

Diss. ETH N° 21813

# Mechanics of 3D Lattice Structures Produced by Rapid Prototyping

## Experiments and Numerical Simulations

A thesis submitted to attain the degree of

Doctor of Science  
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

DANIEL CADUFF

MSc ETH Bau-Ing., ETH Zurich

born 11<sup>th</sup> May 1983

citizen of Castrisch

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Mario Fontana (examiner)  
Institute of Structural Engineering, D-Baug, ETH Zürich

Prof. Dr. ir. Jan G.M. van Mier (co-examiner)  
Bergschenhoek, The Netherlands

2014

# Zusammenfassung

Stabgitter-Modelle stellen ein geeignetes Instrument dar, um das mechanische Verhalten sowie das Bruchverhalten von spröden, heterogenen Materialien wie Fels, Eis oder Beton numerisch zu simulieren. Das mechanische Verhalten von Gitterstrukturen wird in der vorliegenden Arbeit untersucht wobei die Heterogenität von den genannten Materialien vernachlässigt wird um die Problemstellung zu vereinfachen. Rapid Prototyping wurde für die Herstellung der physischen Gitterstrukturen bestehend aus  $9 \times 9 \times 9$  Zellen und der einzelnen Gitterstäbe als Produktionsverfahren gewählt, um die experimentellen Daten zu erhalten. Die gewünschte geometrische Genauigkeit und eine gewisse Homogenität im Material wurden durch den Einsatz eines 3D-Photopolymerdruckers erreicht. Der Einfluss von unterschiedlichen Stabschlankheiten und Querschnittsgeometrien der Einzelstäbe auf das Verformungsverhalten der Gitterstruktur wurde durch die Verwendung von vier unterschiedlichen Stabformen untersucht.

Das Verformungsverhalten von den Gitterstrukturen wurde anhand zwei unterschiedlicher Modelle simuliert. Die mechanischen Eigenschaften der Einzelstäbe wurden für das klassische Modell gemessen, welches gewöhnlich von anderen Forschern verwendet wird. Die Messungen wurden in einer selbst entwickelten Mikro-Belastungseinrichtung durchgeführt. Ein plastisches Verhalten der Einzelstäbe wurde durch eine Erweiterung des klassischen Modells berücksichtigt. Das getestete Material weist ein visko-elastisches Materialverhalten auf. Die mechanischen Eigenschaften der Einzelstäbe mit den vier unterschiedlichen Formen weisen einen klaren Grössen- und Formeinfluss auf. Daher konnten keine universellen Materialparameter für das klassische Modell gefunden werden.

Ein neuer Modellierungsansatz wurde untersucht, welcher von Van Mier (2007, 2012, 2013) vorgeschlagen wurde. Das Modell ist direkt vom Kraft-Verformungsverhalten der Einzelstäbe abhängig. Viele Annahmen des klassischen Modells können damit vermieden werden wenn das Kraft-Verformungsverhalten der Einzelstäbe die Basis der Analyse bildet und nicht mehr die klassischen Materialgesetze auf der Basis von Spannungen und Dehnungen. Die Einzelstäbe wurden unter unterschiedlichen Randbedingungen bzw. verschiedenen Querkraft/Normalkraftverhältnissen und unter Zug- und Druckbelastung in der Mikro-Belastungseinrichtung getestet, um die nötigen Verformungskurven für das neue Modell zu erhalten.

Die physischen Gitterstrukturen wurden unter Zug- und Druckbelastung getestet. Die Oberflächendeformation wurde während den Experimenten mittels dreidimensionaler Bildkorrelation gemessen, um Informationen über das Verformungsverhalten zu gewinnen. Die unter Zugbeanspruchung belasteten Gitterstrukturen weisen eine ungleichförmige Verformung über die gesamte Höhe auf, was zu einer

hohen Streuung in der gemessenen Maximalkraft führt. Die Ebene mit der kleinsten Verformungsrate schreibt die maximal erreichbare Kraft aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens vor. Die unter Druck beanspruchten Gitterstrukturen weisen eine kleine Streuung in der gemessenen Maximalkraft auf, wobei die Ebene mit der höchsten Verformungsrate die maximale Kraft vorgibt.

