2 + 10c_0^3a_5(c_0 - c_1)^2 \\
 a_{1_{rep}} &= -a_1(c_0 - c_1) - 3c_0^2a_3(c_0 - c_1) - 4c_0^3a_4(c_0 - c_1) - 5c_0^4a_5(c_0 - c_1) - 2c_0a_2(c_0 - c_1) \\
 a_{0_{rep}} &= a_5c_0^5 + a_4c_0^4 + a_3c_0^3 + a_2c_0^2 + a_1c_0 + a_0
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

zum Polynom mit Parametrierung $s \in [0, 1]$. Für den Parameter PL wird 1 eingesetzt, was die Steuerung standardmässig macht.

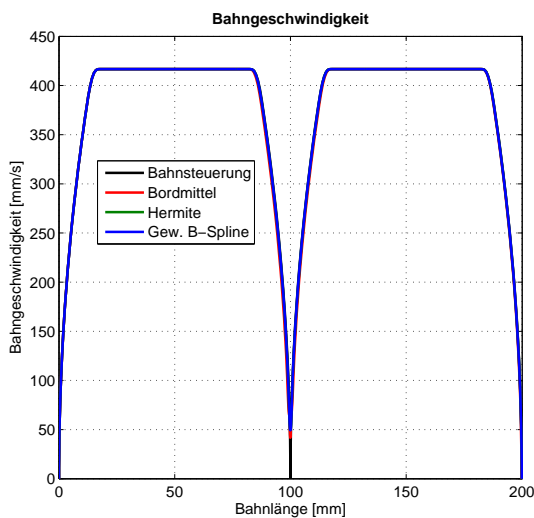
5.1.2 Gewichtete B-Spline Methode

Genau wie Polynome können B-Splines direkt mittels NC-Code auf die Steuerung übertragen werden. Die Umsetzung in NC-Code wird mittels folgender Syntax erreicht: Mit dem Befehl `SPLINEPATH(1,X,Y,Z)` bestimmt man, welche Achsen im Splineverbund zu interpolieren sind. Die Kontrollpunkte werden mit `X=...` und analog für die anderen Achsen übergeben. Weiterhin ist anzugeben, welcher Typ Spline verwendet werden soll (`BSPLINE`). Mit `SD=...` kann man den Grad des Polynoms bestimmen. Die Punktegewichtung `PW=...` ist in diesem Fall für jeden Punkt gleich und wurde als 1 gewählt (default-Wert der Steuerung). Der Knotenvektor kann mit dem Parameter `PL=...` übergeben werden. Fehlt die Angabe des Knotenvektors, so generiert die Steuerung intern einen geeigneten Knotenvektor. Das Geschwindigkeitsprofil, welches die VNCK generiert, ist ohne die Angabe des Knotenvektors langsamer.

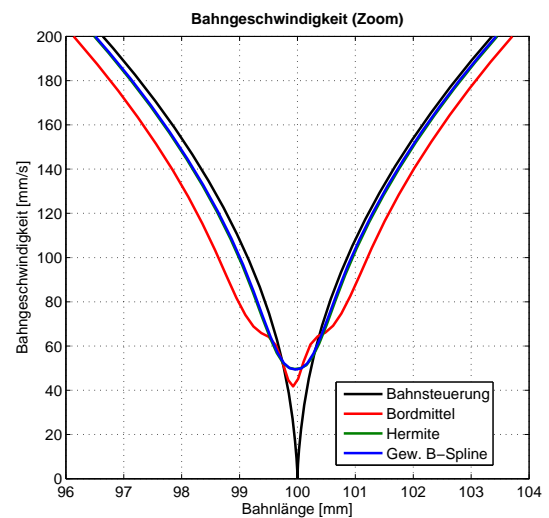
5.1.3 Vergleich der Geschwindigkeitsprofile

Der Vergleich zwischen den Geschwindigkeitsprofilen des Bahnsteuerbetriebs G64, G645, der Hermite Methode und der gewichteten B-Spline Methode wird in der Abbildung 5.1 für die 90° Eckgeometrie dargestellt. Das schwingende Verhalten der 2. parametrischen Ableitung scheint sich nicht auf die Geschwindigkeitsgrößen auszuwirken. Gut zu sehen ist, dass der Bahnsteuerbetrieb G64 die Bahngeschwindigkeit in der Ecke auf Null reduziert. Die Bordmittelverrundung (Bahnsteuerbetrieb G645) hat ein besse-

res Geschwindigkeitsprofil, da in der Ecke nicht auf Bahngeschwindigkeit Null abgebremst werden muss. Die Hermite und gewichtete B-Spline Methode haben einen noch ruhigeren Verlauf (Abbildung 5.1 (b)). Die Bahnzeit des Bahnsteuerbetriebs G64 ist bei der 90° Ecke besser als bei allen anderen Methoden. Die Bordmittelverrundung hat die längste Bahnzeit. Zwar bremst der Bahnsteuerbetrieb in der Ecke auf Geschwindigkeit Null ab, hat aber sonst immer einen leicht höheren Geschwindigkeitswert vor und nach der Ecke.



(a) Bahngeschwindigkeit



(b) Bahngeschwindigkeit, Zoom auf Übergang der beiden Geradenstücke

Abbildung 5.1: Bahngeschwindigkeit der 90° Ecke.

Die Bahngeschwindigkeit und Bahnbeschleunigung der GKG Geometrie ist in Abbildung 5.2 zu sehen: Die Bahngeschwindigkeiten der Hermite Methode und der gewichteten B-Spline Methode sind im Bereich des Kreises besser als bei den steuerungseigenen Methoden. In Abbildung 5.3 sind die Bahnzeiten der 90° Ecke und der GKG Geometrie gegeben. Die Bahnzeiten sind bei der 90° Ecke schlechter, bei der GKG Geometrie besser als die Bahnsteuerung. Vermutlich könnte man zeitlich noch mehr aus den beiden entwickelten Methoden herausholen, indem man eine eigene Geschwindigkeitsprofile berechnet. Die eigene Generierung eines Geschwindigkeitsprofils musste aus Zeitgründen weggelassen werden.

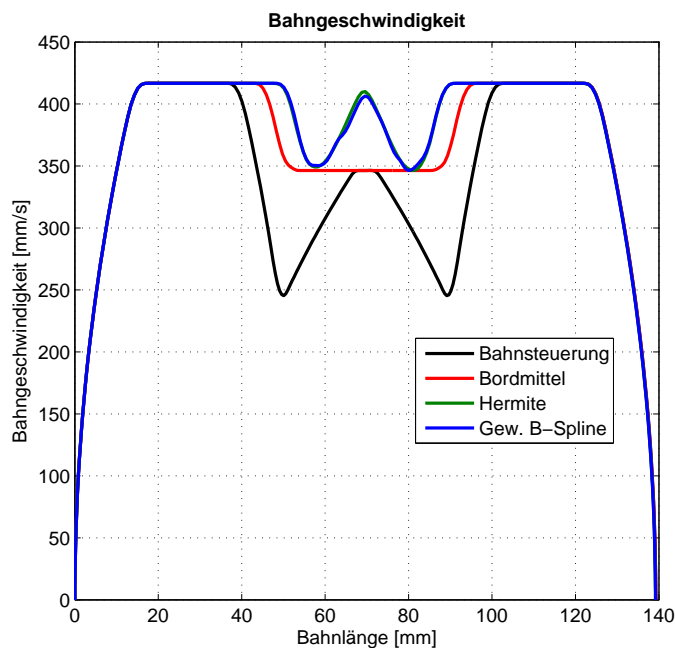
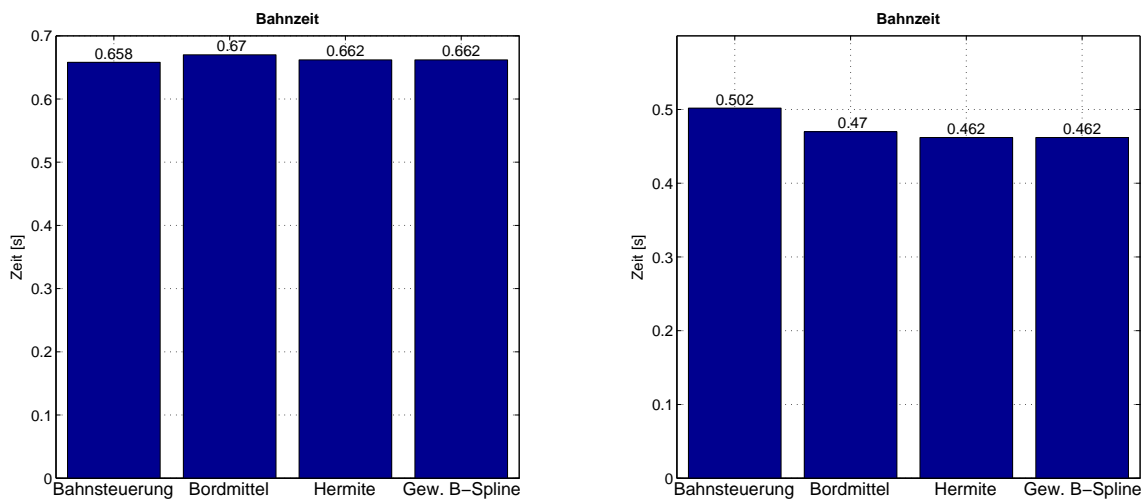


Abbildung 5.2: Bahngeschwindigkeit über der Bahn der 90°-Eckgeometrie. Optimierung durch Hermite Methode.



