

Diss. ETH No. 16429

Numerical Investigation of the Buckling Behaviour of Axially Compressed Circular Cylinders Having Parametric Initial Dimple Imperfections

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
LUC WULLSCHLEGER
Dipl. Masch.-Ing. ETH
born June 11, 1970
citizen of Zofingen AG (Switzerland)

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Paolo Ermanni, examiner

Prof. Dr. Hans-Reinhard Meyer-Piening (emeritus), co-examiner

Zürich, 2006

Abstract

Accurate analysis concerning static instability and reliable appointment of the buckling loads is important for safe design of thin-walled shell structures. Real shells contain geometric imperfections and other deviations from nominal values which have to be considered, as for buckling analyses on the basis of ideal conditions extreme discrepancies between prediction and test data can result. This thesis deals with the buckling behaviour of thin-walled, unstiffened cylinders under pure axial compression because of their extraordinary sensitivity to imperfections in the shell geometry. The parameters required for an application of real imperfections in a buckling analysis are difficult to be specified. And measured values of real imperfections for the design of any new cylinder shell are hardly available. In the absence of such data in most cases buckling patterns are used that result for perfect geometry and whose buckling patterns can be described with harmonic displacement functions. For safe shell design that imperfection shape is significant which yields the minimum buckling load. But, in general neither the geometry nor the amplitudes of the buckling patterns which contribute to the most damaging imperfection shape are known a priori. In addition, the monotone wavelike dimples forming the buckling patterns of perfect cylinders enclose the entire shell surface, and hence localized irregularities like single dents or bulges of different amplitude are insufficiently included. Consequently, due to the lack of adequate imperfections parameters, cylindrical shells still have to be designed by use of reduction factors to be applied to the analytical buckling loads for perfect cylinders. These reduction factors consider smallest empirical values and therefore provide critical loads which appear to be rather conservative. Moreover, such instructions exist for steel and other isotropic shell materials but not for laminated composite cylinders, for instance.

For these reasons the thesis on hand focusses on cylinders having lo-

calized imperfections in form of local inward or outward dimples. To investigate the influences of a single initial dimple on the instability behaviour of such cylinders, and separate from any effect of other irregularities, discrete parametric dents or bulges were added to FE models of unstiffened circular cylinders of otherwise perfect geometry. The chosen shape of a parametric dimple allowed to investigate the influence of its initial amplitude, its initial axial height, its initial circumferential width, and its axial position systematically and independently of other parameters. With regard to the absence of practical design recommendations for laminated composite cylinders the thesis on hand covers analyses of isotropic as well as of laminated CFRP shells.

Several parameter studies were conducted for a number of cylinders having dimples of different initial amplitude but fixed initial circumferential width and axial height. In addition, for a few cylinders and for some predefined initial amplitudes the initial axial height and circumferential width to the dimple was searched which reduce the axial cylinder stability the most. Finally the influence of the relative position of a second identical dent to the load carrying capacity was investigated. These series of analyses aimed at investigating whether there are single, localized initial dimples which reduce the nominal axial buckling load of an unstiffened circular cylinder more than imperfections derived from classical buckling patterns of ideal shells, and whether there is a worst geometry of such a single dimple imperfection. Further: is the instability behaviour the same for isotropic shells as for laminated composite shells having such a localized dimple imperfection? And, is there an important interaction between two initial dimples?

The dimple-parameter studies required a large amount of static and transient dynamic FE analyses. Most of the calculations performed were nonlinear buckling analyses, i.e. nonlinear static stress analyses under consideration of large displacements and rotations using Updated Lagrangian formulations with additional linear eigenvalue calculations, conducted after a selected number of small loading steps to determine the stability of pre-buckling states of stress and deformation. To manage the large number of shells with different buckling loads and behaviour considered, the nonlinear buckling analysis was adapted for an adaptive load step control which utilizes the intermediately extracted eigenvalues. For a selection of cylinders and dimples additional nonlinear transient dynamic analyses were conducted in order to research into the particular deformation processes of such shells under axial loading. Because of the relatively slow compression velocities assumed the implicit “single-step

HOUBOLT” method for time integration was preferred to the more common explicit operators. To reduce the number of time increments needed for stepwise convergence significant inertia damping was introduced.

