

# Dimensionieren II

## Sommer 2004

### **Educational Material**

**Author(s):**

Meier, Markus

**Publication date:**

2004

**Permanent link:**

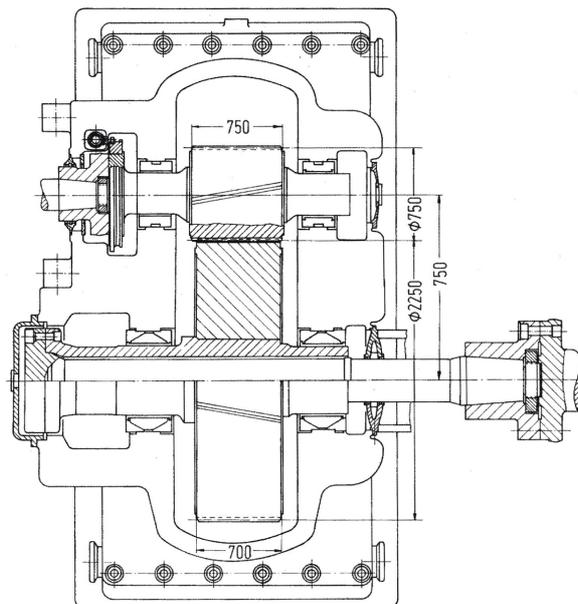
<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004715084>

**Rights / license:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

# Dimensionieren II

Autor: Prof. Dr. Markus Meier  
Sommer 2004





## Dimensionieren II

<b>Schweisverbindungen</b> .....	<b>1</b>
Überblick .....	3
Normen / Richtlinien .....	5
Dimensionierung von Schweisverbindungen bei ruhender Beanspruchung .....	8
Zusammenfassung .....	27
<b>Lötverbindungen</b> .....	<b>1</b>
Überblick .....	3
Zug/Druck-Beanspruchung einer Lötverbindung .....	4
Scherbeanspruchung einer Lötverbindung .....	5
Schubbeanspruchung einer Welle-Nabe Lötverbindung .....	6
Zulässige Spannungen bei Lötverbindungen .....	7
Zusammenfassung .....	8
<b>Klebeverbindungen</b> .....	<b>1</b>
Überblick .....	3
Beanspruchungen .....	4
Dynamisch belastete Klebeverbindungen .....	9
Klebstoffeigenschaften .....	10
Zusammenfassung .....	11
<b>Federn</b> .....	<b>1</b>
Überblick .....	3
Federeigenschaften .....	10
Gekoppelte Federn .....	13
Federarbeit .....	20
Wirkungsgrad/Dämpfungswert .....	27
Federvorspannung .....	29
Federschwingsystem .....	30
Auslegung und Berechnung der Federn .....	31
Zusammenfassung .....	64
<b>Welle-Nabe-Verbindungen</b> .....	<b>1</b>
Überblick .....	3
Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen .....	11
Reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen .....	33
Elemente zur axialen formschlüssigen Lagesicherung .....	75
Elemente zur axialen reib-/formschlüssigen Lagesicherung .....	78
Gestaltung von Naben .....	79
Zusammenfassung .....	82



# Schweissverbindungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier



# 1. Überblick

## Motivation

In verschiedenen Industriebereichen ist die Schweissverbindung eine sehr wichtige Technologie. Wenn wir uns die Karosserie eines Autos näher betrachten, finden wir tausende von Widerstandsschweisspunkten, Laserschweissnähten und Schmelzschweissungen. Grosse Belastungen werden diesen Schweissungen übertragen und wir vertrauen bei hohen Geschwindigkeiten ohne Bedenken darauf, dass Ingenieure und Ingenieurinnen eine zuverlässige Berechnungsarbeit vollbracht haben.

Als Beispiel sei hier die Aluminiumkarosserie des Audi A8 dargestellt. Strangpress- und Druckgussteile sind durch Schweissen verbunden.

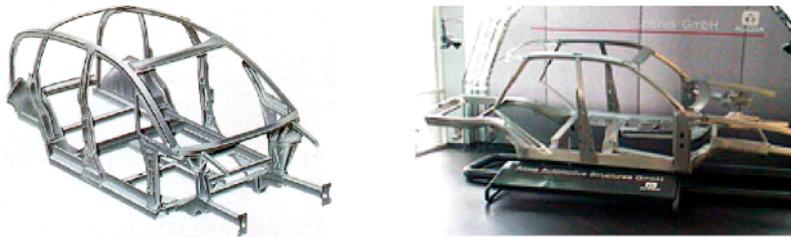


Bild (B001sWS) Karosserie eines Audi A2

Schweissen ist das häufigste verwendete Fügeverfahren, der unlösbaren Verbindungen.

Die Vielzahl von unterschiedlichsten Schweissverfahren und die zugehörigen Konstruktionsrichtlinien sind in der Sektion Fertigungsverfahren: Fügen durch Schweissen dargestellt, die zugehörige zeichnerische Darstellung und Symbolik in: Darstellung Technischer Objekte. In der vorliegenden Sektion soll die Festigkeitsberechnung im Vordergrund stehen.

## Lernziele

Die Studierenden sollen in der Lage sein, die Schnittkräfte und Momente einer Schweissverbindung zu bestimmen, für Stumpf- und Kehlnähte als auch für Punktschweissungen die Spannungskomponenten zu berechnen und ruhende und einfach wechselnde Festigkeitsberechnungen durchzuführen.

## Einleitung

Schweissen gehört zu den stoffschlüssigen Verbindungen von Bauteilen (meist Stahl, Aluminium). Einerseits handelt es sich um ein „altes“, eher handwerkorientiertes Fertigungsverfahren, andererseits um ein hochmodernes, in der Serienfertigung eingesetztes (z. B. Laserschweissen im Automobilbau).

Die Schweissstelle stellt aus Festigkeitsüberlegungen einen kritischen Querschnitt dar. Vielfach werden grosse Kräfte über die Schweissstelle geleitet.

## 2. Normen/Richtlinien

Die Festigkeitsnachweise für Schweissverbindungen wurden in erster Linie für den Stahlbau entwickelt. Die wichtigsten Regelwerke hierfür sind:

### DIN 15 018 [2]

Die für die Berechnung von Kranen gültige Norm DIN 15 018 enthält die Grundsätze für die statische Absicherung von Schweissungen als auch den Schwingfestigkeitsnachweis.

### DAST-Richtlinie 011 [1]

Die Richtlinie bezieht sich auf Stahlbauten aus den beiden hochfesten schweissgeeigneten Feinkornbaustählen StE 47 und StE 70 (Stahl-Eisen-Werkstoffblatt 088). In der Richtlinie ist ein allgemeiner Spannungsnachweis zur Absicherung bei statischer und dynamischer Betriebsfestigkeitsbelastung enthalten. Sie stellt somit eine Übertragung der DIN 15 018 auf den allgemeinen Stahlbau dar.

### DIN 18 800 [3]

Diese auch für den Maschinenbau wichtige Norm enthält die Grundsätze zur Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten aus den Werkstoffgruppen Baustähle, Feinkornbaustähle, Stahlguss und Vergütungsstahl C35N. Es handelt sich um die Absicherung bei vorwiegend ruhender Belastung.

### DIN ENV 1993 (Eurocode 3) [7]

Der Eurocode 3 ist im Inhalt auf DIN 18 800 abgestimmt. Anwendungsgrenzen des Eurocode 3:

- schweissgeeignete Baustähle (St 37 und St 52-3)
- Lichtbogen-Schmelzschweissungen (E-Hand, UP, MIG, MAG, WIG)
- Werkstoffdicken über 4 mm
- verträgliche Anschlüsse

Folgende Nahtarten sind enthalten:

- Kehlnähte
- Stumpfnähte
- Hohlkehlnähte
- Schlitznähte
- Lochschweissungen

### FKM-Richtlinie [12]

Die FKM Richtlinie dient der Festigkeitsberechnung von Bauteilen aus Eisenwerkstoffen im Maschinenbau. Sie bezieht sich in vielen Abschnitten ebenfalls auf Schweissverbindungen und lehnt sich an die Vorschriften des Eurocode an.

### IIW / IIS-Recommendations [13]

Diese Empfehlungen erscheinen regelmässig und dokumentieren die Fortentwicklung bei der Auslegung von Schweissverbindungen. Hier ist vor allem das Dokument XIII-1539-96 [13] zu erwähnen, das sich mit dem Ermüdungsnachweis von Schweissungen aus Stahl- und Al-Legierungen befasst.

### Weitere Normen

Im Fahrzeug- und Stahlbau werden häufig auch die Vorschriften der Deutschen Bahn AG verwandt. Die Lastannahmen und der Sicherheitsnachweis von Schienenfahrzeugen sind in der Richtlinie DV 952 [9] beschrieben. Die Berechnung von Schweissverbindungen an Brücken ist in der Richtlinie DV 804 [8] enthalten.

Weiterhin sind noch die Vorschriften der Klassifikationsgesellschaften im Schiffbau, die Regelwerke im Druckbehälterbau sowie die AD-Merkblätter und die TRD-Regeln zu nennen.

In letzter Zeit wurden auch Vorschriften entwickelt, die sich mit den Auswirkungen von Unregelmässigkeiten in Schweissverbindungen auf die Schwingfestigkeit befassen. Hier sind die Normen DIN EN 26 250 [6] und DIN 25 817 [5] sowie das DVS Merkblatt M 0705 [10] zu nennen. Darin werden für Schmelzscheidungen sogenannte Imperfektionen definiert und in Bewertungsgruppen eingeordnet.

### Normen für Nichteisenmetalle

Alle angeführten Normen beziehen sich fast ausnahmslos auf die Berechnung von Bauteilen aus Stahl. Für die Ermittlung zulässiger Spannungen bei statischer Belastung von ungeschweissten und geschweissten Blechen und Profilen aus Aluminium-Legierungen wurde die Norm DIN E 4113 [4] geschaffen. Berechnungsvorschriften für Al-Schweissverbindungen sind auch in der DV 952 [9] enthalten.

Hier sei auch auf die Unterlagen von Werkstoffherstellern hingewiesen, die auch Angaben zur statischen Festigkeit und Schwingfestigkeit enthalten.

### Zusammenfassende Wertung

Die zitierten Normen beziehen sich in erster Linie auf den Stahlbau und sind nur mit Einschränkungen auf den Maschinenbau anwendbar.

Die in den folgenden Abschnitten verwendeten Berechnungssysteme basieren grösstenteils auf Langenbeck [14] und Niemann [15].

Es sei hier aber ausdrücklich darauf hingewiesen, dass bei der praktischen Anwendung dort, wo Vorschriften und Normen anwendbar sind, diese zu beachten sind. Auch existierende Werksnormen und einschlägige Erfahrungen sind mit einzubeziehen. Wo unklare Verhältnisse vorliegen oder wenn es auf grösste Sicherheit ankommt, müssen u. U. auch Versuche durchgeführt werden.

### 3. Dimensionierung von Schweissverbindungen bei ruhender Beanspruchung

#### Allgemein

In Konstruktionen wird in einem ersten Schritt die Dimensionen der einzelnen, zu verbindenden, Bauteilen rechnerisch bestimmt und basierend auf dieser Geometrie die eigentliche Schweissnaht festgelegt und berechnet.

Die Auslegung von Schweissverbindungen unterscheidet sich in entscheidenden Punkten von der Berechnung ungeschweisster Konstruktionen. Dies ist bedingt durch spezifische Werkstoff-, Beanspruchungs- und Fehlerzustände, die vorwiegend aus der thermischen Beeinflussung des Nahtbereichs resultieren. Diese Zustände sind ausserordentlich inhomogen und komplex ausgebildet und nicht reproduzierbar, d. h. sie streuen von Fall zu Fall sehr stark.