(a) 90° Ecke

(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.3: Bahnzeiten der verschiedenen Methoden.

5.2 Modell

Um das Verhalten der Maschine in Abhängigkeit von verschiedenen Führungsgrößen simulieren zu können, wird ein 2-Achsenmodell erstellt. Die x- und y-Achse werden lediglich geometrisch gekoppelt. In- und Crosstalk werden berücksichtigt. Das vom Motor erzeugte Moment wird mittels gekoppelter Maschinenelemente in eine Bewegung am TCP umgewandelt. Weil die einzelnen Elemente einer Achse eine endliche Steifigkeit besitzen, wird dieser Einfluss modelliert. Die Modellierung basiert auf [25]. Für jede Achse wird ein einzelnes Modell erstellt. Die reale Achse besteht aus einem Motor, einer Kupplung, einer Kugelumspindel sowie der Mutter und dem Schlitten. Damit die Modellierung einfacher ausfällt, werden Rotationsträgheiten in linear bewegte Ersatzmassen und Torsionssteifigkeiten in Zug-Druck-Steifigkeiten umgewandelt (Gleichung 5.8 und 5.9). Das durch Ersatzmassen dargestellte Modell ist in Abbildung 5.4 zu sehen. Die Ersatzmasse m_{11} besteht aus der Masse des Motors und der halben Kupplungsträgheit. Die Ersatzmasse m_{22} repräsentiert die halbe Kupplungs- und die halbe Gewindespindelträgheit. Die Masse m_{33} ist die halbe Gewindespindelträgheit. Die vierte Ersatzmasse, m_{44} , wird durch den Schlitten und die Muttermasse der Gewindespindel gebildet. Die Dämpfungen werden durch das Lehr'sche Dämpfungsmass (siehe Gleichung 5.10) bestimmt. F_M ist die Kraft, welche vom Antriebsmotor geliefert wird, F_{RM} ist die Reibkraft des Motors. Die Lastkraft F_L entfällt im Falle einer Laserschneidmaschine, da keine Prozesskräfte herrschen. Dadurch ist keine zusätzliche Störkraft durch die Bearbeitung des Werkstückes vorhanden. F_R steht für die Reibung der Schlittenführung. Die Reibung des Motors wird durch d_M , die des Schlittens durch d_{Sch} und die Reibung der Struktur (F_{RS}) wird mit d_S beschrieben (Gleichung 5.11).

$$m = \left(\frac{2\pi}{n_s}\right)^2 J \quad (5.8)$$

$$k = \left(\frac{2\pi}{n_s}\right)^2 k_{tor} \quad (5.9)$$

$$d = 2D\sqrt{mk}, \text{ wobei } D: \text{ materialabhängiger Dämpfungsgrad} \quad (5.10)$$

Das Modell in Abbildung 5.4 mit vier Teilmassen kann näherungsweise durch ein Modell mit zwei Teilmassen repräsentiert werden [25]. Zudem soll der Einfluss der Steifigkeit und der Dämpfung zwischen dem Schlitten und der Struktur mit TCP modelliert werden. Das für die Simulation relevante Modell ist in Abbildung 5.5 gezeigt. k

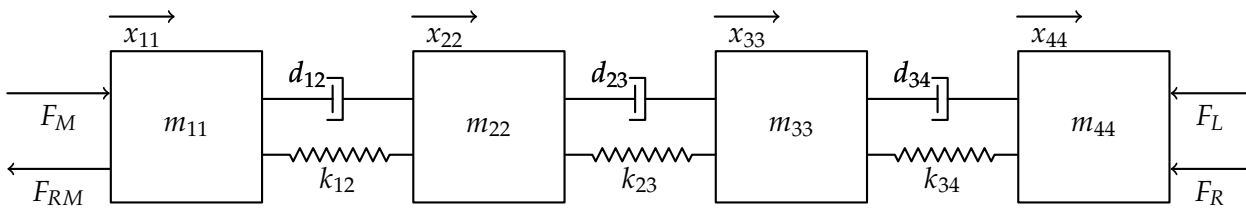


Abbildung 5.4: Einzelachsmodell (x-Achse).

beschreibt die Steifigkeit zwischen Motor und Schlitten, K_ϕ die Steifigkeit zwischen Schlitten und Struktur. Analog gilt dies für die Dämpfungen d und d_ϕ . Der in Abbildung 5.5 gezeichnete Hebel zwischen dem Schlitten und dem TCP ist gelenkig. Die Richtung des Hebels resultiert aus dem Verhältnis des In- und Crosstalks. Mit diesem Modell kann das Verhalten der exzentrischen Maschinenstruktur abgebildet werden. Die x - und y -Achse werden getrennt simuliert, jedoch wird der Einfluss der Antriebs- und Trägheitskräfte auf die Struktur (TCP) und die daraus resultierende Deformation durch sogenannte Intalk- und Crosstalk-Parameter (I_T , C_{T_y} und C_{T_z}) repräsentiert. Die

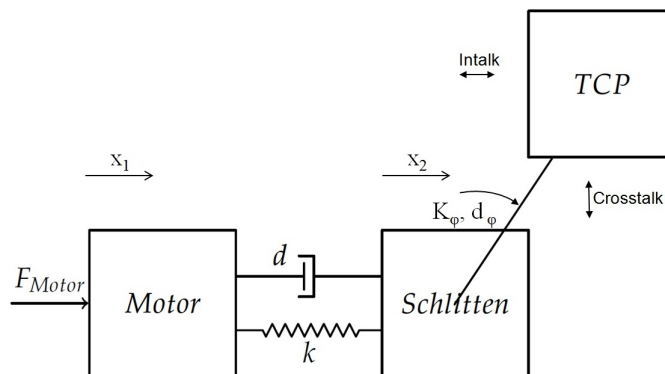


Abbildung 5.5: Vereinfachtes 2-Masse-Schwinger Modell. Zusätzlich wird der In- und Crosstalk berücksichtigt. Motorreibung d_M , Schlitten d_{sch} und Strukturreibung d_S nicht eingezeichnet.

zum Modell gehörenden Differentialgleichungen werden durch das dynamische Kräftegleichgewicht gebildet (Gleichungssystem 5.11). Dabei ist m_1 die Motormasse, m_2 die Schlittenmasse und m_3 die Strukturmasse. Die Steifigkeit zwischen Schlitten und Struktur (TCP) ist durch das Verhältnis der Strukturmasse und dem Intalk-Parameter I_T gegeben. Die Motorkraft (F_M) wird durch die kaskadierte Regelung in Reaktion auf die vorgegebene Sollbewegung und die resultierende Ist-Geschwindigkeit und Ist-Lage definiert. Es wird eine vollständige Geschwindigkeitsvorsteuerung verwendet.