In a classical analysis, for ideal, thin-walled unstiffened isotropic circular cylinders of medium length under pure axial compression the load-carrying capacity can be predicted analytically by means of simple equations. These equations follow from solving the coupled partial differential equations for equilibrium and compatibility in simply-supported cylinder with harmonic functions. There are also close-form solutions of the DONNELL-type shell equations available for thin-walled orthotropic composite cylinders. Such a classical analysis, however, is applicable exclusively for perfect cylinder geometry.

For the imperfection shapes and sizes considered no test results were available against which the FE analysis results could have been benchmarked. Instead, they are supported by convincing results of such calculations for similar cylinders with perfect geometry and for laminated CFRP cylinders with their measured imperfections included. The results of the ideal cylinders could be compared with values achieved with classical analyses, whereas for the analysis results of the CFRP shells with measured imperfections test data was available for comparisons.

The asymmetrically laminated CFRP cylinders analysed stem from a preceding European project which focussed on the correlation of measured buckling loads of test cylinders with analytical and numerical buckling load predictions. The FE analyses of these shells have shown that for such cylinders calculated buckling loads close to test values may be attained if measured imperfections are included in the analysis. It was further found that the consideration of imperfections requires the use of FE analysis methods which take geometric nonlinearity into account. The nonlinear buckling and transient dynamic FE analyses of these CFRP cylinders with perfect geometry and with measured imperfections applied finally provided the basis for the FE analyses of such cylinders having a single localized dimple.

The FE analyses of cylinders with an initial local dent or bulge yielded particular deformation processes including different local buckling phenomena which were hardly known from unstiffened circular cylinders with neither perfect geometry nor with imperfections distributed over the entire shell surface. Nevertheless, by means of systematic parameter variation some interrelationships between the results and the nominal dimensions of the cylinder and the dimple could be derived.

The initial circumferential curvature of a shell in the dimple plays a decisive role in the deformation process of the cylinders and in the run of their FE analyses. The differences in the behaviour pattern and the initial curvature led to a distinction between “shallow” and “deep” dents. Shallow dents with an initial amplitude smaller than a certain marginal depth provoke a distinct local buckling with a sudden snapping inwards of the dent to form a local flattened shell strip of reduced geometric axial stiffness. Deep dents, in turn, result in a continuous local flattening of the shell without any dynamic local-buckling incident prior to the total cylinder collapse.

Localized, shallow dents of particular initial circumferential width and axial height reduce the buckling load as much as axisymmetric inward dimples of identical initial amplitude. And a non-axisymmetric, shallow dent of adequate initial width and height may be as damaging as an imperfection-pattern that is given by a classical buckling mode of initial amplitude that is half the initial amplitude of the dent. Further, localized non-axisymmetric bulges impair the load carrying capacity less than localized dents of the same absolute initial amplitude, width, and height. Finally, the buckling load of a cylinder with single localized dent is only little different from that of a cylinder having two dents of identical size.

For isotropic cylinders the initial axial heights of dimples that reduces the buckling load the most for a preselected initial depth is close to the wavelength for classical axisymmetric buckling of a perfect cylinder. The initial circumferential widths of the worst dent is between two to three times the initial height, whereas the worst bulge is always axisymmetric.

The studies yielded that the cylinder length is also decisive for the local deformation processes of the shell in and in the adjacency of the initial dimples (local buckling) observed. The design recommendations in standards and literature considered for thin-walled, unstiffened isotropic cylinders under axial compression are conservative if the nominal radius and wall-thickness as well as the nominal cylinder length are taken into account.

For the laminated cylinders investigated accurate and general predictions of minimal buckling loads and of critical dimple dimensions could not be derived on basis of the cylinder geometry alone as the buckling behaviour patterns of such shells depend strongly on the laminate stacking. However, there was no indication that any laminated cylinder with any non-axisymmetric dimple results in a lower buckling load than an isotropic cylinder of identical radius, length and wall thickness also

having a non-axisymmetric dimple.

