

DISS. ETH NO. 18997

Probability Density Function Approach for Modeling Multi-Phase Flow in Porous Media

A dissertation submitted to

ETH ZURICH

for the degree of
Doctor of Sciences

presented by
Manav Tyagi

M. Tech. Mechanical Engineering, IIT Madras
born on December 10, 1981
citizen of India

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Patrick Jenny, examiner
Prof. Dr. Hamdi A. Tchelepi, co-examiner
Prof. Dr. Wolfgang Kinzelbach, co-examiner

2010

Abstract

Many of the complex physical processes relevant for compositional multi-phase flow in porous media are well understood at the pore-scale level. In order to predict flow in subsurface formations, however, it is not feasible to perform simulations at these small scales directly and effective macroscopic models for multi-phase descriptions at the Darcy scale are needed. Unfortunately, in many cases it is not clear how the micro-scale knowledge can rigorously be translated into consistent macroscopic equations. The goal of this work is to develop a general probabilistic modeling framework, where the micro-scale Lagrangian statistics can consistently be deployed to obtain macroscopic average flow behavior. For this purpose, the evolution of joint probability density functions (PDFs) of random flow variables in physical and probability spaces is considered, which leads to a high-dimensional joint-PDF transport equation. This equation is solved by evolving an ensemble of notational fluid particles with particle properties being the random flow variables, which are governed by stochastic processes honoring specified Lagrangian statistics. While the PDF-approach provides a rigorous framework for translating the micro-scale physics into a macroscopic flow description, the stochastic particle method (SPM) is a computational tool for simulating the resulting macroscopic flow dynamics. Several one- and two-dimensional numerical simulations demonstrate that with appropriate stochastic rules the SPM for multi-phase flow in porous media is consistent with the standard Darcy flow formulation. Note that the joint-PDF equation can be used to derive transport equations in physical space for the conditional stochastic moments (and joint-moments). In general however, these equations do not form a closed system.

To demonstrate modeling advantages of the PDF-approach, an immiscible two-phase flow (e.g. CO_2 and brine) with non-equilibrium dissolution of CO_2 into the brine phase is considered. The brine with dissolved CO_2 is denser than the pure brine and sinks down, thus leading to density-driven unstable gravity currents. A stochastic model based on the fine scale physics of dissolution is used in the PDF-approach. It is shown that the resulting set of transport equations for the stochastic moments (mean, variance etc.) does not form a closed system. In the traditional Darcy formulation, for example, these transport equations are closed by neglecting the concentration variance. However, with several one- and two-dimensional simulations it can be shown that the PDF and standard Darcy modeling approaches give drastically different results. While the PDF-approach properly accounts for

the long correlation length scales and the concentration variance in density-driven gravity currents, this phenomenon cannot be captured accurately with a standard Darcy model.

As another application of the PDF-approach, the macroscopic behavior of non-wetting phase ganglia in multi-phase flow through porous media is modeled. Ganglion mobilization and trapping are modeled by a two-state jump process with transition probabilities given as functions of ganglion size. Coalescence and breakup of ganglia influence the ganglion size distribution, which is modeled by a Langevin equation. For the case, in the limit of one time scale being smaller or larger than the others, a closed set of moment transport equations can be obtained. For slowly varying flows, the saturation transport equation appears in closed form with the mean mobility being fully determined, if the equilibrium PDFs are known. A two-equation transport model (one for the saturation and one for the mean mobility) is obtained in the limit of very fast coalescence and breakup processes. This model is employed to mimic hysteresis in the relative permeability-saturation curves; a well known phenomenon observed in the successive processes of imbibition and drainage. Numerical simulation results show a strong influence of correlation times on flow.