Die Nennspannungen in einer Schweissnaht werden aus den äusseren Lasten und den daraus resultierenden (in den Nahtquerschnitten wirkenden) Schnittgrössen errechnet. Hierzu werden im allgemeinen die Beziehungen aus der Technischen Mechanik und Festigkeitslehre verwendet. In komplexen Fällen können aber auch Finite Elemente Methoden (FEM) zur genaueren Spannungsermittlung eingesetzt werden.

Im allgemeinen liegen Zug-, Biegung, Torsion- und Schubbeanspruchung vor.

Mit Hilfe der vier Variablen Spannungskomponenten:

- $\sigma_{xZug}$ ,
- $\sigma_{xBiegung}$ ,
- $\tau_{xyQuer}$ ,
- $\tau_{xyTorsion}$

kann man nach den bekannten Verfahren die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  berechnen. Vielfach liegt ein ebener Spannungszustand vor.

### Gestaltänderungshypothese für plastisches Verhalten im ebenen Spannungszustand

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

Bemerkung: in vereinzelt Normen aus Lehrbüchern wird anstelle des Faktors 3 die Schubspannungskomponente mit dem Faktor 1.8 berücksichtigt.

### Normalspannungshypothese für sprödes Verhalten im ebenen Spannungszustand

$$\sigma_V = \frac{1}{2}\sigma_x + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2)$$

Der Sicherheitsnachweis für eine Schweißnaht wird an der Stelle mit der maximalen Vergleichsspannung durchgeführt.

Für den Festigkeitsnachweis gilt:

$$\sigma_V \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F \cdot v_1 \cdot v_2}{S} \quad (3)$$

mit:

$\sigma_F$  = Fließgrenze des Grundwerkstoffs (Bauteil-Werkstoffs)

$S$  = Sicherheitswert

$v_1$  = Beiwert für den statischen Belastungsfall, der die Belastungsart (Zug, Druck, Schub, Biegung) berücksichtigt. Bei kombinierter Beanspruchung ist ein Zwischenwert zu bilden.

$v_2$  = Beiwert, der die Nahtgüte berücksichtigt

Werden Werkstoffe unterschiedlicher Festigkeiten miteinander verschweisst, so ist die Elastizitätsgrenze  $\sigma_F$  des schwächeren Werkstoffs einzusetzen.

Die Festigkeit einer Schweißnaht wird von einer Reihe von Faktoren negativ beeinflusst. Dies sind z. B.: Einbrandkerben, Lunker, Schlackeneinschlüsse, Blasen, Werkstoffveränderungen durch Wärmeeinwirkung sowie Kerbwirkungen aus Naht- und Stossform. Es sind daher Festigkeitsminderungen ( $v_1, v_2$ ) zu berücksichtigen.

Die Sicherheitswerte sind für entsprechende Anwendungen vielfach vorgegeben, ansonsten sind Standardwerte einzufügen:  $S_F = 1.5$  und  $S_B = 2$ .

Die Beiwerte  $v_1$  sind für statische Belastungen T001swss zu entnehmen:

Nahtform	Belastungsart	Beiwert $v_1$
Stumpfnähte	Zug / Druck / Biegung	1,0
	Schub	0,8
Kehlnähte	Zug / Druck / Biegung / Schub	0,8

Tabelle (T001swsS) Beiwert  $v_1$  für statisch belastete Schweissnähte

Für die Anwendung der  $v_1$ -Beiwerte sind gewisse Regeln zu beachten:

1. In folgenden Fällen ist der  $v_1$ -Beiwert für Biegung einzusetzen:

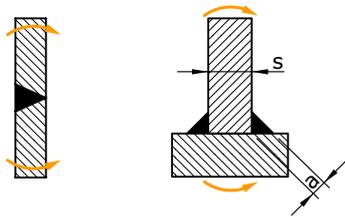


Bild (B075swsZ) 1. Regel bei Stumpf- und Kehlnähten: Biegung für  $s \leq 4 \cdot a$ , sonst Zug / Druck)

2. In folgenden Fällen ist der  $v_1$ -Beiwert für Zug / Druck einzusetzen:

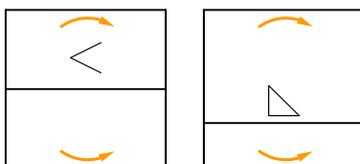


Bild (B073swsZ) 2. Regel bei Stumpf- und Kehlnähten

Für mehrachsige Spannungszustände ist ein gemittelter Wert einzutragen.

Für die Nahtgüten gelten folgende  $v_2$ -Beiwerte:

Nahtgüte	Beiwert $v_2$
nachgewiesen	0,8–1,0
nicht nachgewiesen	0,5

Tabelle (T002sWS) Beiwert  $v_2$  für die Nahtgüte

### 3.1. Die Stumpfnah

Die Schweissnahtdicke  $a$  entspricht bei Stumpfnähten der Blechdicke  $s$  der zu schweisenden Teile. In Fall, dass unterschiedlich dicke Bleche miteinander verschweisst werden, entspricht die Schweissnaht der kleineren Blechdicke  $s_1$  (siehe detailliertere Hinweise im Anhang „v1 Werte“). Es ist dabei ohne Belang, ob die Schweissnaht über die Oberfläche hinausragt oder bündig mit der Blechoberfläche ist (eingeebnet oder roh).

Bei der Berechnung der tragenden Fläche einer Schweissnaht wird die tatsächliche Nahtlänge  $L$  um den Term  $2 \cdot a$  (so genannter Endkraterabzug) vermindert, um die reduzierte Tragfähigkeit der auslaufenden Naht zu berücksichtigen. Der Endkraterabzug kann unterbleiben, wenn die Naht auf angelegte Auslaufbleche gezogen wird und die Nahtenden sauber bearbeitet werden, siehe B003sws.

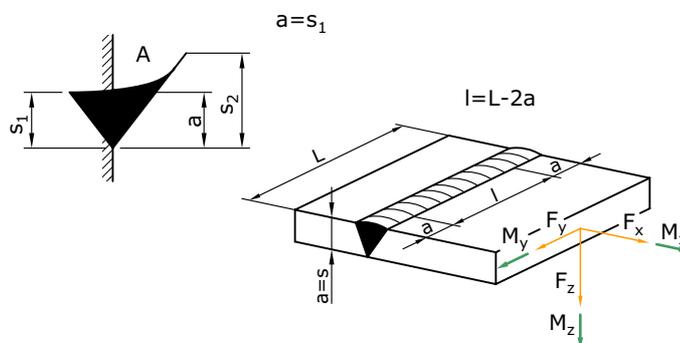


Bild (B003swsZ) Prinzip der Stumpfnah

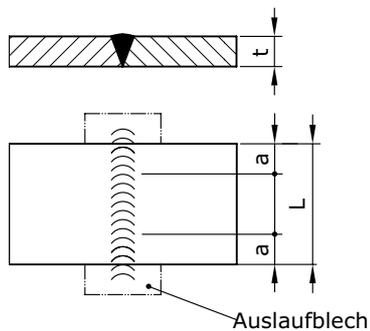


Bild (B004sWS) Definition der Schweissnahtdicken und -längen am Flachstab

Bei geschlossen geschweissten Stumpfnähten (z. B. Rundumnähte bei Rohren oder Profilen) entfällt der Endkraterabzug. Endkraterabzüge erfolgen nur für Flächenberechnungen, nicht jedoch für Trägheits- und Widerstandsberechnungen.

Die Reduktion der äusseren Lasten auf den Flächenmittelpunkt des Schweissquerschnittes führt im allgemeinen Fall zu den drei Schnittkräften  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  und den drei Momenten  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ . Aus diesen Schnittgrössen und den Kenngrössen für die Schweissnähte lassen sich die Einzelspannungskomponenten ermitteln.

Kenngrößen für Stumpfnähte am Flachstab

Belastungsart	Bild	Kenngrösse	Anmerkung
Zug- oder Druckbelastung		$a = t$ $A = a \cdot l$	l: wirksame Schweiss- nahtlänge: $l = L - 2a$ $l = L$
Schubbelastung parallel zur Schweissnaht		$A = a \cdot l$	
Biegung um Nahtachse		$I = \frac{L \cdot a^3}{12}$ $W = \frac{L \cdot a^2}{6}$	
Biegung um die zur Naht senkrechte Achse		$I = \frac{a \cdot L^3}{12}$ $W = \frac{a \cdot L^2}{6}$	Achtung: Bei der Auswahl des $v_1$ - Faktors sind die Biege- spannungen als Zug- Druckspannungen zu behandeln!
Torsion		$I_t = \frac{L \cdot a^3}{3}$ $W_t = \frac{L \cdot a^2}{3}$	

Tabelle (T003sWS) Kenngrößen für die Belastung von Stumpfnähten am Flachstab

### Kenngrößen für Stumpfnähte am Rechteckrohr

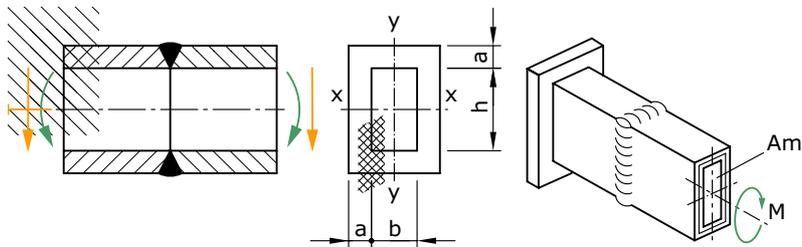


Bild (B026swsZ) Stumpfnähte am Rechteckrohr (Schweisnahtdicke  $a$  = Wandstärke  $s$ )

Belastungsart	Kenngrösse
Zug, Druck	$A = 2 \cdot a \cdot (2 \cdot a + h + b)$
Querkraftschub in Richtung x-x	$A = 2 \cdot a \cdot (2 \cdot a + b)$ (Schubspannungen werden von den Nähten in Krafrichtung übertragen)
Querkraftschub in Richtung y-y	$A = 2 \cdot a \cdot (2 \cdot a + h)$ (Nähte quer dazu bleiben ausser Betracht)
Biegung um x-x-Achse	$I_x = \frac{(b + 2 \cdot a) \cdot (h + 2 \cdot a)^3 - b \cdot h^3}{12}$ $W_x = \frac{2 \cdot I_{wx}}{h + 2 \cdot a}$
Biegung um y-y-Achse	$I_y = \frac{(h + 2 \cdot a) \cdot (b + 2 \cdot a)^3 - h \cdot b^3}{12}$ $W_y = \frac{2 \cdot I_{wy}}{b + 2 \cdot a}$
Torsion	Mit der mittleren Fläche: $A_m = (h + a) \cdot (b + a)$ $W_t = 2 \cdot A_m \cdot a$

Tabelle (T004swsS) Kenngrößen für die Belastung von Stumpfnähten am Rechteckrohr

### Kenngrossen für Stumpfnähte am Rundstab

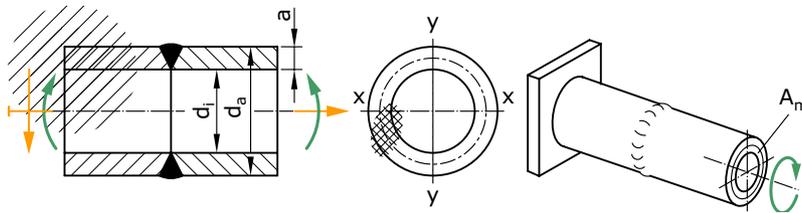


Bild (B027swsZ) Stumpfnähte am Rundstab

Belastungsart	Kenngrosse
Zug, Druck	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_a^2 - d_i^2)$
Biegung	$I_x = \frac{\pi}{64} \cdot (d_a^4 - d_i^4)$ $W_B = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}$
Torsion	$I_t = \frac{\pi}{32} \cdot (d_a^4 - d_i^4)$ $W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}$ f r $d_i > 10 \cdot a$ : Bredtsche Formel: $A_m = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{d_a + d_i}{2} \right)^2$ $W_t = 2 \cdot A_m \cdot a$

Tabelle (T005swsS) Kenngrossen für die Belastung von Stumpfnähten am Kreisrohr

## 3.2. Die Kehlnaht

### Schweisnahtabmessungen von Kehlnähten

Für Kehlnähte gilt nach der Norm ISO 2553 [11]: Die rechnerische Dicke einer Kehlnaht ist die Höhe eines vom theoretischen Wurzelpunkt ausgehenden in den Nahtquerschnitt einbeschriebenen grössten gleichschenkligen Dreiecks.