Die Resultate der beiden Modelle stimmen mit den Experimenten unter Zugbeanspruchung überein, wobei der neue Modellierungsansatz das Verformungsverhalten der Gitterstrukturen präziser beschreibt. Der neue Modellierungsansatz ist imstande, das viskoelastische Verformungsverhalten zu charakterisieren wobei die Berechnungen des klassischen Modells ein linear elastisches-plastisches Verformungsverhalten ergeben. Die Eingabecharakteristik der Einzelstäbe beschreibt direkt das Verformungsverhalten der Gitterstruktur für beide Modelle. Das klassische Modell reagiert sensitiv auf Veränderungen der Eingabeparameter. Eine kleine Veränderung der Steifigkeit des plastischen Bereichs der Einzelstäbe resultiert in einer ausgeprägten Veränderung der maximalen Gitterdeformation, bei welchem dieses versagt. Der neue Modellierungsansatz weist keine solche Sensitivität auf, was die Zuverlässigkeit der Resultate des neuen Modell unterstreicht.

Das klassische Modell liefert keine befriedigende Resultate für das Verformungsverhalten der Gitterstrukturen unter Druckbeanspruchung, auch wenn die Effekte 2. Ordnung berücksichtigt werden. Mit dem neuen Modellansatz werden bessere Resultate erzielt speziell für Gitterstrukturen, welche Stäbe mit einer grossen Schlankheit enthalten. Die Resultate beider Modelle sind stark abhängig von den Eigenschaften der im Gitter horizontal liegenden Stäbe. Die Veränderung der Eigenschaften der horizontal liegenden Stäbe beeinflusst die maximal erreichbare Kraft des Gitters sowie das Verformungsverhalten nach der Maximalkraft. Die Eigenschaften dieser Stäbe sind schwer zu bestimmen aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens.

# Abstract

Beam lattice models are a convenient tool to simulate (numerically) the mechanical and fracture behaviour of brittle disordered materials like rock, ice or concrete. The mechanical behaviour of lattice structures is investigated in this thesis without considering the heterogeneity of the mentioned materials in order to simplify the study. Physical lattice structures ( $9 \times 9 \times 9$  cells) and single beam elements with an accurate geometry were produced by means of Rapid Prototyping. The specimens i.e. the single beam elements and the global lattices were loaded in uniaxial tension and uniaxial compression. A three dimensional photopolymer printer was used to achieve the desired geometrical accuracy and a certain homogeneity in the material. Four different single beam shapes were chosen to investigate the influence of different slenderness ratios and cross-sectional geometries of single elements on the lattice deformation behaviour.

Two different lattice models were investigated to simulate the deformation behaviour of the physical lattice structures. The single beam element properties were measured by using a micro-mechanical loading device for the classical model which is commonly used by other researchers. This model was extended to handle also a plastic behaviour of the beam elements. The material shows a distinct visco-elastic behaviour. The tested single beam elements with the four different shapes show a distinct size and shape effect on the element properties. Universal material properties for the classical model could not be determined.

A new model approach, which was recently proposed by Van Mier (2007, 2012, 2013), was investigated where the model is directly based on the load and displacement information of the single beam elements. Many assumptions of the classical model can thereby circumvented when the load-deformation response of the single element forms the basis for the analysis and not any longer classical constitutive equations based on stress and strain. The single beam elements were also loaded in a micro-mechanical loading device in tension and compression under different loading conditions (i.e. shear to normal force ratios) to obtain the information required for the new model approach.

The physical lattice structures were tested under tensile and compressive load. The surface deformation during the experiments was measured with a three-dimensional image correlation system to obtain the deformation characteristics of the physical lattice structures. The global lattice structures under tension show a non-uniform deformation over the whole height. This leads to a high scatter in the measured maximum forces whereas the layer with the smallest loading rate determines the force capacity. The experiments under compression show a small scatter whereas the layer with the highest loading rate determines the force

capacity.

The results from the classical model and the new model approach are in agreement with the experiments under tensile load. However, the new model approach reproduces the deformation behaviour of the lattice more precisely. It is capable to characterize the visco-elastic deformation behaviour whereas the classical model shows a linear elastic-purely plastic deformation behaviour of the lattice structure. The input characteristic of the single beam elements prescribes directly the structural behaviour in both models. The classical model is more sensitive to changes of the input parameters especially when changing the stiffness of the plastic part of the single element behaviour. Only a small variation leads to a distinct change of the maximum lattice deformation where the lattice fails. The new model approach does not show such sensitivity to changes of the input parameters. This makes the new model approach more reliable.

The simple classical model is not capable to simulate the deformation behaviour of the lattice structures under compression. The measured deformation behaviour could not be simulated satisfactory, also not when the second order effect was taken into account. The new model approach shows a better agreement with the experiments especially for lattice structures which contain beams with a high slenderness. The results from both models strongly depend on the properties of the in-plane beams loaded in tension. The properties of these beams influence the maximum force and the deformation behaviour after the maximum force. The in-plane beam properties are difficult to determine due to the visco-elastic material behaviour. These beams have a low deformation rate compared with the out-of-plane beams loaded under compression.