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 &= F_{Motor} + k_1(x_1 - x_2) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + d_M \dot{x}_1 \\
m_2 \ddot{x}_2 &= k_1(x_2 - x_1) + k_2(x_2 - x_3) + d_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + d_{Sch} \dot{x}_2 \\
m_3 \ddot{x}_3 &= k_2(x_3 - x_2) + d_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + d_S \dot{x}_3
\end{aligned} \quad (5.11)$$

Die Modellparameter sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Das Gleichungssystem 5.11 wird

Parameter	Bezeichnung	Grösse	Einheit
Motormasse	m_1	200	kg
Schlittenmasse	m_2	200	kg
Strukturmasse	m_3	100	kg
Steifigkeit Motor-Schlitten	k_1	$3.5 \cdot 10^7$	$\frac{N}{m}$
Steifigkeit Schlitten-Struktur	k_2	$2 \cdot 10^8$	$\frac{N}{m}$
Motorreibung	d_M	20	$\frac{Ns}{m}$
Schlittenreibung	d_{Sch}	100	$\frac{Ns}{m}$
Strukturreibung	d_S	0.1	$\frac{Ns}{m}$
Dämpfung Motor-Schlitten	d_1	10	$\frac{Ns}{m}$
Dämpfung Schlitten-Struktur	d_2	1	$\frac{Ns}{m}$
Intalk in x	I_T	$5 \cdot 10^{-5}$	s^2
Crosstalk in y-Richtung	C_{T_y}	$3 \cdot 10^{-6}$	s^2
Crosstalk in z-Richtung	C_{T_z}	$4 \cdot 10^{-6}$	s^2

Tabelle 5.1: Modellparameter der x-Achse. Analog für die y-Achse.

in ein System erster Ordnung umgeformt. Die Zustandbeschreibung des Systems

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + Bu \\
y &= Cx + Du
\end{aligned} \quad (5.12)$$

ist gegeben durch die Systemmatrizen in 5.13. Dieses System wird mit der Variable P

repräsentiert.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}, & B &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_{Ty}}{I_T} & \frac{C_{Ty}}{I_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_{Tz}}{I_T} & \frac{C_{Tz}}{I_T} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & D &= \text{zeros} \\
 x &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix}, & y &= \begin{pmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \text{Crosstalk}_y \\ \text{Crosstalk}_z \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Um die Achse zu regeln, wird ein PI-Regler benutzt. Das Modell setzt sich aus dem PI-Regler, dem Leistungsmodul, welches durch ein Tiefpasselement beschrieben wird, und der Strecke P zusammen. Das Simulink-Modell ist im Anhang A zu finden.

Die Parameter des Reglers wurden mit Hilfe eines Positioniervorgangs bestimmt (siehe Tabelle 5.2). Die Reglerparameter gelten analog für beide Achsen.

Parameter	Bezeichnung	Grösse	Einheit
Vorsteuerung	$VV1$	1	—
Lageregler	$Kpv1$	100	$\frac{1}{s}$
Geschwindigkeitsregler	$Kpx1$	80000	$\frac{Ns}{m}$
Nachstellzeit Geschwindigkeitsregelung	$Tni1$	0.025	s
Grenzfrequenz Leistungsmodul	f	1000	Hz
Zeitkonstante Leistungsmodul	Tel	$\frac{1}{2\pi f}$	s

Tabelle 5.2: Reglerparameter einer Achse. Mit der Granzfrequenz und der Zeitkonstante wird ein tiefpassähnliches Leistungsmodul simuliert.

In Abbildung 5.6 ist ein Positioniervorgang gezeigt. Dabei wird der TCP aus der Ruhe

beschleunigt und bis $x=100$ mm wieder auf null abgebremst, wodurch man die Abweichung in y -Richtung durch den Crosstalk deutlich sehen kann.

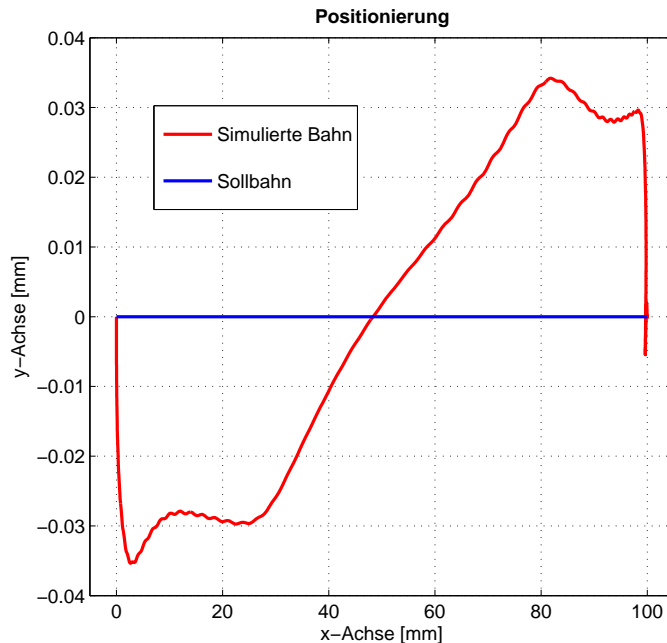


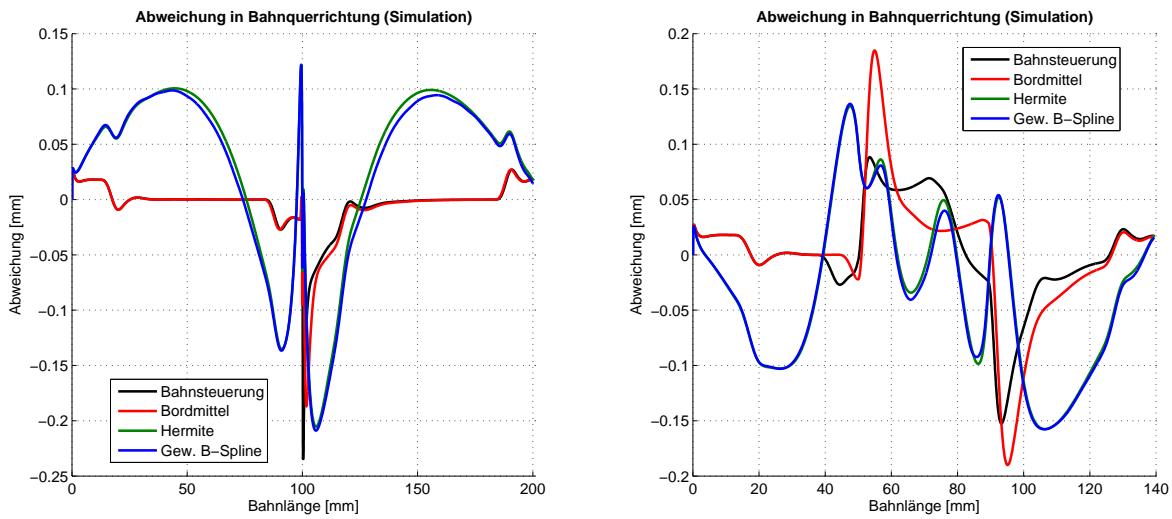
Abbildung 5.6: Einfluss des Crosstalks bei einem Positioniervorgang.

5.3 Simulationsergebnisse

Die Simulation wurde mit den in Abschnitt 5.1.3 generierten Führungsgrößen durchgeführt. In Abbildung 5.7 kann man gut sehen, dass die Abweichung in Bahnquerrichtung der Bahnsteuerung größer ist als die der anderen Methoden. Die Abweichung ist größer, obwohl die Sollgrößen der Hermite und gewichteten B-Spline Methode schon in den Sollgrößen 0.1 mm abweichen. In Abbildung 5.8 ist die Abweichung der GKG Geometrie gezeigt. Bei der Bordmittelverrundung ist die Abweichung am grössten. Die Bahnsteuerung und die Hermite sowie die gewichtete B-Spline Methode haben eine ähnliche maximale Abweichung.