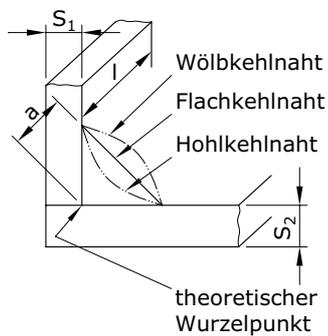


Bild (B005swsZ) Nahtformen und rechnerische Nahthöhe

$$a_{\min} \geq (\sqrt{s_{\max}} - 0.5) \geq 3 \text{ mm} \quad (12)$$

$$a_{\max} \leq 0.7 \cdot s_{\min} \quad (13)$$

Die Mindestnahtstärke für eine Kehlnaht beträgt somit 3 mm.

Für detailliertere Angaben der rechnerischen Schweisnahtdicke  $a$  wird auf DIN18800 Teil 7 verwiesen. Siehe auch Tabelle (T008swsZ) im [Anhang der V1-Werte](#).

Bezüglich des Endkraterabzugs gilt das gleiche wie beim Flachstab. Dies gilt insbesondere für Nahtlängen  $L \leq 15 \cdot a$ .

Kehlnähte bleiben für die Berechnung ausser Betracht, wenn ihre Längen einen Mindestwert von 30 mm oder das Sechsfache der Nahtdicke unterschreiten:

$$L_{\min} \geq 6 \cdot a \geq 30 \text{ mm} \quad (14)$$

Bei geschlossenen Kehlnähten erfolgt kein Endkraterabzug.

Der Endkraterabzug wird nur für die Flächenberechnung, nicht jedoch für Trägheits- und Widerstandsmomentberechnungen vorgenommen.

### Spannungskomponenten

Die Berechnung der Spannungen in einer Schweissnaht erfolgt nach den Grundsätzen der Technischen Mechanik.

Vereinfachend wird angenommen, dass die Nahthöhe  $a$  umgeklappt auf die Anschlussfläche  $f$  projiziert und mit dieser reduzierten Fläche dimensioniert wird.

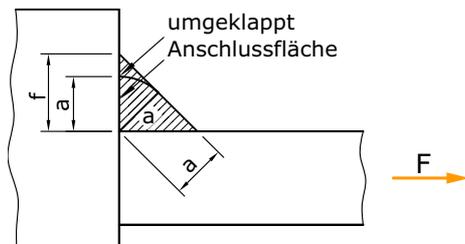


Bild (B006swsZ) Berechnung der Spannungen in einer Schweissnaht

Die Schnittgrößen der Kräfte und Momente werden auf diese Anschlussfläche bezogen.

Besteht eine Schweissverbindung aus mehreren Schweissnähten, so sind zur Ermittlung der massgebenden Nennspannungen die Kenngrößen des Gesamtnahtbildes zu bestimmen. Hierzu sind nacheinander folgende Schweissnahtkenngrößen zu bestimmen:

1. Die Einzel-Querschnittsflächen  $A_i$  und die Gesamtquerschnittsfläche  $A$  der Schweissnähte bei zusammengesetzten Nahtbildern:

$$A_i = a_i \cdot l_i \quad (15)$$

$$A = \sum_i A_i = \sum_i a_i \cdot l_i \quad (16)$$

2. Die Lage des Nahtbild-Schwerpunktes: Bei unsymmetrischen Gesamt-Nahtbildern einer Schweissung ist zunächst die Lage des

Gesamtschwerpunkts des Nahtbildes zu bestimmen. Dies geschieht nach dem Schwerpunktsatz:

$$x_s = \frac{\sum_i x_i \cdot A_i}{\sum_i A_i} \quad (17)$$

$$y_s = \frac{\sum_i y_i \cdot A_i}{\sum_i A_i} \quad (18)$$

3. Die axialen Flächenmomente 2. Ordnung: Bei zusammengesetzten Nahtbildern sind die Einzel-Flächenmomente zu bestimmen. Mit Hilfe des Steinerschen Satzes sind in diesem Fall die Hauptflächenmomente  $I_1$  und  $I_2$  des Gesamtnahtbildes zu berechnen:

$$I_1 = \sum_i I_{1,i} + \sum_i y_i^2 \cdot A_i \quad (19)$$

$$I_2 = \sum_i I_{2,i} + \sum_i x_i^2 \cdot A_i \quad (20)$$

Beispiele für die Bestimmung der Kenngrößen eines aus Einzelschweißnähten zusammengesetzten Nahtbildes zeigen die folgenden Bilder:

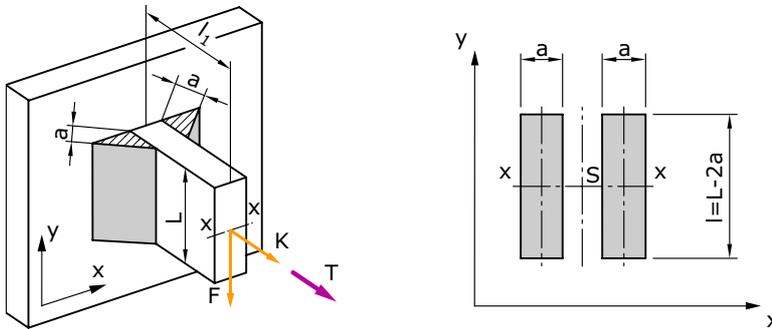


Bild (B007swsS) Beispiel für ein symmetrisches Nahtbild (angeschweisster Träger)

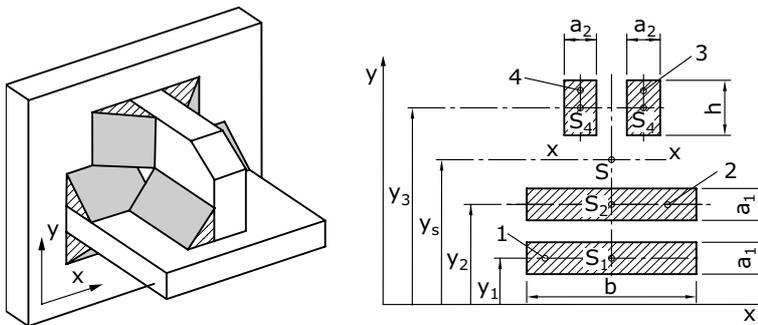
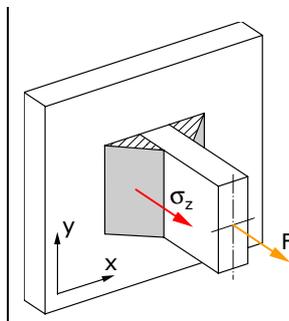


Bild (B008swsS) Beispiel zur Ermittlung der Schweißnahtkenngrößen für ein unsymmetrisches Nahtbild

Die Spannungen an den Schweißflächen ergeben sich durch bekannte elementare Berechnungsmethoden.

Zugbelastung



$$\sigma_z = \frac{F}{A}$$

Tabelle (T006swsZ) Schweißnahtspannungen

<p>Biegebelastung um x-Achse Querkraftschub y-Richtung</p>		$\sigma_b = \frac{M_b}{W_{bx}}$ $\tau_q = \frac{F}{A}$
<p>Biegebelastung um y-Achse Querkraftschub in x-Richtung</p>		$\sigma_b = \frac{M_b}{W_{by}}$ $\tau_q = \frac{F}{A}$
<p>Torsion</p>		$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$
<p>Biegebelastung</p>		$\sigma_b = \frac{M_b \cdot h}{I_x \cdot 2}$ $\tau_q = \frac{F \cdot H}{I_x \cdot (2a)}$

Tabelle (T006sWSZ) Schweißnahtspannungen

### 3.3. Punktschweissung

#### Festigkeitsberechnung des Schweisspunktes

Punktschweissungen sollen ausschliesslich auf Scherung beansprucht werden. Der Kraftfluss, welcher in den Bauteilen vorliegt, wird krass gegen die Nietpunkte geführt und über die Nietlinse in das zweite Bauteil abgelenkt.

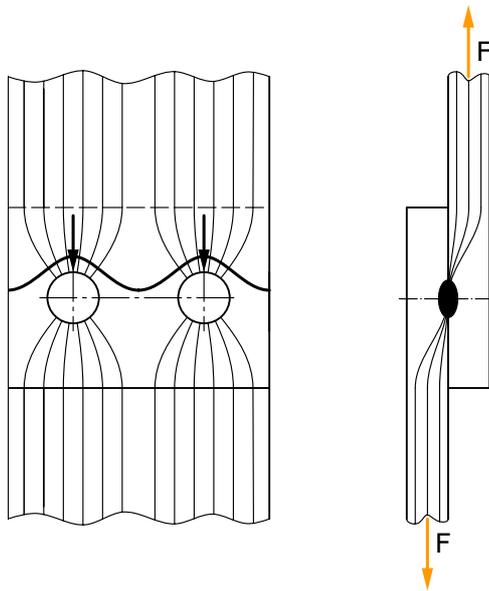


Bild (B009swwZ) Kraftflussmodell durch Schweisspunkte

Die Berechnung der Punktschweissungen erfolgt modellmässig, identisch der Stift-Verbindung, auf Scherung der Linse selber und auf Lochpressung des gedachten „Schweisstiftes“.

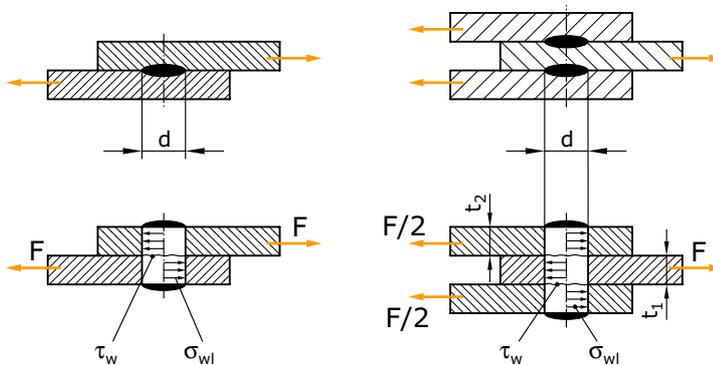


Bild (B010sWS) Analogie mit der Berechnung der Stiftverbindungen

Der Schweisspunktdurchmesser ist abhängig von der kleinsten Blechstärke und beträgt:  $s_1 = 1-5 \text{ mm}$  rund  $d = 4-12 \text{ mm}$

Blechstärke  $s_1$ : Punktdurchmesser

### Kräfteverteilung auf mehrere Schweisspunkte

Schweisspunkte werden meist in „Punkte-Felder“ angeordnet und die äussere Last wird auf diese Anzahl von Einzelpunkten verteilt. Zur Bestimmung der Belastung jedes einzelnen Schweisspunktes wird die externe Last auf den Flächenmittelpunkt aller Schweisspunkte reduziert. Es wird angenommen, dass sich die Querkräfte gleichmässig auf die Schweisspunkte verteilen und die Momente durch Einzelkräfte übernommen werden, deren Grösse proportional zum Abstand sind (Schweisspunkt mit grossem Abstand trägt grösseren Momentanteil).