Kurzfassung

Die korrekte Analyse der statischen Stabilität und das zuverlässige Bestimmen der Beullasten spielen eine wichtige Rolle beim Konstruieren von dünnwandigen Schalenstrukturen. Echte Schalen beinhalten geometrische Imperfektionen und andere Abweichungen von Sollwerten. Diese sind bei einer Analyse zu berücksichtigen, da Traglastberechnungen aufgrund idealer Zustände zu extremen Unterschieden zwischen rechnerischer Vorhersage und Tests führen können. Die vorliegende Dissertation befasst sich mit dem Beulverhalten von dünnwandigen, unversteiften Kreiszyklindern unter reiner Axiallast wegen der ausserordentlichen Imperfektionsempfindlichkeit dieser Schalen. Die Parameter, die es für eine Anwendung echter Imperfektionen in einer Beulanalyse braucht, sind schwierig zu bestimmen. Und Messwerte solcher Imperfektionen für die Auslegung neuer Zylinderschalen sind kaum erhältlich. In Ermangelung solcher Daten werden meist Beulformen verwendet, welche für perfekte Schalengeometrie resultieren und deren Muster durch harmonische Funktionen beschrieben werden können. Für eine sichere Schalenkonstruktion ist dasjenige Imperfektionsmuster massgebend, welches die tiefste Beullast verursacht. Im Allgemeinen sind jedoch weder die Geometrie noch die Amplituden der Beulformen, welche zum schädlichsten Imperfektionsmuster beitragen, von vornherein bekannt. Zudem umhüllen die Beulformen perfekter Zylinder gleichmässig die ganze Schalenfläche. Folglich werden lokale Abweichungen wie einzelne Dellen oder Beulen nur ungenügend berücksichtigt. Mangels passender Imperfektionsparameter müssen zylindrische Schalen deshalb noch immer mittels Abminderungsfaktoren konstruiert werden, mit denen die analytischen Beullasten der perfekten Schalen entsprechend zu reduzieren sind. Diese Abminderungsfaktoren berücksichtigen kleinste empirische Werte und liefern so eher konservative Traglasten. Ausserdem existieren solche Auslegungs-Richtlinien für Stähle und andere isotrope

Schalenmaterialien, aber nicht für Zylinder aus orthotropem Faserverbund, beispielsweise.

Aus diesen Gründen behandelt die vorliegende Arbeit das Instabilitätsverhalten von unverteiften Kreiszyklindern unter reiner Axiallast, welche mit örtlich begrenzten Imperfektionen in Form einer einzelnen Delle oder Beule behaftet sind. Um die Wirkung einer einzelnen derartigen Vorbeule getrennt vom Einfluss anderer Geometrieabweichungen zu untersuchen, wurden diskrete, parametrische Dellen oder Beulen an FE-Zylindern mit ansonsten perfekter Geometrie angebracht. Die gewählte Form einer parametrischen nach innen oder nach aussen gerichteten Vorbeule ermöglichte es, den Einfluss ihrer Anfangsamplitude, ihrer Anfangsbreite in Umfangsrichtung, ihrer Anfangshöhe in axialer Richtung sowie ihre Anfangsposition systematisch und unabhängig von anderen Parameter zu untersuchen. Im Hinblick auf das Fehlen zweckmässiger Konstruktionsempfehlungen für Komposit-Zylinder umfasst diese Dissertation die Analyse von isotropen wie auch von laminierten CFK-Schalen.

Es wurden zahlreiche Parameterstudien an Zylindern mit einer Vorbeule von unterschiedlicher Anfangsamplitude aber fester Anfangsbreite und -höhe durchgeführt. Zudem wurde für einige Zylinder und einzelne gewählte Anfangsamplituden diejenigen Anfangshöhen und Anfangsbreiten gesucht, welche jeweils die axiale Festigkeit der Schale am meisten reduziert. Schliesslich wurde auch der Einfluss der relativen Lage einer zweiten, identischen Vorbeule auf die Tragfähigkeit eines Zylinders untersucht.

Ziel dieser Analysen war es, zu untersuchen, ob es einzelne, örtlich begrenzte Vorbeulen gibt, die die nominale axiale Beullast eines unverteiften Kreiszyklinders mehr reduzieren als Imperfektionen, die auf klassische Beulmuster idealer Zylinder beruhen. Und: Existieren ungünstigste Geometrien von solchen Vorbeulen? Zudem: Ist der Effekt einer Vorbeule der gleiche für isotrope Zylinder wie für laminierte Komposit-Zylinder? Und schliesslich: Gibt es eine wesentliche Interaktion zwischen zwei identischen Vorbeulen in einer Zylinderschale?