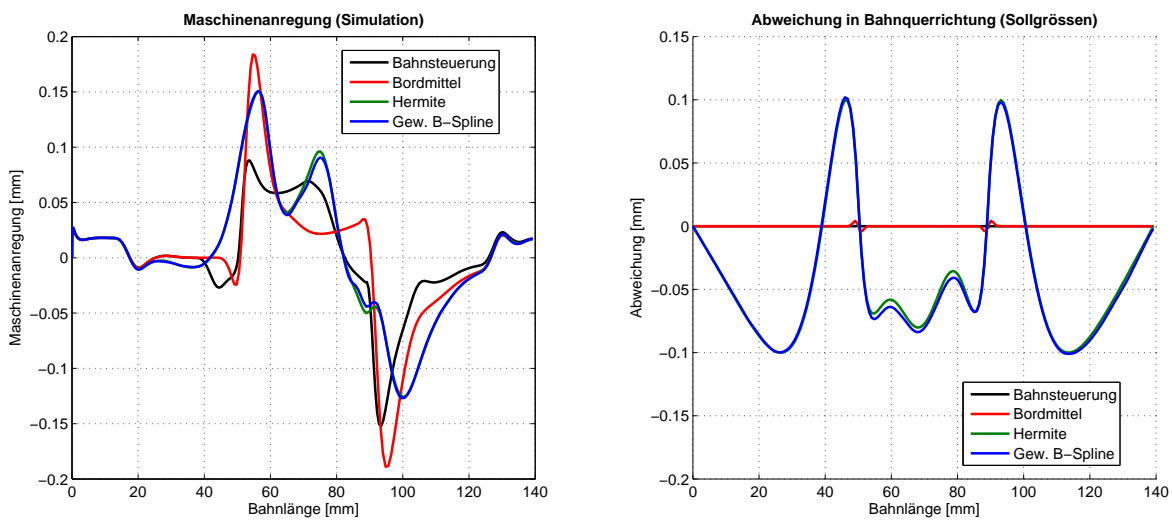
Die Maschinenanregung der 90° Ecke und der GKG Geometrie sind in Abbildung 5.9 abgebildet. Die in dieser Arbeit entwickelten Methoden haben eine geringere Maschinenanregung als die Bahnsteuerung und die Bordmittelverrundung.

Die Hermite und die gewichtete B-Spline Methode haben eine geringere Maschinenanregung als die Bahnsteuerung und die Bordmittelverrundung. Die maximale Abwei-



(a) Abweichung in Bahnquerrichtung (Simulation) (b) Abweichung in Bahnquerrichtung (Sollgrößen)

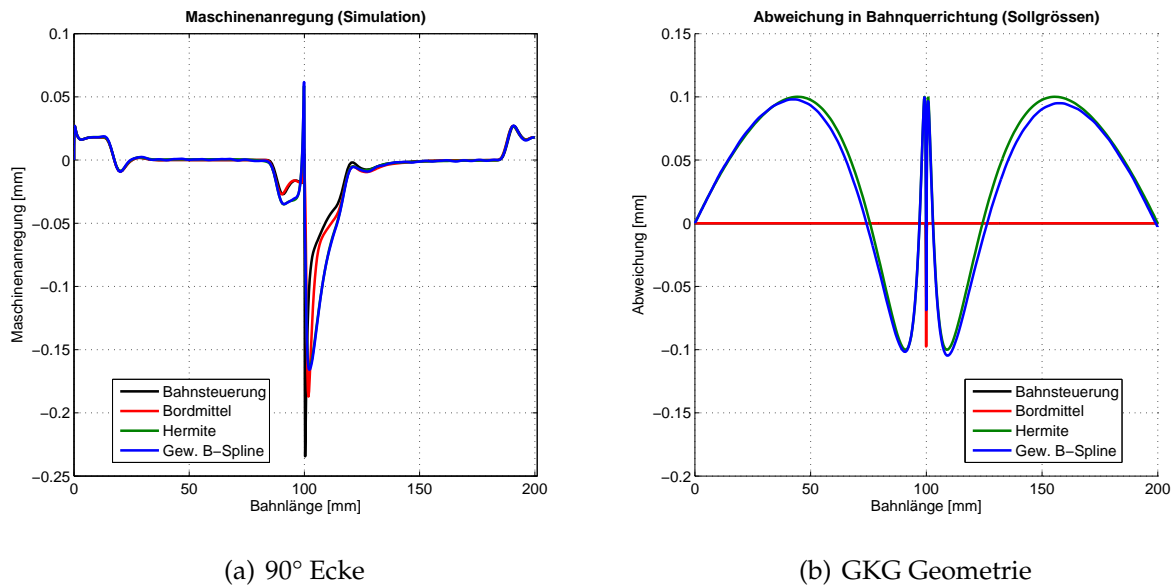
Abbildung 5.7: Abweichung in Bahnquerrichtung der 90° Ecke.



(a) Abweichung in Bahnquerrichtung (Simulation) (b) Abweichung in Bahnquerrichtung (Sollgrößen)

Abbildung 5.8: Abweichung in Bahnquerrichtung der GKG Geometrie.

chung ist trotz Abweichung der Geometrie in den Sollgrößen im akzeptablen Bereich. Die Bahnzeiten sind konkurrenzfähig, es gibt in der Generierung des Geschwindigkeitsprofils aber sicher noch Potential, welches durch einen eigenen Algorithmus zur



(a) 90° Ecke

(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.9: Bahngeschwindigkeit der 90° Ecke.

Generierung des Geschwindigkeitsprofils ausgenutzt werden kann.

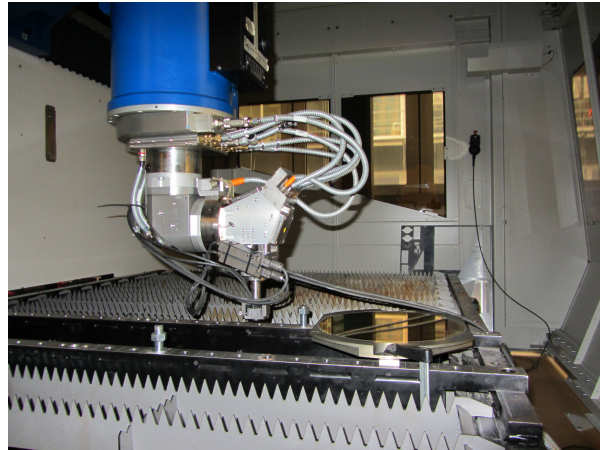
Nachdem die in der Arbeit entwickelten Optimierungsmethoden, der Bahnsteuerbetrieb sowie die Bordmittelverrundung aufgrund des Modells miteinander verglichen wurden, folgt nun ein Vergleich anhand Messungen.

5.4 Messergebnisse

In diesem Abschnitt sollen die durch die Simulation gewonnenen Ergebnisse überprüft werden. Die Messungen wurden auf der 5-Achs Lasermaschine Trumpf TruLaser Cell 7020 mit einer Siemens Steuerung durchgeführt (Abbildung 5.10 (a)). Das für die Messung verwendete Kreuzgitter stammt von der Firma Heidenhain (Abbildung 5.10 (b)).



(a) Lasermaschine

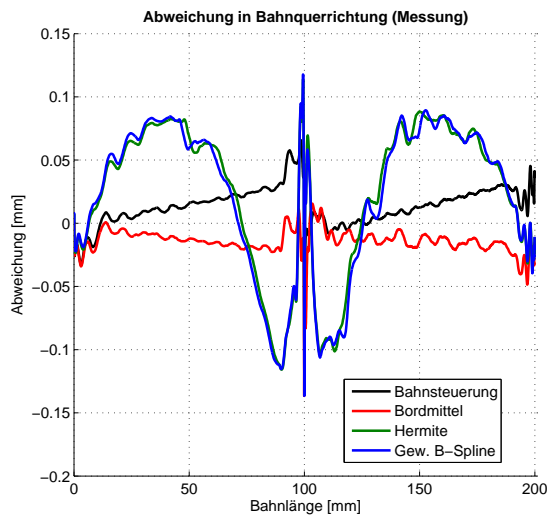


(b) Kreuzgitter

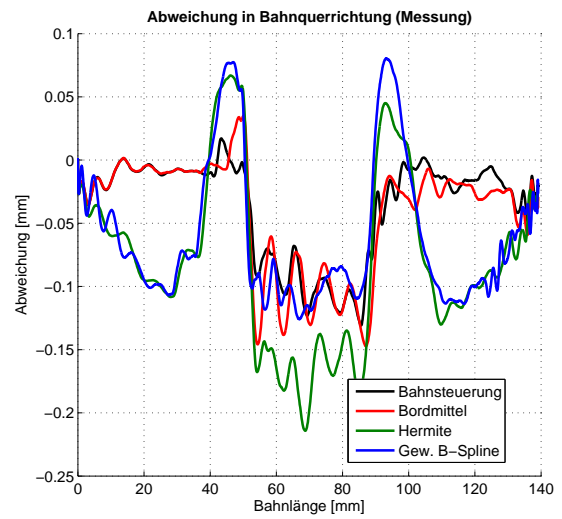
Abbildung 5.10: Messaufbau.