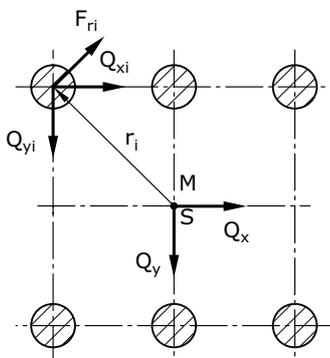


Bild (B011sWSZ) Kräfte-Verteilung auf die einzelnen Schweisspunkte;

S: Flächenschwerpunkte,  $n$  = Anzahl Schweisspunkte,  $i$  = einzelner Schweisspunkt

$$Q_{xi} = \frac{Q_x}{n} \quad (26)$$

$$Q_{yi} = \frac{Q_y}{n} \quad (27)$$

$$M = \sum_i F_{ri} \cdot r_i \quad (28)$$

wobei:

$$F_i = c \cdot r_i \quad (29)$$

$$c = \frac{M}{\sum_i r_i^2} \quad (30)$$

Die Gesamtkraft setzt sich vektoriell aus der Summe der einzelnen Kräfte zusammen.

$$\vec{F}_i = \vec{Q}_{xi} + \vec{Q}_{yi} + \vec{F}_{ri} \quad (31)$$

### 3.4. Berücksichtigung von Schubspannungen infolge Querkraft

Bei schlanken Trägern (Biegelänge grösser als Querschnittabmessung) kann die Schubbeanspruchung vernachlässigt werden (siehe auch elementarer Belastungsfall; Schub: dünnwandige Profile). Wo dies nicht zutrifft wird die Querkraft hauptsächlich durch jene Nähte getragen, welche in Kraftrichtung liegen.

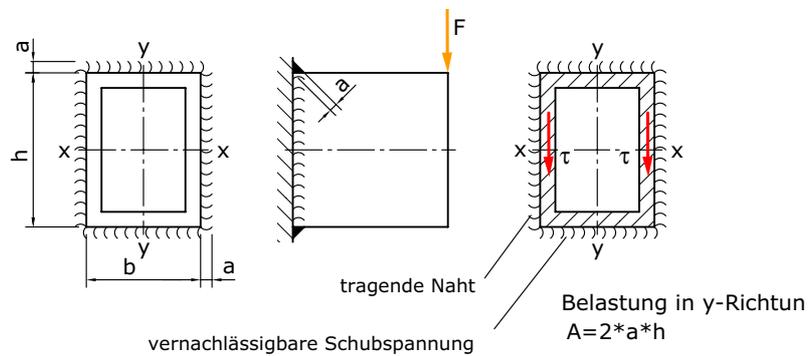


Bild (B012sWS) Angeschweisste Rechteckrohre als Biegeträger

Bedingt trifft dies auch für Kreisrohre zu. Man befindet sich bei der Berechnung auf der sicheren Seite, wenn man die überwiegend in Belastungsrichtung liegenden Teile des Rohrquerschnitts berücksichtigt, siehe grau angelegte Flächen in B013sWS.

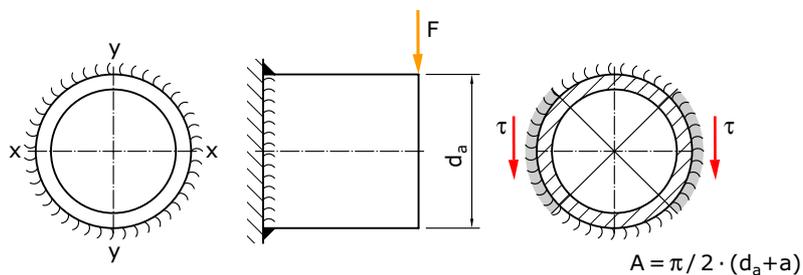


Bild (B013sWS) Massgebliche Querschnittsfläche zur Berechnung eines angeschweissten querbelasteten Rohrs

Normal- und Schubspannungskomponenten treten in verschweissten dünnwandigen Profilen auf. Die Schubspannungskomponenten (siehe Schubbeanspruchung dünnwandiger Profile) infolge:

$$\frac{d\sigma_x}{d_x} \quad (32)$$

muss in den Schweißnähten geführt werden. Zusätzlich herrschen natürlich die Normalspannungen infolge Zug und Biegung.

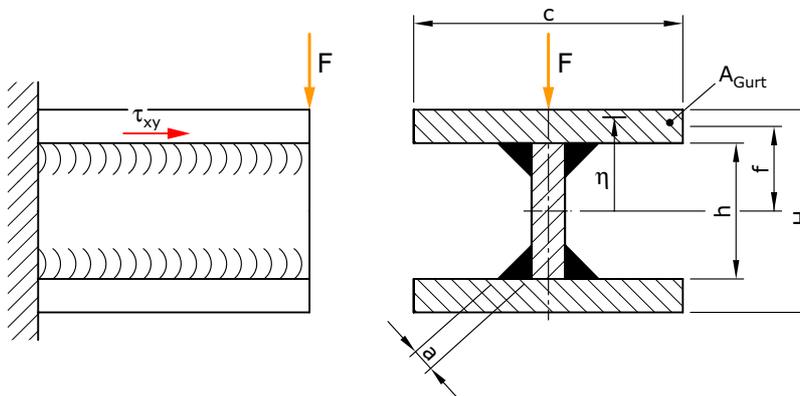


Bild (B014sWS) Mit Halsnähten geschweisster Biegeträger

$$\sigma = \frac{M_b}{I_y} \cdot \frac{h}{2} \quad (33)$$

$$\tau = \frac{F_q \cdot H}{I_y \cdot (2a)} \quad (34)$$

$$H = \int_{h/2}^{H/2} \eta \cdot dA \quad (35)$$

H=Flächenträgheitsmoment der Gurten

### 3.5. Schweissnahtberechnung bei wechselnder Beanspruchung

Die Beanspruchung von Bauteilen durch eine zeitlich veränderliche Belastung wird in erster Linie durch die Angabe der Spannungsamplituden  $\sigma_a$ ,  $\tau_a$  beschrieben.

Die Erläuterungen der Sektion „Ermüdung“ können auch hier zugrunde gelegt werden. Es gilt:

$$\sigma_{Va} \leq \sigma_{Vazul} \quad (36)$$

Die Vergleichsausschlagspannung wird durch die einzelnen Spannungsamplituden berechnet. Im ebenen Spannungszustand ist dies:

$$\sigma_{Va} = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + 3 \cdot \tau_{xya}^2} \quad (37)$$

Bemerkung: Teilweise findet man auch hier den Faktor 1.8 (an Stelle von 3.0).

Die zulässige Ausschlagsfestigkeit beträgt:

$$\sigma_{Va_{zul}} = v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_A}{S_B} \quad (38)$$

wobei:

- $\sigma_A = f(\sigma_{Vm})$ : Ertragbare Spannungsamplitude des Grundwerkstoffs (Bauteilwerkstoffs) in Abhängigkeit von der Vergleichsmittelspannung aus dem Dauerfestigkeitsschaubild für Zug / Druck-Beanspruchung nach Smith
- $S_B$  = Sicherheit, die der Gesamtkonstruktion zugrunde liegt
- $v_1$  = Beiwert für dynamische Belastungen, der die Belastungsart (Zug, Druck, Schub, Biegung) berücksichtigt
- $v_2$  = Beiwert, der die Nahtgüte berücksichtigt, vgl. T006swsz

Die „ $v_1$ -Beiwerte“ für wechselnde Beanspruchung sind dem gleichnamigen Dokument zu entnehmen.

Die  $v_2$  Werte sind analog der ruhenden Beanspruchung. Bei kombinierter Beanspruchung behilft man sich mit Mittelwerten.

## 4. Zusammenfassung

Die Schweissverbindung ist im Maschinenbau ein weitverbreitetes Fertigungsverfahren. Aus Sicht der Festigkeitsberechnung wird die Belastung auf die Schweissstelle zurückgeführt und dort mit elementaren Berechnungsmethoden die Beanspruchung berechnet. Unterschieden werden u. a. Stumpfnähte, Kehlnähte und Punktschweissungen. Zu jeder Gruppe gehören eigene Berechnungshinweise.

### Verständnisfrage 1

Wie berechnen Sie die zulässige Spannung einer Schweissnaht und was stellen die einzelnen Terme dar?

### Verständnisfrage 2

Was ist der Endkraterabzug?  
Begründen Sie das Vorgehen!  
Wann muss er nicht berücksichtigt werden?

### Verständnisfrage 3

Wie gross ist die rechnerische Nahthöhe?  
Was bezeichnet man als Umklappmethode?

### Verständnisfrage 4

Wo ist die grösste Vergleichsspannung in dieser Schweissung (B801swsZ) zu suchen und welche Spannungskomponente liegt vor?

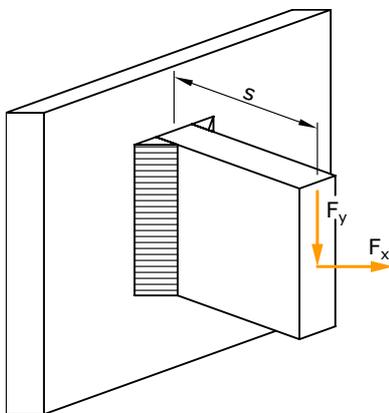


Bild (B801swsZ) Schweissnaht Vf4

### Verständnisfrage 5

Wie bestimmen Sie die einzelnen Spannungskomponenten der vorherigen Frage?

### Verständnisfrage 6

Sie sehen die folgende Konstruktion (B804swsZ). Was würden Sie in Frage stellen?

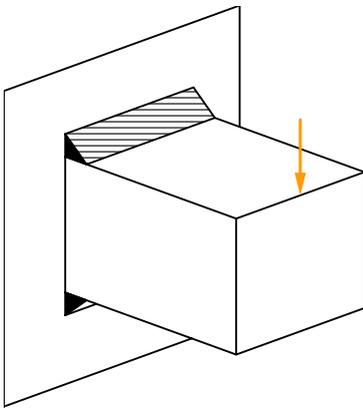


Bild (B804swsZ) Schweisnaht Vf6

### Verständnisfrage 7

Was würden Sie an dieser Konstruktion (B805swsZ) verbessern?

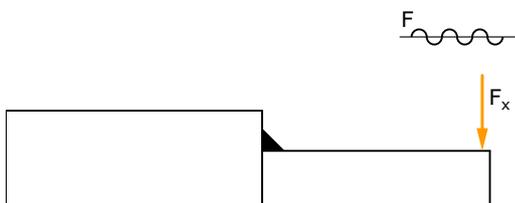


Bild (B805swsZ) Schweisnaht Vf7

### Verständnisfrage 8

Eine Achse wird aus drei Teilachsen mit Schweißen zusammengesetzt. Berechnen Sie die maximale Spannung in der Schweißnaht (B807swsZ)!

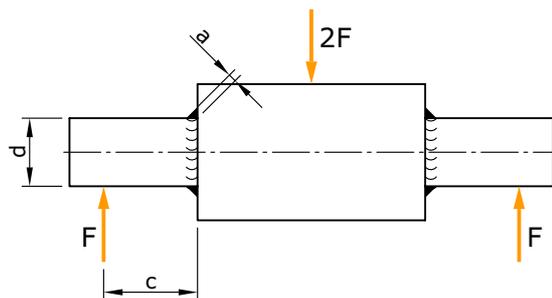


Bild (B807swsZ) Schweißnaht Vf8

### Verständnisfrage 9

Bestimmen Sie die maximale Vergleichsspannung dieser Verbindung!  
Wo ist die Schubspannung maximal?

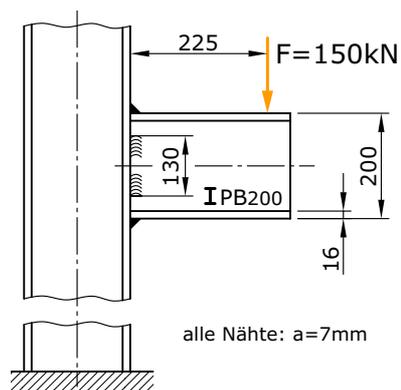


Bild (B808swsZ) Schweißnaht Vf9

### Antwort 1

$$\sigma_V = \frac{\sigma_F \cdot v_1 \cdot v_2}{S} \quad (39)$$

mit:

$\sigma_F$  = Fließgrenze des Grundwerkstoffs (Bauteil-Werkstoffs)

$S$  = Sicherheitswert

$v_1$  = Beiwert für den statischen Belastungsfall, der die Belastungsart (Zug, Druck, Schub, Biegung) berücksichtigt. Bei kombinierter Beanspruchung ist ein Zwischenwert zu bilden.

