

Diss. ETH No. 18763

# Computational Aspects of Measurement Uncertainty Calculation

A dissertation submitted to the

**Swiss Federal Institute of Technology, Zürich**

for the degree of

**Doctor of Sciences**

presented by

Martin Ernst Müller

Dipl.-Inf. TU-München

born June 5th, 1977 in Dornbirn, Austria

citizen of Austria

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Walter Gander, examiner

Dr. Matthias Rösslein, co-examiner

Prof. Dr. Joachim Buhmann, co-examiner

2009

# Abstract

The value of a measurement result without an indication of the confidence is rather limited. A useful measure of this confidence is measurement uncertainty. Measurement uncertainty is defined as a parameter that characterizes the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the result of a measurement. The dispersion of the measurement result follows from the dispersion of the different quantities influencing the measurement. The available and relevant information about the influence quantities is described by probability density functions. The propagation of them through the measurement model yields again a probability density function representing the state of knowledge about the outcome of the measurement. This probability density function is used to calculate a parameter representing the measurement uncertainty. In doing so, difficulties regarding the calculation of measurement uncertainty including complex-valued quantities and calibration problems are avoided taking the complete available knowledge into account. An appropriate way to propagate probability density functions through an arbitrary measurement model is based on the Monte Carlo method. As this method is computationally intensive, it is necessary to implement it in an adequate way. This thesis elaborates the computational aspects of measurement uncertainty calculation and in particular the computational aspects of the Monte Carlo method. The results of this elaboration are integrated in the software tool *MUSE*. A proof of concept is given throughout the whole thesis using various examples.

# Zusammenfassung

Die Aussage eines Messergebnisses ohne die Angabe eines Vertrauens ist gering. Eine geeignete Art dieses Vertrauen auszudrücken besteht darin, die Messunsicherheit anzugeben. Dabei ist die Messunsicherheit als ein Parameter der die Streuung der Werte, die dem Messergebnis vernünftigerweise zugeordnet werden können, definiert. Die Streuung der Messwerte resultiert aus der Streuung der einzelnen Einflussgrößen, welche das Messergebnis beeinflussen. Das vorhandene und relevante Wissen über diese Einflussgrößen wird als Wahrscheinlichkeitsdichte ausgedrückt. Die Fortpflanzung dieser Wahrscheinlichkeitsdichten durch das Messmodell resultiert wiederum in einer Wahrscheinlichkeitsdichte, welche das gesamte Wissen über das Messergebnis enthält. Diese Wahrscheinlichkeitsdichte wird verwendet, um einen Parameter zu bestimmen, welcher die Messunsicherheit ausdrückt. Somit werden Schwierigkeiten bei der Berechnung der Messunsicherheit mit komplexwertigen Größen und bei Kalibrierproblemen vermieden, da das gesamte vorhandene Wissen verwendet wird, um die Messunsicherheit zu berechnen. Die Monte Carlo Methode stellt eine gute Möglichkeit dar, Wahrscheinlichkeitsdichten durch beliebige Messmodelle zu propagieren. Da diese Methode sehr rechenintensiv ist, wird eine adäquate Implementierung benötigt. Diese Doktorarbeit behandelt die Aspekte der Messunsicherheitsberechnung bei der Implementierung auf einen Computer und im speziellen die Aspekte der Implementierung der Monte Carlo Methode. Alle Resultate dieser Arbeit sind in der Software *MUSE* integriert. Die Anwendbarkeit der Resultate wird in der gesamten Arbeit anhand von Beispielen aus der Praxis belegt.