Die Abweichung in Bahnquerrichtung der Hermite und der gewichteten B-Spline Methode ist auf der Maschine grösser als die Abweichung der Bahnsteuerung und der Bordmittelverrundung (Abbildung 5.11). Die hohe Bahnabweichung der Hermite Methode bei der GKG Geometrie resultiert aus dem höheren Schleppfehler. Der Schleppfehler ist proportional zur Geschwindigkeit [25]. Die Hermite Methode hat im Kreissegment eine höhere Bahngeschwindigkeit als der Bahnsteuerbetrieb und die Bordmittelverrundung. Deshalb ist die Abweichung in Bahnquerrichtung durch den höheren Schleppfehler grösser. Die gewichtete B-Spline Methode hat eine viel geringere Bahngeschwindigkeit und deshalb auch einen kleineren Schleppfehler, was zu einer kleineren Abweichung in Bahnquerrichtung führt. In Abbildung 5.13 werden die maximalen Abweichungen zusammenfassend dargestellt. Die Maschinenanregung ist bei der Hermite und bei der gewichteten B-Spline Methode geringer.

Die detaillierte Auswertung der 90° Ecke und der GKG Geometrie haben unterschiedliche Ausrichtungen zwischen Mess- und Maschinenkoordinatensystem ergeben. Die Ursache hierfür ist genauer zu untersuchen.

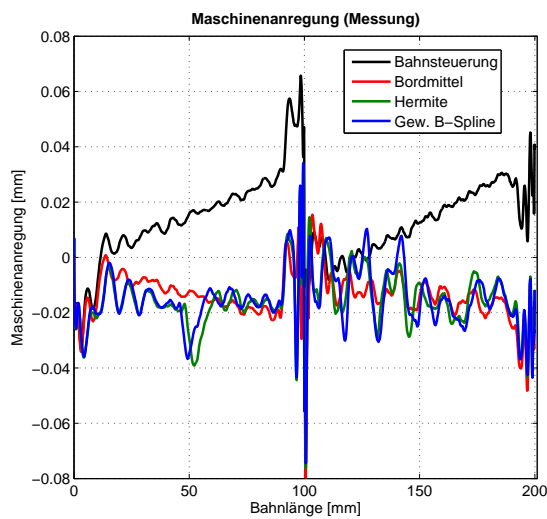


(a) 90° Ecke

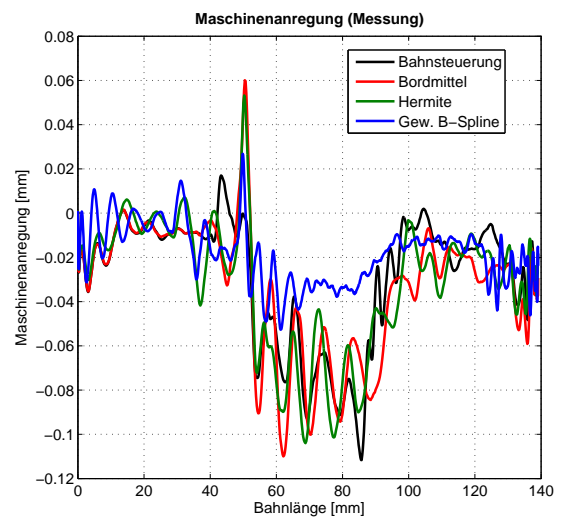


(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.11: Abweichung in Bahnquerrichtung (Messung).



(a) 90° Ecke



(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.12: Abweichung in Bahnquerrichtung (Messung).

5.4.1 Gewichtung der Ableitungen

Die im Abschnitt 3.7 gewonnenen Erkenntnisse durch die Simulation werden in diesem Abschnitt untersucht. Aussage war, dass die Maschinenanregung der Variante 1, 5 und 8 auf beiden Testgeometrien am geringsten ist. Vorteile einer Variante bezüg-

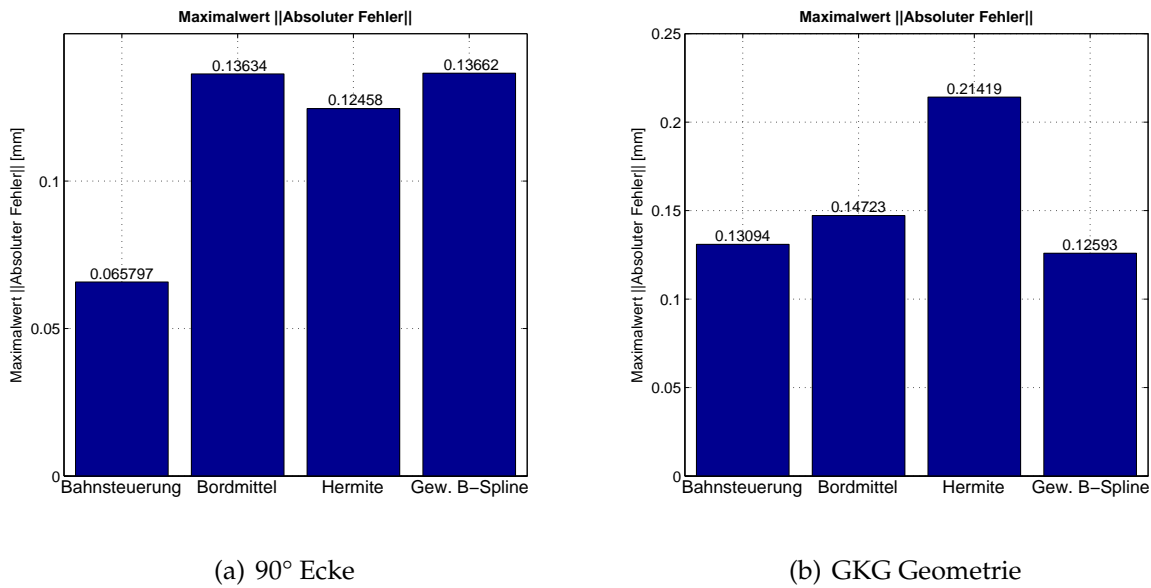


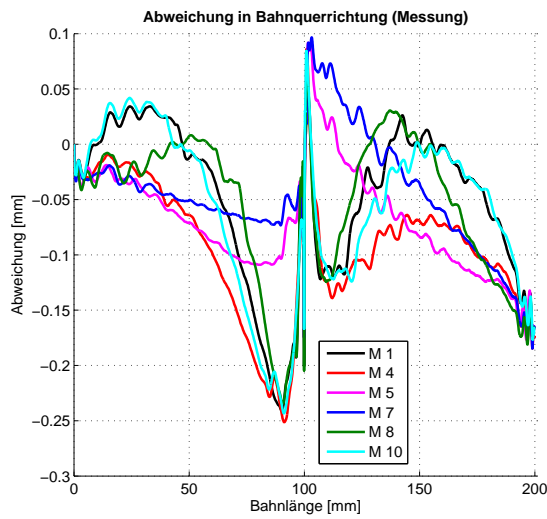
Abbildung 5.13: Maximale Abweichung in Bahnquerrichtung (Messung).

lich maximaler Abweichung konnten nicht gefunden werden. In Abbildung 5.14 ist die Abweichung in Bahnquerrichtung der beiden Testgeometrien gezeigt. Die Maschinenanregung ist in Abbildung 5.15 zu sehen. Die Messungen führen zu keinem eindeutigen Resultat. Es kann keine ideale Gewichtungsvariante gefunden werden. Auch die in der Simulation gefundenen Tendenzen können durch die Messungen nicht bestätigt werden.

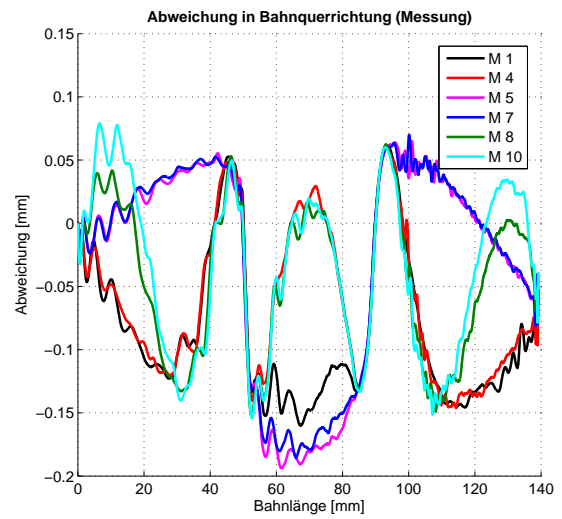
5.4.2 Grad stetiger Ableitungen

Durch Messungen sollen die im Abschnitt 4.9 gewonnenen Erkenntnisse zum Grad der stetigen Ableitungen überprüft werden. Die Hermite und die gewichtete B-Spline Methode hatten in der Simulation die geringste maximale Abweichung bei einer Stetigkeit vom Grad 2.