$v_2$  = Beiwert, der die Nahtgüte berücksichtigt

### Antwort 2

Bei einer Längsschweissung wird von der wirklichen Schweissnahtlage beiderseits der Wert  $a$  abgezogen, um die schlechtere Qualität am Auslauf zu berücksichtigen.

In den Fällen:

- Schweißen mit Auslaufblech und sorgfältiger Enden-Bearbeitung,
- Rundumschweissungen,
- Flächenträgheits- und Widerstandsmomentberechnungen

muss der Abzug nicht gemacht werden.

### Antwort 3

Vom theoretischen Wurzeleckwert zum maximalen Dreieck wird die Höhe bestimmt und als  $a$  bezeichnet. Dieser Wert  $a$ , welcher  $45^\circ$  zur Anschlussfläche steht, wird umgeklappt und für die Dimensionierung verwendet.

### Antwort 4

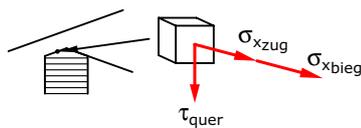


Bild (B802sWSZ) Vergleichsspannungen der Schweissnaht

An dieser obersten Stelle ist die grösste Vergleichsspannung zu erwarten. Sie beträgt:

$$\sigma_x = \sqrt{(\sigma_{xZug} + \sigma_{xBieg})^2 + 3\tau_{Quer}^2} \quad (40)$$

### Antwort 5

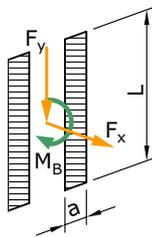


Bild (B803sWSZ) Spannungskomponenten der Schweißnaht

$$\sigma_{xZug} = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{2a \cdot (L - 2a)} \quad (41)$$

$$\sigma_{xBieg} = \frac{M_B}{W_B} = \frac{6F_y \cdot s}{2aL^2} \quad (42)$$

$$\tau_{Quer} = \frac{F_y}{A} = \frac{F_y}{2a \cdot (L - 2a)} \quad (43)$$

### Antwort 6

Aus der Sicht der Biegespannung ist die obere und untere Schweißung ideal; aus der Sicht der Schubspannung jedoch nicht, denn die Schubspannungen können sich auf dieser kleinen Höhe aufbauen.

### Antwort 7

Es handelt sich um ein wechselnd beanspruchtes Teil, wobei die Schweissung noch zusätzlich in einer starken Kerbzzone liegt. Eine konstruktive Verbesserung wäre:

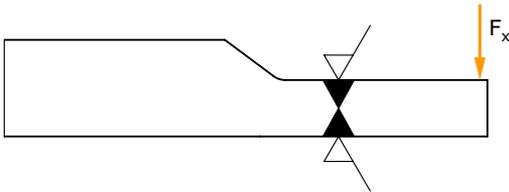


Bild (B806sWSZ) Konstruktive Verbesserung einer gekerbten Verbindung

### Antwort 8

In dieser Darstellung erfährt die Schweissnaht im wesentlichen nur Normalspannung infolge Biegung (Schubspannung infolge Querkraft vernachlässigt, Torsion nicht vorhanden).

$$\sigma_x = \frac{M_x}{I_x} \cdot r_{\max} = \frac{F/z \cdot C}{(D^4 - d^4) \cdot \pi/64} \cdot r_{\max} \quad (44)$$

$$D = d + 2a \quad (45)$$

$$r_{\max} = D/2 \quad (46)$$

$$\sigma_x = \frac{80'000/z \cdot 100}{(74^4 - 60^4) \cdot \pi/64} \cdot 37 = 177\text{N/mm}^2 \quad (47)$$

Antwort 9

Die maximale Vergleichsspannung ist an der oberen und unteren horizontalen Naht. Hier ist ausschliesslich Normalspannung infolge Biegung zu erwarten.

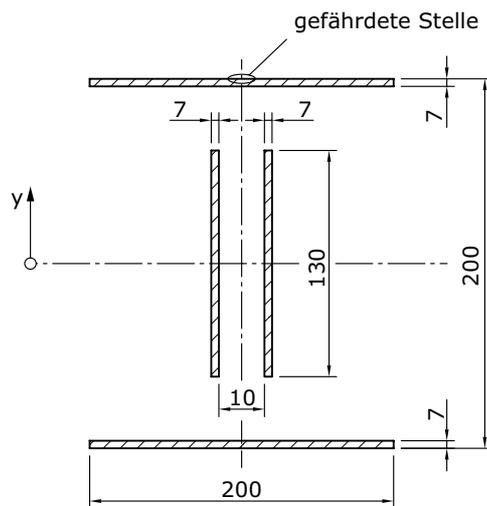


Bild (B809swwZ)

Das Trägheitsmoment beträgt:

$$I = \frac{1}{12} \left[ 200 \left( 214^3 - 200^3 \right) + 2 \cdot 7 \cdot 130^3 \right] \quad (48)$$

$$I = 60.76 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad (49)$$

und die Normalspannung:

$$\sigma_v = \sigma_x = \frac{M_B}{I} \cdot z_{\max} = \frac{150'000 \cdot 225}{60.76 \cdot 10^6} \cdot 107 \quad (50)$$

$$\sigma_v = \sigma_x = 59 \text{ N/mm}^2 \quad (51)$$

Die maximale Schubspannung befindet sich in den vertikalen Nähten und beträgt in erster Näherung:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{150'000}{2 \cdot 7 \cdot 130} = 82 \text{N/mm}^2 \quad (52)$$

An dieser Stelle ist jedoch die Normalspannung infolge Biegung kleiner:

$$\sigma_x = \frac{150'000 \cdot 225}{60.76 \cdot 10^6} \cdot 65 = 36 \text{N/mm}^2 \quad (53)$$

und damit beträgt die Vergleichsspannung:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = 146 \text{N/mm}^2 \quad (54)$$

und ist demnach grösser als an horizontalen Nähten.

#### Relevante Cases

- [Doppel-T-Träger](#)
- [Geschweisste Achse](#)
- [Abziehvorrichtung](#)
- [I-Träger](#)

#### Publikationsverzeichnis – Literatur

- [1] DASt-Richtlinie 011: Hochfeste, schweissgeeignete Feinkornbaustähle StE 460 und StE 690, Anwendung für Stahlbauten. Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln, 1974
- [2] DIN 15018: Krane, Grundsätze für Stahltragwerke, T1: Berechnung (1984), T3: Berechnung von Fahrzeugkränen (1983), Beuth Verlag Berlin
- [3] DIN 18800: Stahlbauten T1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag Berlin
- [4] DIN E 4113: T2: Aluminiumkonstruktionen unter vorwiegend ruhender Belastung; Berechnung, bauliche Durchbildung und Herstellung geschweisster Aluminiumkonstruktionen, Beuth Verlag Berlin, 1993.

- [5] DIN EN 25817: Lichtbogenschmelzschweissverbindungen an Stahl. Richtlinie für die Bewertungsgruppen von Unregelmässigkeiten (ISO 5817: 1992). Beuth Verlag Berlin
- [6] DIN EN 26520 (ISO 6520): Einteilung und Erklärungen von Unregelmässigkeiten in Schmelzschweissverbindungen an Metallen. Beuth Verlag Berlin
- [7] DIN ENV 1993 (Eurocode 3): Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, T1-1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für Hochbau, Deutsche Fassung. Beuth Verlag Berlin
- [8] DV 804: Vorschriften für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke (VEI). Deutsche Bundesbahn, 1982.
- [9] DV 952: Vorschrift für das Schweißen metallischer Werkstoffe in Privatwerken. Deutsche Bundesbahn, 1977.
- [10] DVS-Merkblatt M 0705: Empfehlungen zur Auswahl von Bewertungsgruppen nach DIN EN 28817 und ISO 5817 – Stumpfnähte und Kehlnähte an Stahl. DVS-Düsseldorf, 1994
- [11] EN 22553, ISO 2553: Europäische Norm, Deutsche Fassung: Schweiss- und Löt-nähte, Symbolische Darstellung in Zeichnungen, CEN, Europäisches Komitee für Normung, Brüssel, 1992
- [12] FKM-Richtlinie: Festigkeitsnachweis, Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, Forschungsheft 183, Forschungskuratorium Maschinenbau, Frankfurt, 1994
- [13] Hobbacher, A.: Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. IIW Doc. XIII-1539-96/XV-845-96. Paris, France, 1996
- [14] Langenbeck, K., Vorlesungsmanuskript zu Konstruktionslehre II, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Universität Stuttgart, 1998
- [15] Niemann, G.: Maschinenelemente Band 1, 2. Aufl., Springer-Verlag Berlin/Heidelberg/New York, 1981

#### Publikationsverzeichnis – weitere relevante Dokumente

- [v1 Basiswerte für wechselnde Beanspruchung](#)
- [Rechnerische Schweissnahtdicken a](#)



# Lötverbindungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier



# 1. Überblick

## Motivation

Die Löttechnik wird vorzugsweise beim Verbinden von „Nichteisen-Metallen“ (z. B. Wärmetauscher aus Cu-Legierungen) eingesetzt. Das Verfahren ist sehr gut automatisierbar.

## Lernziele

Die Studierenden sollen die

- unterschiedlichen Belastungsarten und
- die elementare Festigkeitsrechnung

von Lötverbindungen kennen.



Bild (B000loeZ) Öl/Wasser-Wärmetauscher Universal Hydraulik GmbH

## Einleitung

Zur Berechnung von Lötverbindungen: Bei der Auslegung von Lötverbindungen ist rechnerisch gleiche Beanspruchung im Lot wie im Bauteil anzustreben. Weiter muss berücksichtigt werden, dass die Festigkeit der Lötverbindung mit der Dauer der Belastung abnimmt. Dies ist mit der Eigenschaft von Loten verbunden, die zum Kriechen neigen [1].

Das Fertigungsverfahren Löten ist in der Sektion „Fügen durch Löten“ ausführlich beschrieben; ebenso sind die Konstruktionsrichtlinien dort zu finden.

## 2. Zug/Druck-Beanspruchung einer Lötverbindung

Die Zugbeanspruchung einer Lötverbindung sollte möglichst vermieden werden.

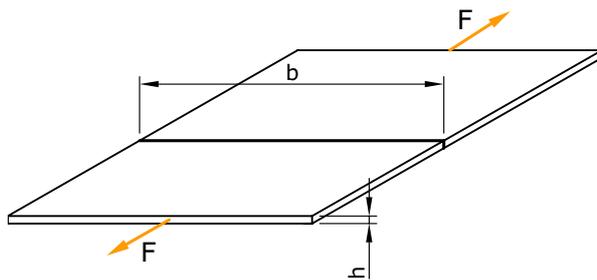


Bild (B001loeS) Zug / Druck-Beanspruchung einer Lötverbindung

$$\sigma_{z,d} = \frac{F_{z,d}}{b \cdot h} \leq \sigma_{zul} = \frac{v \cdot \sigma_B}{S_B} \quad (1)$$

$\sigma_B$  = Zugfestigkeit des Lots nach T001loeS

$\sigma_{z,d}$  = Zug-/Druckspannung

$F_{z,d}$  = Zug-/Druckkraft

$h$  = Höhe des Lötquerschnitts

$S_B$  = Sicherheit gegen Bruch ( $S_B \approx 1.25 - 4$ )

$v$  = Lastfaktor

$v = 0,5$  (wechselnd)

$v = 0,75$  (schwellend)

$v = 1$  (ruhend)

### 3. Scherbeanspruchung einer Lötverbindung

Lötverbindungen sind so zu gestalten, dass sie vorzugsweise auf Scherung beansprucht werden, vgl. B002loeS. Dabei tritt die Scherspannung  $\tau$  auf.