Die Vorbeulen-Parameterstudien erforderten eine grosse Zahl von statischen und transient-dynamischen FE-Analysen. Die meisten durchgeführten Berechnungen waren Nichtlineare Beulanalysen, d.h. nicht-lineare statische Spannungsanalysen unter Berücksichtigung grosser Verschiebungen und Rotationen mittels Umgeformter Lagrangesche Formulierungen und zusätzlichen linearen Eigenwertanalysen, welche nach

ausgewählten kleinen Lastschritten ausgeführt wurden, um die Stabilität der Vorbeulzustände zu bestimmen. Um die grosse Zahl von Schalen mit unterschiedlichen Beullasten und Verhaltensmuster besser bewältigen zu können wurde die Nichtlineare Beulanalyse so modifiziert, dass die regelmässig, jeweils nach einigen Lastschritten berechneten Eigenwerte die Grösse der nachfolgenden Lastschritte automatisch passend einstellt. Für eine Auswahl von Zylindern und Vorbeulgeometrien wurden zusätzlich auch nichtlineare transient-dynamische FE-Analysen durchgeführt, um die speziellen Deformationsprozesse solcher Schalen näher zu untersuchen. Wegen der angenommenen relativ langsamen Kompressions/-geschwindigkeit wurde dazu der impliziten “Einzelschritt-Houbolt-Methode” zur Zeit-Integration gegenüber den gebräuchlicheren expliziten Methoden den Vorzug gegeben. Durch Aufbringen erheblicher Trägheitsdämpfung konnte die Anzahl der benötigten Zeitschritte reduziert werden.

In einer Klassischen Beulanalyse kann die Tragfähigkeit von idealen, dünnwandigen, unversteiften isotropen Kreiszyinderschalen mittlerer Länge unter reinem Axialdruck mit Hilfe einfacher Gleichungen analytisch berechnet werden. Diese Gleichungen entstammen der Lösung der gekoppelten partiellen Differentialgleichungen für Gleichgewicht und Kompatibilität in gelenkig gelagerten Zylinder mittels harmonischer Funktionen. Geschlossene Lösungen solcher Donnell’scher Schalengleichungen stehen auch für dünnwandige orthotrope Composite-Zylinder zur Verfügung. Eine solche Klassische Beulanalyse ist jedoch ausschliesslich für perfekte Zylindergeometrie anwendbar.

Für die untersuchten Imperfektionsmuster standen keine Testresultate zur Verfügung, mit welchen die Resultate der FE-Analysen hätten verglichen werden können. Stattdessen gründet deren Qualität auf überzeugenden Resultaten solcher Berechnungen von ähnlichen Zylinder mit idealer Geometrie und von laminierten CFK-Zylinder, deren gemessene Imperfektionen in ihr FE-Modell eingefügt wurden. Die Resultate zu den idealen Zylinder konnten mit Werten aus Klassischen Beulanalysen verglichen werden. Für Vergleiche mit den Analyseresultaten der CFK-Schalen mit gemessenen Imperfektionen konnten Testwerte herangezogen werden.

Die untersuchten unsymmetrisch laminierten CFK-Zylinder entstammen einem vorangegangenen europäischen Projekt, in welchem die Korrelation zwischen den Beullasten aus Tests und aus numerischen Berechnungen im Mittelpunkt stand. Die FE-Analysen dieser Schalen hatten gezeigt, dass für solche Zylinder sehr gute Resultate erzielt werden

können, falls in der Analyse gemessene Imperfektionen berücksichtigt werden. Es wurde weiter erkannt, dass eine Berücksichtigung von Imperfektionen der Anwendung von FE-Analyse-Methoden bedarf, welche sich für geometrische Nichtlinearitäten eignen. Die Nichtlineare Beulanalysen und die transient-dynamischen FE-Analysen dieser CFK-Zylinder mit perfekter Geometrie und mit gemessenen Imperfektionen dienten schliesslich als Basis für die Analysen von solchen Zylinder, die mit einzelnen parametrischen Vorbeulen behaftet sind.