Zusammenfassung

Bei der Betrachtung der Porenlängenskala kann davon ausgegangen werden, dass viele jener komplexen physikalischen Prozesse, welche eine wichtige Rolle aus zusammengesetzten Mehrphasenströmungen in porösen Medien spielen, wohlverstanden sind. Die Simulation dieser Strömungen ist auf diesen Längenskalen aber nicht möglich, weswegen effiziente makroskopische Modelle zur Beschreibung der Mehrphasigkeit auf der sogenannten Darcy-Längenskala benötigt werden. Die exakte Übertragung der auf der mikroskopischen Ebene gewonnenen Erkenntnisse in konsistente makroskopische Gleichungen ist oft nicht eindeutig. Das Ziel dieser Arbeit ist die Bereitstellung einer allgemeinen probabilistischen Umgebung innerhalb derer die Lagrange'schen statistischen Vorgänge der Mikroskala angewandt werden um Erkenntnisse über die makroskopischen Strömungsvorgänge zu gewinnen. Dazu wurde die Weiterentwicklung von zusammengesetzten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (PDF) für willkürlich ausgewählte Strömungsvariablen in physikalischen und probabilistischen Räumen betrachtet. Daraus ergibt sich eine mehrdimensionale Transportgleichung für jene PDF. Diese Gleichung kann gelöst werden, indem eine Menge künstlicher Fluidpartikel, deren Eigenschaften willkürlich gewählte Strömungsvariablen repräsentieren, freigesetzt werden. Deren Bewegung erfolgt nach einem stochastischen Prozess, welcher spezifischen Lagrange'schen statistischen Vorgängen genügt. Während die Vorgehensweise mittels PDF eine eindeutige Umgebung zur Übertragung von physikalischen Vorgängen von der mikroskopischen auf die makroskopische Strömung bereitstellt, bietet die Methode der stochastischen Partikel (SPM) ein numerisches Werkzeug zur Simulation der aus der oben erwähnten Umgebung sich ergebenden makroskopischen Strömung. Mehrere ein- und zweidimensionale Simulationen zeigen, dass die SPM unter der Verwendung geeigneter stochastischer Regeln mit der gewöhnlichen Darcy Formulierung für mehrphasige Strömung in porösen Medien übereinstimmt. Darüber hinaus gilt der Hinweis, dass die zusammengesetzte PDF-Gleichung zur Herleitung von Transportgleichungen für stochastisch bedingte Momente (und zusammengesetzte Momente) im physikalischen Raum benutzt werden kann. Diese Gleichungen bilden allerdings im Allgemeinen kein geschlossenes Gleichungssystem.

Die Vorteile der Modellierung mittels PDF werden an Hand einer sich im Ungleichgewicht befindlichen, unmischbaren Zweiphasenströmung (z.B. CO_2 in einer Salzlösung) gezeigt. Die Salzlösung mit gelöstem CO_2 besitzt eine höhere Dichte als die einfache Salzlösung und sammelt sich am Boden und führt somit zu einer Ausgleichsströmung in Folge der vorliegenden Dichte-

gradienten. Bei der PDF Vorgehensweise kommt ein auf der feinskaligen Physik von Lösungen beruhendes stochastisches Modell zum Einsatz. Es wird gezeigt, dass die resultierenden Transportgleichungen für die stochastischen Momente (Mittelwert, Varianz, usw.) kein geschlossenes Gleichungssystem bilden. In der traditionellen Formulierung nach Darcy führen diese Gleichungen zu einem geschlossenen System indem die Varianz der Konzentration vernachlässigt wird. Allerdings zeigen ein und zweidimensionale Simulationen, dass sich die Ergebnisse aus der PDF-Methode und der Darcy'schen Vorgehensweise stark unterscheiden. Während die PDF-Methode grosse Korrelationslängen sowie die Varianz der Konzentration in den Ausgleichsströmungen gut wiedergibt, wird dieses Phänomen im Standardmodell nach Darcy nicht korrekt erfasst.

Eine weitere Anwendung der PDF Methode bietet die Modellierung des makroskopischen Verhaltens nicht benetzender Ganglien in einer Mehrphasenströmung in porösen Medien. Die Mobilisierung und das Festsetzen von Ganglien werden durch einen Sprung zwischen Zuständen modelliert, wobei die Übergangswahrscheinlichkeit mittels einer von der Ausdehnung der Ganglien abhängigen Funktion wiedergegeben wird. Die Vereinigung und Aufspaltung der Ganglien beeinflussen die Grössenverteilung der Ganglien, welche durch eine Langevin'sche Gleichung modelliert wird. Ein geschlossenes System von Transportgleichungen für die Momente kann in Fällen grenzwertiger Zeitskalen gefunden werden. Falls die PDF für den Gleichgewichtszustand in sich langsam ändernden Strömungen bekannt sind, liegt die Transportgleichung der Sättigung in geschlossener Form vor, wobei die mittlere Mobilität vollständig definiert ist. Ein Zwei-Gleichungsmodell für die Sättigung und die mittlere Mobilität wird für den Grenzwert sehr schneller Koaleszenz und Aufspaltung gefunden. Dieses Modell kann zur Nachahmung einer Hysterese in den relativen Permeabilitäts-Sättigungskurven genutzt werden; ein wohl bekanntes Phänomen, das in den aufeinander folgenden Prozessen der Imbibition und Drainage beobachtet wird. Numerische Simulationen zeigen einen starken Einfluss der Korrelationsdauer auf die Strömung auf.