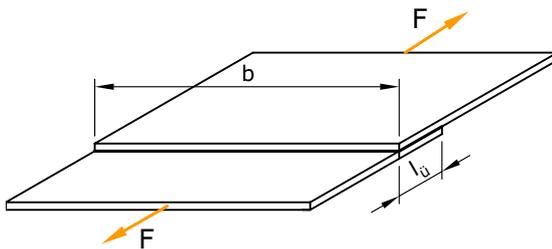


Bild (B002loeS) Scherbeanspruchung einer Lötverbindung

$$\tau = \frac{F}{b \cdot l} \leq \tau_{zul} = \frac{v \cdot \tau_B}{S_B} \quad (2)$$

$\tau_B$  = Abscherfestigkeit des Lots nach T001loeS

$\tau$  = Scherspannung

F = Scherkraft

b = Breite des Lötquerschnitts

$l_u$  = Überlapplänge

$S_B$  = Sicherheit für Lötverbindungen  $S_B \approx 1,25-4$  (siehe TÜV-Richtlinien)

v = Lastfaktor (siehe Zug-, Druckbeanspruchung)

## 4. Schubbeanspruchung einer Welle-Nabe Lötverbindung

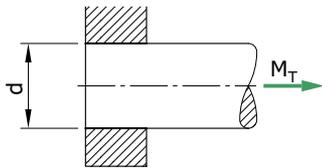


Bild (B003loeS) Schubbeanspruchung einer Lötverbindung

$$\tau = \frac{M_T}{A \cdot \frac{d}{2}} = \frac{2M_T}{d^2 \cdot \pi \cdot l} \leq \tau_{zul} = \frac{v \cdot \tau_B}{S_B} \quad (3)$$

$\tau_B$  = Abscherfestigkeit

$\tau$  = Schubspannung

$d$  = Wellendurchmesser

$l$  = Lötlänge

$A$  = Umfangsfläche der Lötverbindung ( $A = d \cdot \pi \cdot l$ )

$M_T$  = Torsionsmoment

## 5. Zulässige Spannungen bei Lötverbindungen

Lot		$\tau_B$	$\sigma_B$	$\tau_{zul}$ (ruhend)	$\tau_{zul}$ (schwel- lend)	$\tau_{zul}$ (wech- selnd)
Kupferlot	L-Cu	150–220	200–300	50–70	30–40	15–25
Messing- lot	L-CuZn	250–300	250–300	80–90	55–65	
Silberlot	L-Ag	150–280	300–400	50–70	30–40	
Neusilber- lot	L-CuNi	250–320	340–380	80–90	55–65	
Aluminum lot	L-AlSi	0,6– 0,8 · $\sigma_B$	–	0,35 · $\tau_B$	0,18 · $\tau_B$	0,1 · $\tau_B$
Nickellot	L-Ni					

$\sigma_B$  = Zugfestigkeit des Lots

Tabelle (T001loeS) Anhaltswerte für zulässige Spannungen bei Lötverbindungen in N/mm<sup>2</sup> [1]

## 6. Zusammenfassung

Löten ist eine Verbindungsart, welche hauptsächlich bei Nichteisenmetallen, z.B. Kupfer, eingesetzt wird. Die Lotverbindung soll bestmöglich auf Scherung beansprucht werden. Es wird eine konstante Beanspruchung des Bauteils über die Lotstelle angestrebt. Die Festigkeit des Lots wird über die Abscherfestigkeit charakterisiert.

### Verständnisfrage 1

Nennen Sie einige Produkte mit Lötverbindungen!

### Verständnisfrage 2

Können Festigkeitswerte als konstant angenommen werden?

### Verständnisfrage 3

Was berücksichtigt der Lastfaktor  $v$  und innerhalb welcher Grenzen liegt er?

### Verständnisfrage 4

Eine Welle ist mit einer halben Nabe verlötet. Die Welle ist auf Zug wechselnd belastet. Formulieren Sie die Beanspruchung!

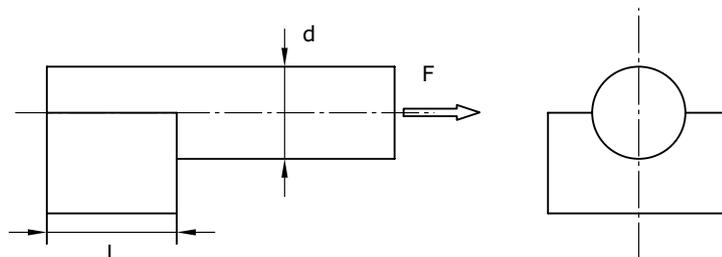


Bild (B100loeZ) Mit halber Nabe verlötete Welle

Wie würden Sie vorgehen, wenn kombiniert noch Torsion eingeleitet würde?

**Antwort 1**

- Wasserleitungen
- Armaturen
- Wärmetauscher

**Antwort 2**

Nein! Festigkeitswerte können sich infolge Kriechens reduzieren.

**Antwort 3**

$v$  berücksichtigt die Belastungsart ruhend (1), schwellend (0.75), wechselnd (0.5).

**Antwort 4**

Die *Scherfläche* der Halbschale ist:

$$A = \frac{d \cdot \pi}{2} \cdot l \quad (4)$$

und die *Schubspannung*:

$$\tau = \frac{2 \cdot F}{d \cdot \pi \cdot l} \leq \tau_{zul} = \frac{v \cdot \tau_B}{s_B} \quad (5)$$

Bemerkung: Die Zugkraft ergibt in der Verbindung zusätzlich ein Biegemoment, welches durch Zug-, Druckspannungen aufgenommen wird. Dies wurde vernachlässigt.

Die *Zugkraft* ergibt Schubspannungen in axialer Richtung (siehe 1) und Torsion in azimutaler Richtung. Die beiden Schubspannungskomponenten stehen senkrecht zueinander und können vektoriell addiert werden.

### Relevante Cases

- Bolzen-Lötung

### Publikationsverzeichnis – Literatur

- [1] Künne, Bernd: Einführung in die Maschinenelemente,  
Teubner Verlag, 1998

# Klebeverbindungen

Autor: Prof. Dr. M. Meier



# 1. Überblick

## Motivation

Kleben kann als moderne Verbindungstechnik bezeichnet werden. In vielen Produkten, vor allem in Leichtbaukonstruktionen, müssen die Klebstellen grosse Belastungen, sowohl ruhend als auch dynamisch, übertragen.



Bild (B024fueZ) Verklebtes Teakholz-Deck (Sika)

## Lernziele

Die Studierenden sollen

- die unterschiedlichen Beanspruchungsarten Zug, Scherung und Schälung,
- die Grundlagen der Spannungsberechnung und
- Beanspruchungsgrenzen

kennen lernen.

## Einleitung

Die Klebetechnik ist bei den Fertigungsverfahren „Fügen“ ausführlich beschrieben, ebenso die Konstruktionsrichtlinien.

Für die Behandlung der Klebeverbindung als auch für die Berechnung wird auch auf die Herstellfirmen verwiesen.

## 2. Beanspruchungen

Die Festigkeit des Klebstoffs ist meist geringer als die Festigkeit der zu verklebenden Teile (gilt besonders für die Metallklebung). Deshalb sind genügend große Klebflächen vorzusehen, damit überall etwa die gleiche Tragfähigkeit erreicht wird. Die Klebfuge sollte, wenn immer möglich, in Beanspruchungsrichtung gelegt werden, so dass der Klebstoff nicht auf Zug sondern auf Scherung beansprucht wird. Schälung muss unbedingt vermieden werden.

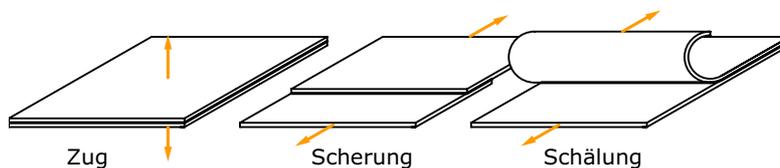


Bild (B001kleS) Beanspruchung einer Klebverbindung

### 2.1. Zug/Druck-Beanspruchung einer Klebverbindung

Im Falle reiner Zug- und reiner Druckbelastung ist die Spannungsverteilung in der Klebefuge sehr gleichmäßig. Somit wirkt auf jeden Bereich der Klebefläche annähernd dieselbe Beanspruchung. Zur Berechnung der Spannungen wird die Kraft durch Klebefläche geteilt. Zugbeanspruchungen sollen wegen der geringen Festigkeit der Klebstoffe bestmöglich vermieden werden [6].

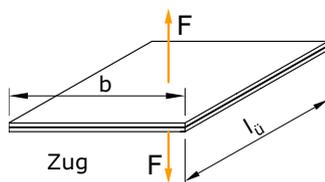


Bild (B003kleS) Zugbeanspruchung einer Klebverbindung

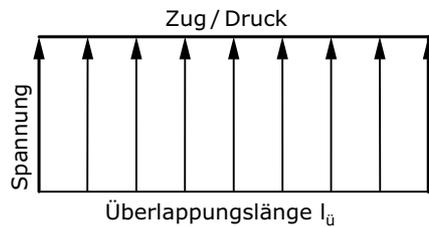


Bild (B002kleS) Spannungsverteilung bei Zug / Druck-Beanspruchung [6]

Für häufig auftretende Belastungsfälle wurden in den DIN-Normen unterschiedliche Prüfversuche eingeführt. Der Prüfversuchaufbau für den Zugversuch ist in der DIN 53288 [2] angegeben.

$$\sigma_x = \frac{F}{b \cdot l} \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_B}{S_B} \quad (1)$$

$\sigma_x$  = Zugspannung

$\sigma_{zul}$  = zulässige Zugspannung

$b$  = Breite der Klebfläche

$l_{\ddot{u}}$  = Überlapplänge

$\sigma_B$  = Zugfestigkeit des Klebstoffs

$S_B$  = Sicherheit gegen Bruch  $S_B \approx 1,5-3,5$

$F$  = Zug- oder Druckkraft

## 2.2. Scherbeanspruchung einer Klebeverbindung

Der Belastungsfall Scherung ist wegen der günstigeren Festigkeitseigenschaften der Klebeverbindung konstruktiv anzustreben. Der Versuchaufbau ist in folgenden Normen beschrieben:

- DIN EN 1465 (Zugscherversuch) [4]
- DIN 54452 (Druckscherversuch) [3]

Die resultierende Spannungsverteilung entlang der Überlappung  $l_{\ddot{u}}$  in der Klebefuge ist ungleichmäßig, es treten Spannungsspitzen auf. Die Endpunkte der Klebung müssen einer höheren Beanspruchung standhalten als deren Mitte.

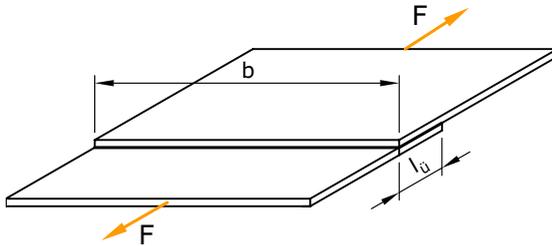


Bild (B002loeS) Scherbeanspruchung (Zugscherung) einer Klebeverbindung

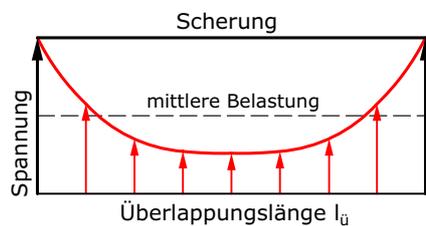


Bild (B004kleS) Spannungsverteilung bei Scherbeanspruchung [6]

Für die überschlägige Berechnung werden gemittelte Spannungen angesetzt.

$$\tau = \frac{F}{b \cdot l} \leq \tau_{zul} = \frac{\tau_B}{S_B} \quad (2)$$

$\tau_B$  = Scherfestigkeit des Klebstoffes nach T001kleS

$\tau$  = Scherspannung

$\tau_{zul}$  = zulässige Scherspannung

F = Scherkraft

Eine Erhöhung der Überlappungslänge führt nicht zu einer proportionalen Erhöhung der Belastungsgrenze. Ein übertriebenes Vergrößern der Überlappungslänge in Verbindung mit ungünstigem Klebstoffverhalten, kann im Extremfall dazu führen, dass im mittleren Bereich der Klebfläche keine Kräfte mehr übertragen werden, siehe B006kleS.