Die Abweichung in Bahnquerrichtung (Abbildung 5.16) ist mit der Hermite Methode und einer Stetigkeit vom Grad 2 bei der 90° Ecke am besten. Die Maschinenanregung ist mit grossem Unterschied am geringsten (Abbildung 5.17). Ähnlich gute Resultate ergeben sich bei der gewichteten B-Spline Methode und einer Stetigkeit vom Grad 2. Bei der GKG Geometrie ist die maximale Abweichung in Bahnquerrichtung mit steigendem Grad der Stetigkeit kleiner. Anders als bei der 90° Ecke hat nicht mehr die Stetigkeit vom Grad zwei die kleinste Abweichung, sondern die Methoden mit einer Stetigkeit vom Grad vier (Abbildung 5.16(b)). Die B-Spline Methoden haben die kleins-

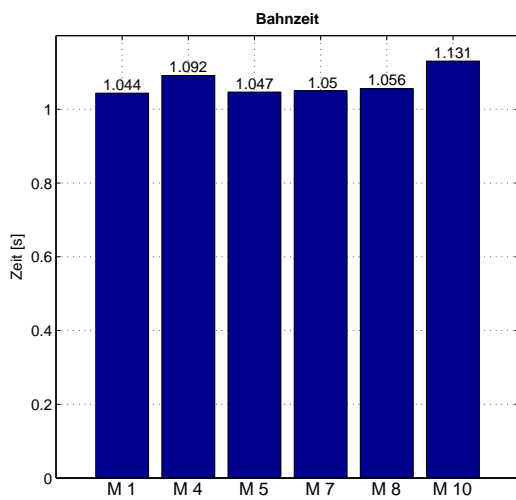


(a) 90° Ecke

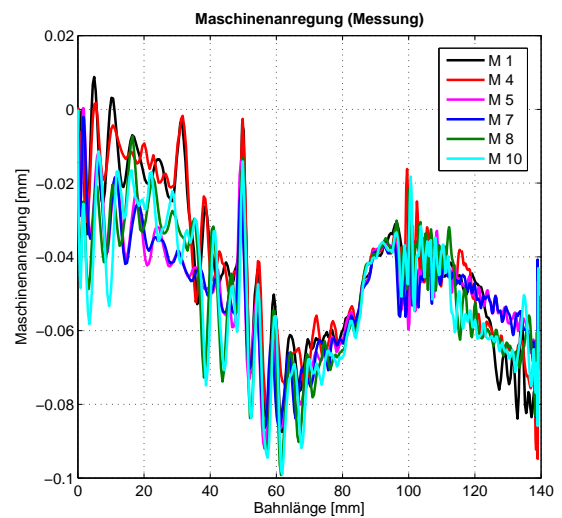


(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.14: Abweichung in Bahnquerrichtung (Messung).



(a) 90° Ecke



(b) GKG Geometrie

Abbildung 5.15: Maschinenanregung (Messung).

te Maschinenanregung, dafür eine doppelt so lange Bahnzeit wie die Hermite Methoden. Vermutlich kommen die doppelt so langen Bahnzeiten daher, dass es sich bei der Maschinensteuerung nicht um die aktuellste Version handelt. Diese ist nicht optimal für die Benutzung von B-Splines. Die Maschinenanregung der Hermite und der gewichteten B-Spline Methode steigt mit Grad der Stetigkeit an.

Durch die Messungen der 90° Ecke konnte gezeigt werden, dass sich eine geringe-

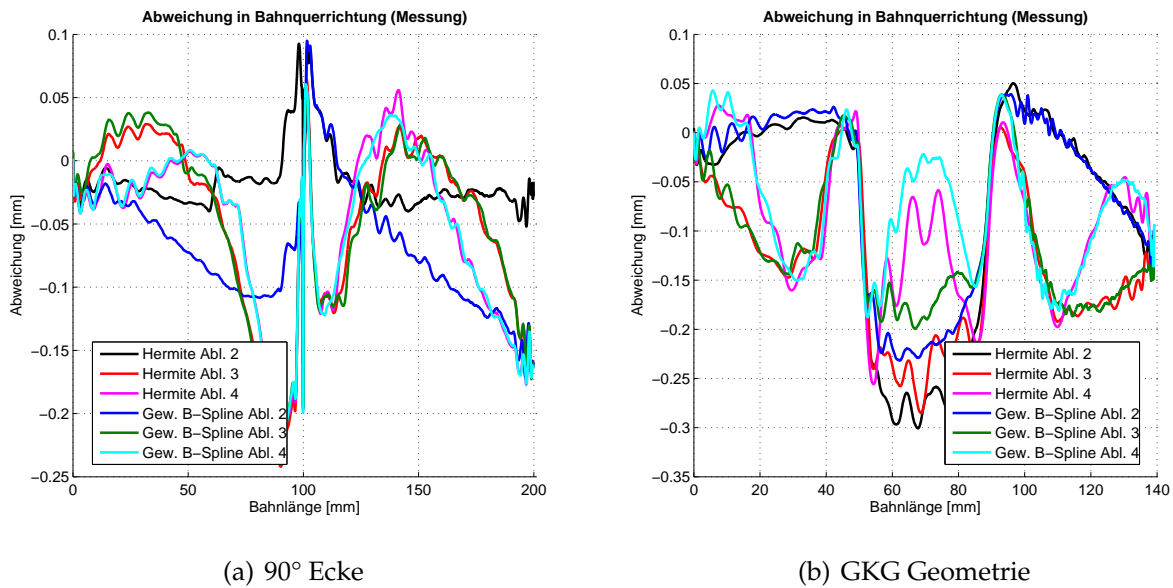


Abbildung 5.16: Abweichung in Bahnquerrichtung (Messung).

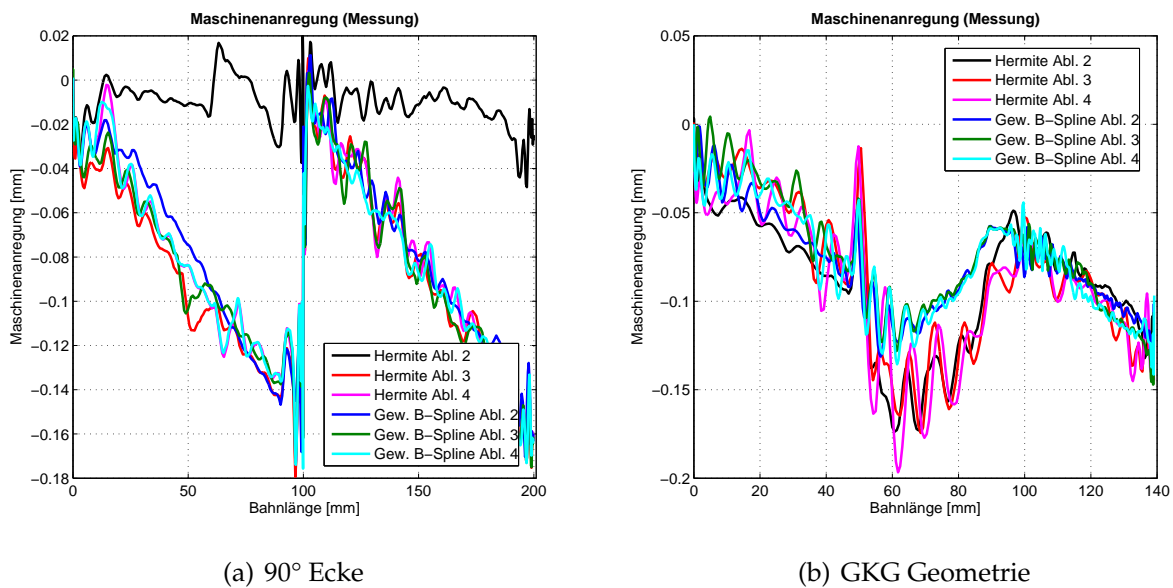


Abbildung 5.17: Maschinenanregung (Messung).

re Stetigkeit bei der diskreten Optimierung positiv auf die Abweichung in Bahnquerrichtung und auf die Maschinenanregung auswirkt. Die Messung der GKG Geometrie zeigt bei der Maschinenanregung dieselben Resultate. Die maximale Bahnabweichung

der GKG Geometrie tritt im Unterschied zur 90° Ecke und der Simulationen nicht mehr beim Grad vier, sondern beim Grad zwei auf. Es kann kein eindeutiges Fazit gezogen werden. Ursachen könnten der 7 ms Ruckfilter und die ungeeignete Umsetzung von Polynomen und B-Splines auf die Maschine sein. Die Umsetzung der Polynome und der B-Splines könnte durch eine aktuelle Steuerungsversion behoben werden.