Die FE-Analysen von mit einer einzelnen Vorbeule behafteten Zylinder brachten spezielle Verformungsprozesse, inklusive verschiedene lokale Beulphänomene, hervor, die sonst von unversteiften Kreiszyylinder kaum bekannt waren – weder für perfekte Geometrie noch für über die ganze Schalenfläche verteilte Imperfektionen. Dennoch konnten mittels systematischer Parametervariation einige Zusammenhänge zwischen den Resultaten und den nominalen Dimensionen der Zylinder und der Vorbeulen eruiert werden.

Die Anfangskrümmung der Schale in der Vorbeule in Umfangsrichtung spielt eine entscheidende Rolle im Verformungsprozess der Zylinder und dem Ablauf ihrer FE-Analysen. Die Unterschiede im Verhaltensmuster und der Anfangskrümmung führte zu einer Unterscheidung zwischen “tiefen” und “seichten” Dellen. Eine seichte Delle mit einer Anfangstiefe kleiner als ein gewisser Grenzwert verursacht ein ausgeprägtes lokales Beulen mit einem plötzlichen Durchschlagen der Zylinderschale in der Delle weiter nach innen, um so einen abgeflachten Schalenstreifen von reduzierter geometrischer axialer Steifigkeit zu erzeugen. Eine tiefe Delle hingegen resultiert in einem kontinuierlichen lokalen Abflachen der Zylinderschale ohne dynamischen lokalen Beulvorgang bei Lasten unterhalb der Kollapslast des gesamten Zylinders.

Örtlich begrenzte seichte Dellen von kritischer Anfangsbreite und -höhe reduzieren die axiale Beullasten gleich stark wie axialsymmetrische, ringförmige Dellen von gleicher Anfangstiefe. Und eine lokale, unsymmetrische seichte Delle von kritischer Anfangsbreite und -höhe kann gleich schädlich sein wie ein Imperfektionsmuster, das von einem Beulmuster eines idealen Zylinders abgeleitet ist und deren Anfangsamplitude der Hälfte der Anfangstiefe der Delle entspricht. Ferner schwächen lokale, unsymmetrische Beulen die Tragfähigkeit weniger als lokale Dellen von gleicher absoluter Anfangshöhe, -breite und -amplitude. Des Weiteren ist die Beullast eines Zylinders mit einer einzelnen lokalen Delle nur unwesentlich höher als mit einer zusätzlichen zweiten Delle gleicher Grösse.

Die Studien ergaben, dass die nominale Zylinder-Länge ebenfalls ausschlaggebend ist für die lokalen Verformungsprozesse der Schalen in den Vorbeulen und in deren Umgebung (lokales Beulen). Die Ausführungsempfehlungen in Normen und in der Fachliteratur für dünnwandige, urversteifte isotrope Zylinder unter Axiallast sind denn insoweit konservativ, als in der Analyse der nominale Zylinderradius, die nominale Wandstärke wie auch die nominale Zylinderlänge berücksichtigt sind.

Für isotrope Zylinder ist die Anfangshöhe in axialer Richtung der Vorbeulen, die die Beullast für eine gegebene Anfangsamplitude am meisten reduzieren, nahe der Wellenlänge für klassisches axialsymmetrisches Beulen eines perfekten Zylinders. Die Anfangsbreite in Umfangsrichtung der "schlimmsten" Delle ist auf etwa zwei bis drei mal der Anfangshöhe begrenzt, die "schlimmste" Beule hingegen ist immer axialsymmetrisch (Ringbeule). Für die laminierten CFK-Zylinder konnte keine genaue und allgemeine Vorhersage über die Dimensionen der jeweils "schlimmsten" Vorbeulen nur auf der Basis der nominalen Zylindergeometrie abgeleitet werden, da deren Beulverhalten auch stark von der Reihenfolge und Orientierung der Laminatschichten abhängt. Indes gibt es kein Anzeichen dafür, dass ein laminiertes Zylinder mit einer lokalen unsymmetrischen Vorbeule in einer tieferen Beullast resultiert als ein isotroper Zylinder gleicher Länge, gleichen Radius und gleicher Wandstärke, ebenso behaftet mit einer lokalen unsymmetrischen Vorbeule.