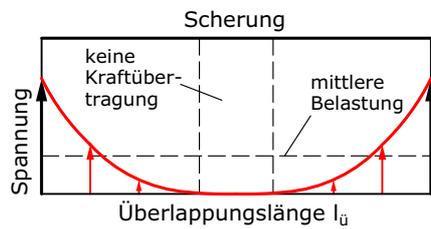


Bild (B006kleS) Spannungsverlauf einer auf Scherung beanspruchten Klebeverbindung bei zu groß gewählt

### 2.3. Schälbeanspruchung einer Klebeverbindung

Die Schälbeanspruchung ist für die Klebeverbindung der ungünstigste Belastungsfall, weil hierbei Beanspruchungsspitzen an der Schälstelle auftreten. Soweit möglich ist dieser Belastungsfall für eine Klebeverbindung konstruktiv auszuschließen.

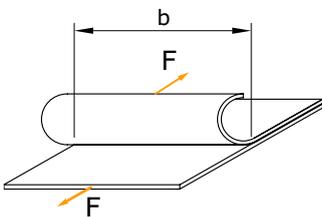


Bild (B008kleS) Schälbeanspruchung einer Klebeverbindung

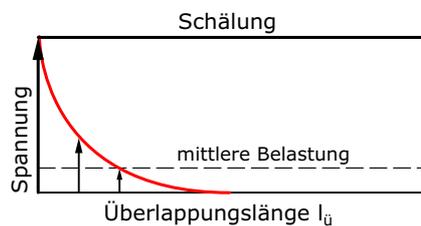


Bild (B007kleS) Spannungsverteilung bei Schälbeanspruchung [6]

Die Ermittlung des Schälwiderstands sowie der Aufbau des Prüfversuchs werden nach DIN 53282 [1] vorgenommen.

$$\sigma_x = \frac{F}{b \cdot EH} \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_{abs}}{S_K} \quad (3)$$

$\sigma_{abs}$  = absolute Schälfestigkeit des Klebstoffes nach T001kleS

$\sigma_x$  = Schälspannung

$\sigma_{zul}$  = zulässige Schälspannung

F = Schälkraft

b = Breite

EH = Einheitslänge (1 mm)

### 3. Dynamisch belastete Klebeverbindungen

Dynamische belastete Klebeverbindungen besitzen reduzierte Festigkeiten. Man berücksichtigt dieses Verhalten mit dem sogenannten Lastfaktor  $v$ . Für die Dauerfestigkeit bei einer Lastspielzahl von  $10^7$  gilt dann die zulässige dynamische Spannung:

$$\tau_{a \text{ zul dyn}} = \frac{v \cdot \tau_B}{S_B} \quad (4)$$

$v$  = Lastfaktor:

$v = 0,3$  (wechselnd)

$v = 0,65$  (schwellend)

$v = 1$  (ruhend)

$\tau_{a \text{ zul dyn}}$  = zulässiger dynamischer Spannungsaussschlag

## 4. Klebstoffeigenschaften

Die Festigkeit der meisten Klebstoffe ist temperaturabhängig. Bis zu einem Schwellwert von ungefähr 45–150 °C (je nach Klebstofftyp) bleibt die Festigkeit annähernd konstant. Oberhalb der Schwelltemperatur fällt sie ab. Bei Temperaturen oberhalb 200 °C werden die meisten Klebstoffe zerstört. Man spricht hierbei von der Zersetzungstemperatur.

Die Tabelle „[Exemplarische Auswahl einiger Klebstoffwerte](#)“ gibt Auskunft über einige häufig auftretende Belastungsfälle. Meist müssen für die Auslegung einer Konstruktion die Festigkeitswerte für die Klebverbindung beim Hersteller erfragt werden.

## 5. Zusammenfassung

Kleben ist ein modernes Verbindungsverfahren, welches technologisch kontinuierlich Fortschritte macht. Vorzugsweise wird die Kleb-  
stelle auf Scherung beansprucht. Die Spannungsverteilung in der  
Klebstelle ist nicht konstant sondern zeigt an den Endstellen Spitzen.  
Dynamisch beanspruchte Klebungen zeigen reduzierte Beanspru-  
chungsgrenzen, die mit dem Lastfaktor brücksichtigt werden. Zu  
beachten sind auch die Temperatur-Beständigkeitsgrenzen des Kleb-  
stoffs.

### Verständnisfrage 1

Welche Beanspruchungsart ist bei Klebeverbindungen zu bevorzugen?

### Verständnisfrage 2

Geht die Klebebreite oder die Überlappungsbriete proportional in die  
Belastungsgrenze bei Scherung ein?

### Verständnisfrage 3

Wie berechnen Sie die dynamische Beanspruchung von Scherbean-  
spruchten Klebestellen?

**Antwort 1**

Scherbeanspruchung

**Antwort 2**

Die Breite; die Überlappungslänge geht unterproportional ein.

**Antwort 3**

Mit dem Lastfaktor  $v$  wird die zulässige Schubspannungsamplitude berechnet:

$$\tau_a \text{ zul dyn} = \frac{v \cdot \tau_B}{S_B}$$

**Relevante Cases**

- [Welle-Nabe-Verbindung](#)

**Related Documents**

- [Exemplarische Auswahl einiger Klebstoffwerte](#)

**Publikationsverzeichnis – Literatur**

- [1] DIN 53282: Winkelschälversuch, Beuth Verlag Berlin, 1979
- [2] DIN 53288: Zugversuch, Beuth Verlag Berlin, 1981
- [3] DIN 54452: Druckscher-Versuch, Beuth Verlag Berlin, 1981
- [4] DIN EN 1465: Klebstoffe, Bestimmung der Zugscherfestigkeit hochfester Überlappungsklebung, Beuth Verlag Berlin, 1994
- [5] Künne, Bernd: Einführung in die Maschinenelemente, Teubner Verlag, 1998
- [6] Loctite: World Wide Design Handbook, 2. Auflage, Erasmusdruck GmbH Mainz, 1998

**Publikationsverzeichnis – Weblinks****Firmen**

- 3M: [www.3m.com](http://www.3m.com)
- Wahl+Lehman AG: [www.wahl-lehmann.ch](http://www.wahl-lehmann.ch)

# Federn

Autor: Prof. Dr. Markus Meier



# 1. Überblick

## Motivation

In vielen Gegenständen unseres unmittelbaren Umfeldes begegnen wir Federn und Dämpfern. Sie dienen zur Energiespeicherung aber sie mindern auch Kräfte für unseren Komfort. Die folgende Galerie soll den vielseitigen Einsatz von Federn illustrieren.



Bild (B100fedZ) Fahrgestell



Bild (B101fedZ) Stabfeder an Rolltisch zum Arretieren



Bild (B103fedZ) Biegestab im Ordner



Bild (B102fedZ) Schenkelfeder an Bürostuhl



Bild (B104fedZ) Gasdruckfeder an Motorhaube



Bild (B070fedZ) Sackmesser



Bild (B105fedZ) Stossdämpfer an Mountainbike [ [www.rockshox.com](http://www.rockshox.com)]

Die richtige Dimensionierung ist entscheidend für die Funktionserfüllung.

### Lernziele

Die Studierenden sollen:

- die Klassierung der einzelnen Federn kennen,
- die charakteristischen Eigenschaften physikalisch verstehen,
- für einzelne Typen von Federn die Kenngrößen bestimmen können,
- in der Lage sein auch spezifische Federtypen zu berechnen und
- einen Überblick über die Werkstoffe und Eigenschaften haben.

## Einleitung

Alle festen Körper sind mehr oder weniger elastisch. Sie verformen sich unter Belastung und nehmen nach der Entlastung wieder die ursprüngliche Form ein. Diesen Vorgang nennt man federn. Die während der Belastung geleistete Arbeit wird im Körper als elastische Energie gespeichert und bei Entlastung wieder abgegeben.

Bei den als Federn bezeichneten Bauteilen wird durch geeignete Werkstoffwahl und Gestaltung ein besonders gutes Verformungs- und Arbeitsspeichervermögen erzielt.

In der Sektion Entwurfsprozess wurde gezeigt, dass vor allem Biege- und Torsionskräfte, über weite Strecken geführt, weiches bzw. elastisches Strukturverhalten ergibt.

Die Federn stellen elastische Verbindungen dar und sind deshalb den Maschinenelementen der Verbindungstechnik zuzuordnen. Federn werden sehr vielseitig eingesetzt. Sie können nach dem Werkstoff und der Beanspruchungsart systematisch eingeteilt werden (B001fedS).

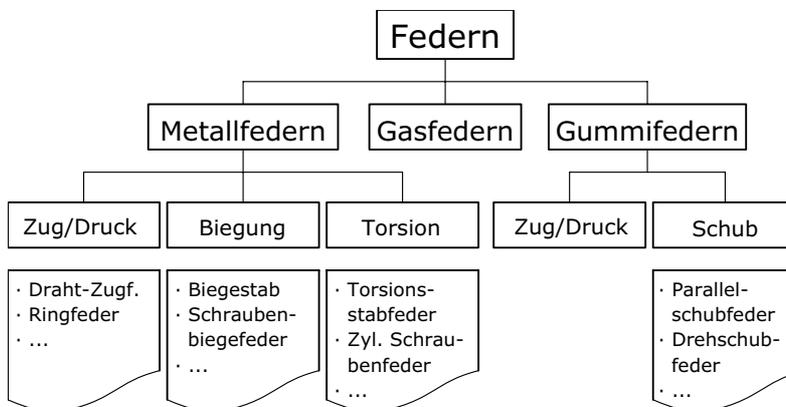


Bild (B008umeZ) Einteilung nach Werkstoff und Beanspruchungsart

Die Vielfalt der Federn ist gross und die folgenden Bilder (B002–009fedZ) sind nur eine Auswahl:

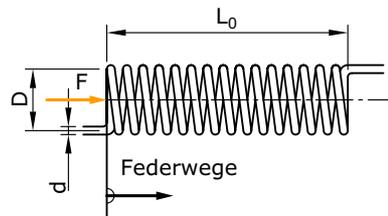


Bild (B002fedZ) Zylindrische Schraubenfeder (Druckfeder)

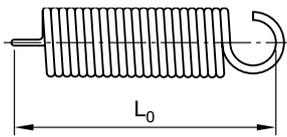


Bild (B003fedZ) Zylindrische Schraubenfeder (Zugfeder)

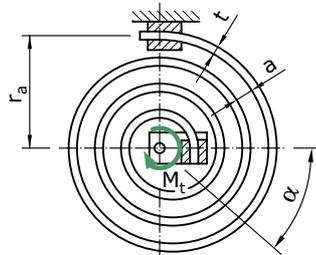


Bild (B004fedZ) Spiralfeder

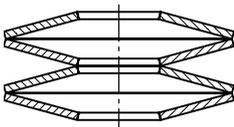


Bild (B071fedZ) Tellerfeder

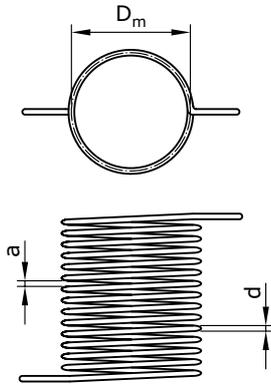


Bild (B005fedZ) Schenkelfeder

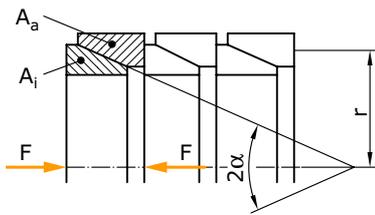


Bild (B033fedS) Ringfeder

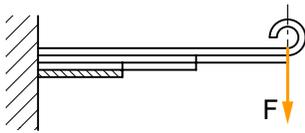


Bild (B008fedZ) Blattfeder

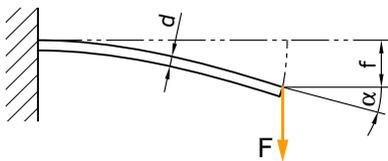


Bild (B009fedZ) Stabfeder (Biegestabfeder)