Kapitel 6

Schlussfolgerung / Ausblick

In dieser Arbeit werden zwei Geometrieoptimierungsalgorithmen vorgestellt, welche auf einem Zweischrittverfahren basieren. Im ersten Schritt wird die Originalgeometrie diskret verrundet, im zweiten Schritt werden die diskret optimierten Punkte durch kontinuierliche Funktionen repräsentiert.

Die diskrete Optimierung erfüllt die gewünschten Anforderungen. Im Gegensatz zu anderen Ansätzen wird die Geometrie optimiert, nicht nur ein nicht stetiger Übergang. Die Toleranzaufteilung auf die einzelnen Achsen ergibt gute Resultate. Es wurde gezeigt, dass die diskrete Optimierung bei sieben Testgeometrien konvergiert und gute Optimierungsergebnisse erzielt. Die Methode ist robust, garantiert das Einhalten der maximal zulässigen Toleranz und ist bis zu einem gewünschten Grad stetig.

Die Interpolation der diskret optimierten Punkte wird durch zwei verschiedene Methoden umgesetzt. Die Hermite Interpolation garantiert eine Stetigkeit vom Grad zwei. Die gewichtete B-Spline Methode weist eine Stetigkeit bis zum Grad vier auf. Die Berechnungszeit der Hermite Interpolation ist wegen kleineren Lösungsmatrizen schneller als jene der gewichteten B-Splines. Weil zwischen zwei diskret optimierten Punkten die Bahn mehr als die zulässige Toleranz abweichen kann, ist es nötig, eine gewisse Anzahl Punkte zu haben. Diese minimale Anzahl Punkte wurde empirisch ermittelt. Die gewichtete B-Spline Interpolation braucht zur Einhaltung der maximalen Abweichung mehr Punkte als die Hermite Interpolation, weil es sich um eine Approximation handelt. Bei grösseren Geometrien ist eine Verrundung der Gesamtgeometrie aufgrund steigender Berechnungszeit und endlichem Speicher nicht möglich. Es wurden drei verschiedene Windowing Methoden vorgestellt und miteinander verglichen. Die Windowing Methode III weist die besten Ergebnisse auf. Diese berücksichtigt lokale Richtungsänderungen der Geometrie und ist robust.

Das Geschwindigkeitsprofil der optimierten Geometrie wird durch die VNCK gene-

riert. Trotz Unstetigkeiten der Hermite Methode in der 3. Ableitung können mit ausgeschaltetem Ruckfilter gute Verläufe generiert werden. Die Abweichungen in Bahnquerrichtung sowie die Maschinenanregung werden durch die in dieser Arbeit entwickelten Methoden reduziert. Die Messungen bestätigen die Vorteile der beiden Methoden teilweise. Durch schnellere Bahngeschwindigkeiten werden aufgrund steigendem Schleppfehler die Bahnabweichungen der entwickelten Methoden grösser. Durch eine Vorsteuerung könnte der Schleppfehler minimiert werden. Die gewichtete B-Spline Methode erzeugt auf der Steuerung der Maschine ein sehr langsames Geschwindigkeitsprofil. Die Ursache liegt in der Version der Steuerung. Die Steuerung der Maschine ist nicht optimal für B-Splines ausgelegt. Die Geschwindigkeitsprofile der Windowing Methoden sind noch nicht befriedigend.

Der Einfluss der Gewichtung der Ableitungen im diskreten Optimierungsschritt wurde durch die Simulation gezeigt. Auf der Maschine konnten diese Ergebnisse nicht bestätigt werden. Der Grad der stetigen Ableitungen hat einen Einfluss auf die maximale Abweichung und ist bei einer Stetigkeit vom Grad zwei bei der Simulation am besten. Die Messungen konnten dies bei der 90° Ecke bestätigen, jedoch nicht bei der GKG Geometrie.

6.1 Ausblick

Um die Einhaltung der maximalen Bahnabweichung ohne Erhöhung der Punkteanzahl zu garantieren, könnte ein Einschnittverfahren in Betracht gezogen werden. Dabei wird im Optimierungsalgorithmus direkt ein B-Spline angesetzt. Eine alternative Möglichkeit zur Einhaltung der Toleranz ist, die im diskreten Optimierungsschritt zulässige Toleranz um einen gewissen Faktor kleiner zu wählen. Durch das engere Toleranzband verletzt man die maximal zulässige Toleranz im Interpolationsschritt weniger bis gar nicht mehr. Würde man ein Toleranzmodell in Betracht ziehen, so könnte man die Toleranz an jedem spezifischen Punkt einzeln bestimmen und dadurch die Toleranzvorgabe besser einhalten. Wie sich das auf die Geschwindigkeitsprofile auswirkt, müsste geprüft werden.

Eine Verbesserung der Geschwindigkeitsprofile könnte durch eine Kombination mit einer Geschwindigkeitsoptimierung, wie sie zum Beispiel in [16] umgesetzt ist, erreicht werden.

Anhang A

Modell

Das in Abschnitt 5.2 beschriebene 2-Massen-Schwinger-Modell wird mit Matlab/Simulink erstellt. Abbildung A.1 zeigt das Simulink Modell der zwei Achsen, welche nur geometrisch gekoppelt sind.

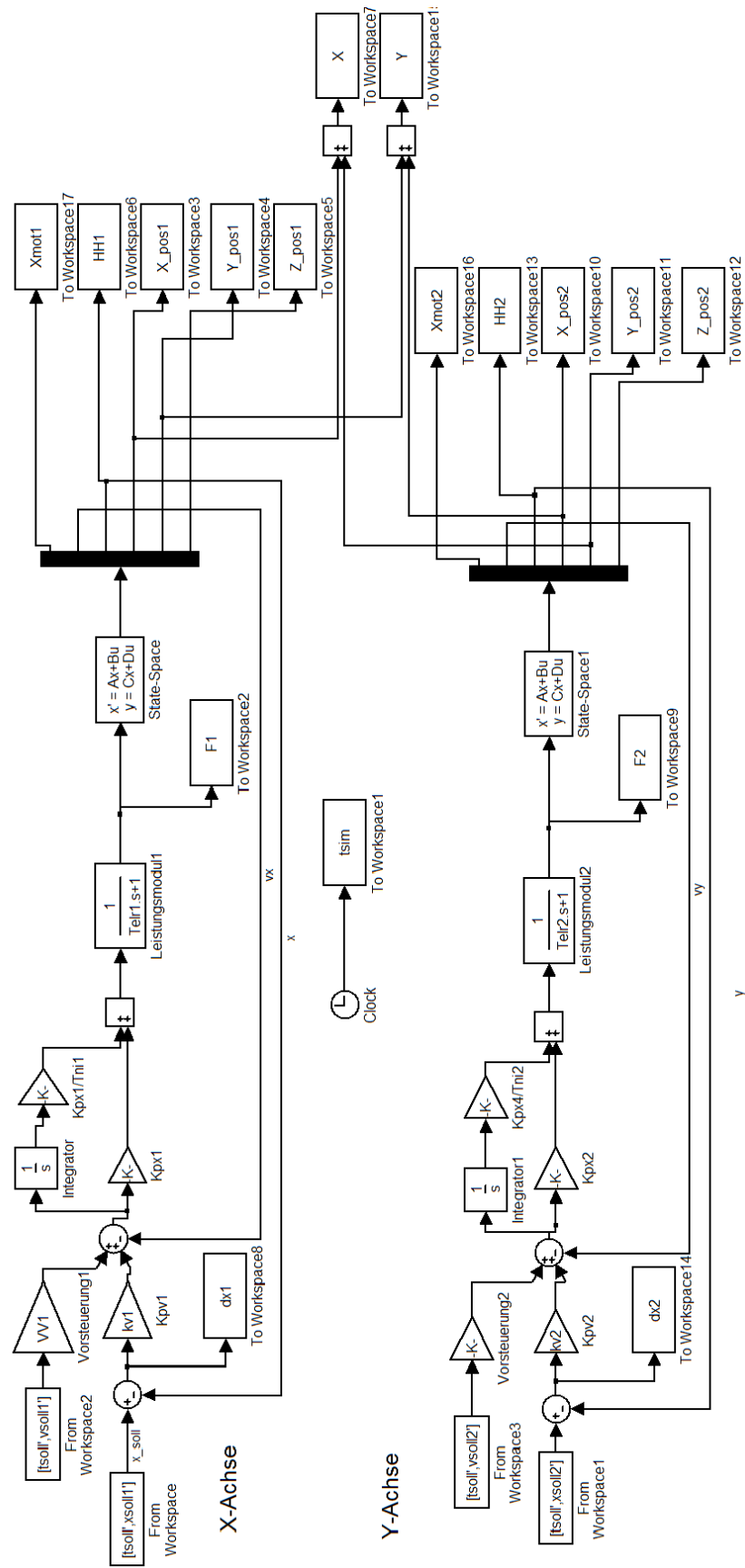


Abbildung A.1: Matlab/Simulink-Modell der x- und y-Achse.

Anhang B

Bordmittel - Anwendung - Siemens 840D



Faustregeln für die Programmierung der Geometrie:

- G02/G03 Programmierung ist besser als diskretisierte Geometrien
→ Bordmittelunabhängig
- Das Verwenden von interpolierenden Splines ist nicht sinnvoll (keine ASPLINE und CSPLINE)
- G01-Diskretisierung mit 1-5mm lassen sich komprimieren (beeinflusst Toleranz am TCP)

Sequentieller Ablauf in der Steuerung:



Faustregeln für die Wahl der Bordmittel:

- Bei diskretisierten Geometrien soll COMPCAD verwendet werden
- Bei Rotationsachsen soll OST (G642) verwendet werden
- Bei diskretisierten Geom. soll G642/G645 nicht ohne COMPCAD verwendet werden
- Die Kombination von G645 OST COMPCAD zeigt gute Resultate. G642 statt G645 reduziert bei einigen Rotationsbewegungen die Prozesszeit zusätzlich.

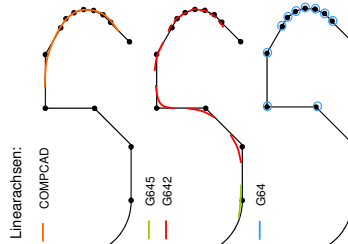
Programmiertes und aktives Bordmittel:

Es wird das maximal programmierte Bordmittel verwendet. Das effektiv eingesetzte Bordmittel folgt aus der programmierten Geometrie.

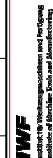
Beispiele:

Rundachsen:

Die Arbeitsreihenfolge der Bordmittel lautet: ORISON, COMPCAD, OST (OSD), G64x. Da die Bordmittel immer im TCP arbeiten, hat eine durch OST verurteilte Orientierungs-Bewegung keine Auswirkungen auf die Bahn, die durch die MCS-Bahn, die durch OST entsteht, wird von G64x nicht weiter bearbeitet. BCS besteht aus Linearachs- und Orientierungsverlauf. Wenn sowohl XYZ-TCP und Orientierungsverlauf C2-stellig sind, sind die MCS-Achsvariable auch C2-stellig. (Quelle: Siemens, Spielmann)



Bordmittel	Wirkbedingung am TCP (BCS)	Satzmodifikation
ORISON	Aktiv wenn programmiert	Verändert die Erdorientierung der Rotationsachsen, keine Kompression der Sätze
COMPCAD	Komprimiert G01 Sätze mit Winkeländerung $\leq 90^\circ$ (Compressor_Mode=100 → auch Kreisbögen)	Komprimiert mehrere Sätze zu einem C2-stelligen Satz (translatorische Achsen)
OST	Verschleift bei nichttangentialem Orientierungsverlauf C2 stellig	Erzeugt C2-stelligen Zwischensatz bei translatorischen Achsen
G645	Verschleift nichtkrümmungssteile Übergänge C2 stellig (Krümmungssteil)	Erzeugt C2-stelligen Zwischensatz bei translatorischen Achsen
G642	G645 schaltet auf G642 falls Satzübergang nicht tangential	Erzeugt C2-stelligen Zwischensatz bei translatorischen Achsen
G641	Verrundet nichttangentiale Übergänge C1 stellig (mit Kreissegmenten) (Linearachsen)	Erzeugt kreisförmigen Zwischensatz bei translatorischen Achsen
G64 OVL	Wirkt immer wenn keines der anderen Bordmittel aktiv war. Bei programmiertem OVL ist dieser aktiv.	Erzeugt Geschwindigkeitsprofil mit Überhöhtem Ruck für einen IPO-Takt



Markus Steinle © 10/2009 inspire AG, KTI Projekt 9166.1 "Regel- und modellbasierte Solveroptimierung für die Laserbearbeitung"



Abbildung B.1: Bordmittel-Anwendung-Siemens 840D.

Literaturverzeichnis

- [1] Prof. K. Wegener, Prof. P. Hora, Dr. W. Knapp, Dr. F. Kuster, and Th. Lorenzer. *Fertigungstechnik*, 2008.
- [2] Th. Schröder. *Entwicklung und Evaluation von Algorithmen zur zeitoptimierten Bewegungszerlegung bei kinematisch redundanten Werkzeugmaschinen*. PhD thesis, Technische Universität Chemnitz, 2007.
- [3] Bosch Rexroth AG. *Rexroth IndraMotion MTX 09VRS - Programmierhandbuch*, 2002.
- [4] Heidenhain. *Benutzer-Handbuch TNC 410, TNC 426, TNC 430*, 1999.
- [5] GE Fanuc Automation Europe. *Bedienungshandbuch*, 2002.
- [6] Precision MicroDynamics Inc. PMDi. *Committed to Advanced Motion Control*, 2009.
- [7] AG Siemens. *SINUMERIK Grundlagen Programmierhandbuch*, 2010.
- [8] Christian Weck, Manfred und Brecher. Vorschubantriebe zur Bahnerzeugung. In *Werkzeugmaschinen 3*, VDI-Buch, pages 235–247. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [9] Guang Yu. *Optimale Steuerung der Bewegung und der Geschwindigkeit für das drei- und fünfachsige Fräsen*. PhD thesis, 1996.
- [10] M. Hadorn. *Optimal Set Point Generation for Machine Tools under Nonlinear Constraints*. PhD thesis, ETH Zürich, Switzerland, 2007. DISS. ETH Nr. 1132.
- [11] Y. Zhao and P. Tsiotras. A quadratic programming approach to path smoothing. pages 5324–5329, 2011.
- [12] H. Kano, H. Fujioka, and C. F. Martin. Optimal smoothing and interpolating splines with constraints. 2011.
- [13] F. Braghin, F. Cheli, S. Melzi, and E. Sabbioni. Race driver model. *Computers & Structures*, 86:1503 – 1516, 2008.

-
- [14] D. Verscheure, B. Demeulenaere, J. Swevers, J. De Schutter, and M. Diehl. Practical Time-Optimal Trajectory Planning for Robots: a Convex Optimization Approach. 2008.
- [15] B. Sencer, Y. Altintas, and E. Croft. Feed optimization for five-axis CNC machine tools with drive constraints. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48:733 – 745, 2008.
- [16] Markus Steinlin. *Model based Feed-rate Optimization for Machine Tool Trajectories*. PhD thesis, 2012.
- [17] Florian Sellmann. *Geometrical tool path optimization according to manufacturing tolerances by the use of quasi redundant degrees of freedom in the case of 5-axis laser cutting*. PhD thesis, voraussichtlich 2013.
- [18] MathWorks. *Optimization Toolbox*, 2012.
- [19] Y. Altintas and K. Erkorkmaz. Feedrate Optimization for Spline Interpolation In High Speed Machine Tools. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 52(1):297 – 302, 2003.
- [20] Luigi Biagiotti and Claudio Melchiorri. Analytic Expressions of Elementary Trajectories. In *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*, pages 15–57. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [21] Werner Neundorf. *Polynome, Interpolation, Splines und Differentiation*. PhD thesis, Technische Universität Ilmenau, 2004.
- [22] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS Book*. Springer, 1996.
- [23] Hyungjun Park and Joo-Haeng Lee. B-spline curve fitting based on adaptive curve refinement using dominant points. *Computer-Aided Design*, 39(6):439 – 451, 2007.
- [24] AG Siemens. *SINUMERIK 840D sl / 828D Grundfunktionen*, 2010.
- [25] O. Zirn and S. Weikert. *Modellbildung und Simulation hochdynamischer Fertigungssysteme*. 2006.