Tabelle 001fedZ zeigt Funktionen und Anwendungsbeispiele von Federn:

Funktion	Anwendungsbeispiele
Lageenergie speichern und mehr oder weniger schnell abgeben	Uhrenfedern, Federmotoren, Ver- und Entriegelungen, Rückhaltefedern, Beschleunigungshilfen usw.
Stossenergie auffangen und auf längerem Weg bei geringerer Kraft abbauen	Stossfedern bei Fahrzeugen, Pufferfedern, drehelastische Wellenkupplungen usw.
Bewegungsenergie (kinetische Energie) erzeugen, unterstützen oder zurückführen	Ventilfedern, Rückführung von Steuergestängen usw.
Kinetische Energie von Schwingungserzeugern isolieren, dämpfen oder zwecks Resonanzverschiebung verstimmen	Maschinen- oder Gerätelagerungen, Stossisolierung von Arbeitsmaschinen mit Hammerwirkung
Kräfte verteilen	Fahrzeugfederungen, Polsterungen von Sitz- und Liegemöbeln
Kräfte begrenzen	Pressen, Bohrwerkzeugen usw.
Kräfte bzw. Drücke messen und regeln	Aufgrund des für Federn typischen Zusammenhanges von Kraft und Verformweg
Verbindungskräfte bei Bewegung oder bei Verschleiss aufrechterhalten	Anpressen von Kontaktflächen bei Dichtungen, Elektromotoren, rotierenden Signalübertragungen, Federgelenken

Tabelle (T001fedZ) Funktionen von Federn

Die wichtigsten Anforderungen an elastische Federn lauten: hohes Energie- bzw. Arbeitsaufnahme-Vermögen, verlustarme Energieabgabe und damit geringe innere Reibung bzw. Dämpfung, bestmögliche Werkstoff- und Formausnutzung, d. h. große Volumen- bzw. Gewichts-Nutzwerte (speicherbare Energie, bezogen auf Volumen bzw. Gewicht), Formstabilität im Arbeitsbereich, Ermüdungs- und Setzfreiheit und geringe Spannungs- und Entspannungsträgheit.

## 2. Federeigenschaften

Das Verhalten einer Feder beim Be- und Entlasten ist gekennzeichnet durch den Zusammenhang zwischen Verformung (Federweg) und Kraft. Der Federweg  $s$  bei einer wirkenden Kraft  $F$  ergibt sich gemäß B010fedZ aus:

$$s = l_0 - l_F \quad (1)$$

Der Zusammenhang aus Kraft und Federweg lässt sich grafisch anschaulich in Form der Federkennlinie darstellen. B011fedZ zeigt drei grundsätzlich verschiedene Verhaltensweisen (Federcharakteristiken) mit dafür typischen Kennlinien.

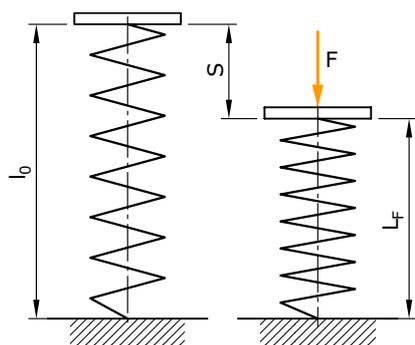


Bild (B010fedZ) Belastung einer Feder

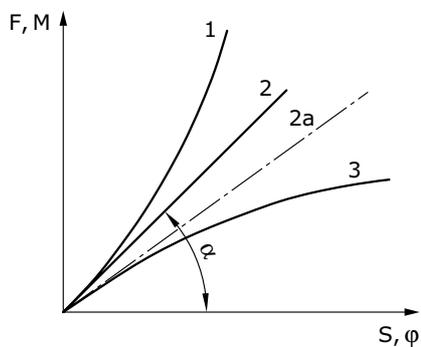


Bild (B011fedZ) Federkennlinien

1 = progressive Kennlinie:

$$\frac{dF}{ds} \neq \text{konst}, \frac{d^2F}{ds^2} > 0 \quad (2)$$

2 = lineare Kennlinie:

$$\frac{dF}{ds} = \tan\alpha, \frac{d^2F}{ds^2} = 0 \quad (3)$$

Bei Federn mit linearer Kennlinie nennt man die Größe R Federrate oder Federkonstante.

$$\frac{dF}{ds} = \tan\alpha = R \text{ [N / mm]}; F = R \cdot s; R = \frac{F}{s} \quad (4)$$

3 = degressive Kennlinie:

$$\frac{dF}{ds} \neq \text{konst}, \frac{d^2F}{ds^2} < 0 \quad (5)$$

$$\frac{dM}{d\varphi} = \tan\alpha = R_t \text{ [Nmm / rad]}; M = R_t \cdot \varphi; R_t = \frac{M}{\varphi} \quad (6)$$

Vergleicht man Federn mit linearen Kennlinien, wie z. B. 2 und 2a in B011fedZ, wird die Feder mit der kleineren Federrate 2a als "weicher" bezeichnet.

Bei Drehfedern tritt an die Stelle der Federkraft das Moment M und an die Stelle des Federweges der Verdrehwinkel  $\varphi$  (siehe B011fedZ).

### Beispiele zu Charakteristik 1

Fahrzeugfederung, progressive Zunahme der Federkraft mit dem Federweg vermeidet "Durchschlagen" der Federung und ermöglicht es, die Eigenschwingungsfrequenz des Fahrzeugaufbaus unabhängig vom Belastungszustand konstant zu halten.

Diesen zweiten Zusammenhang erkennt man aus der Beziehung der Eigenfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{R}{m}} \quad (7)$$

mit:

R = Federrate

m = Masse

Um die Frequenz konstant zu halten, muss bei grösserer Zuladung des Fahrzeuges auch die Steifigkeit erhöht werden.

### Beispiele zu Charakteristik 2

Federwaage; die lineare Zunahme der Federkraft mit dem Federweg ermöglicht die Verwendung einer einfachen Skala mit konstanten Abständen zwischen den Ablesemarken.

### Beispiele zu Charakteristik 3

Mit Puffern werden grosse kinetische Energien absorbiert. Um die Pufferkräfte zu limitieren, werden degressive Kennlinien bevorzugt.

Kupplungsfedern, die degressive Zunahme der Federkraft mit dem Federweg erleichtert das Lösen (Lüften) der Kupplung.

### 3. Gekoppelte Federn

Wirken mehrere Federn gemeinsam, so können sie parallel, hintereinander (seriell) oder kombiniert geschaltet sein.

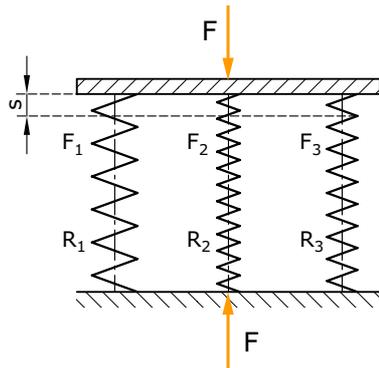


Bild (B012fedZ) Federn parallel

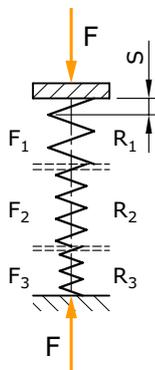


Bild (B013fedZ) Federn seriell

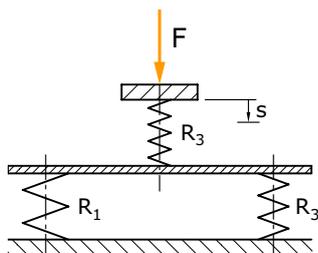


Bild (B014fedZ) Federn kombiniert

### 3.1. Parallele Anordnung

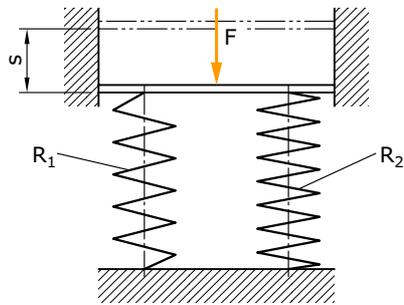


Bild (B015fedZ) Parallel geschaltete Federn

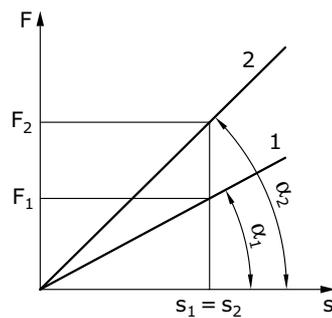


Bild (B016fedZ) Federkennlinien parallel geschalteter Federn

Bei parallel geschalteten Federn ist der Federweg aller Federn gleich!

$$s_1 = s_2 = \dots = s_n = s \quad (8)$$

und es ist:

$$F_1 + F_2 + \dots + F_n = F \quad (9)$$

das Federgesetz eingesetzt:

$$F_1 = R_1 \cdot s ; F_2 = R_2 \cdot s ; \dots ; F_n = R_n \cdot s \quad (10)$$

(10) in (9) eingesetzt ergibt:

$$F = R_1 \cdot s + R_2 \cdot s + \dots + R_n \cdot s \quad (11)$$

und somit beträgt die Gesamtfederrate:

$$R = \frac{F}{s} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i \quad (12)$$

$$F = R \cdot s \quad (13)$$

### 3.2. Serielle Anordnung

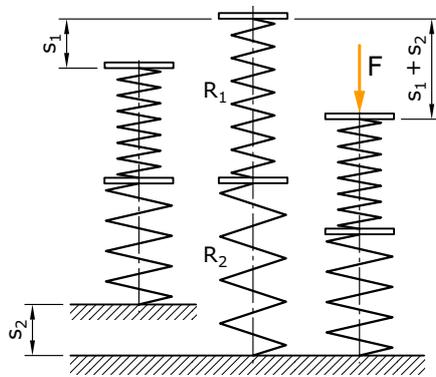


Bild (B017fedZ) Hintereinander geschaltete Federn

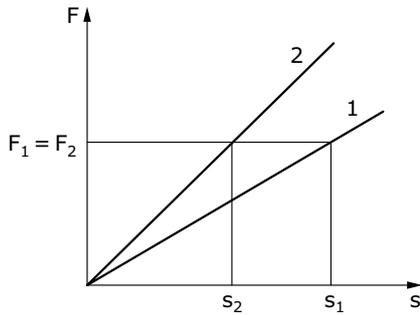


Bild (B018fedZ) Federkennlinien hintereinander geschalteter Federn

Bei hintereinander geschalteten Federn ist die Federkraft aller Federn gleich!

$$F_1 + F_2 + \dots + F_n = F \quad (14)$$

und es ist:

$$s_1 + s_2 + \dots + s_n = s \quad (15)$$

das Federgesetz eingesetzt:

$$F_1 = R_1 \cdot s_1 \quad F_2 = R_2 \cdot s_2 \quad \dots \quad F_n = R_n \cdot s_n \quad (16)$$

mit:

$$s = \frac{F}{R} \quad (17)$$

eingesetzt:

$$\frac{F}{R} = \frac{F}{R_1} + \frac{F}{R_2} + \dots + \frac{F}{R_n} \quad (18)$$

Damit ist der reziproke Wert der Gesamtfederrate

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (19)$$

### 3.3. Kombinierte Anordnungen

Die Federn können auch kombiniert seriell, parallel angeordnet werden (siehe B014fedZ) oder mit gezielter Anordnung zu speziellen Charakteristiken kombiniert werden.

#### Beispiele

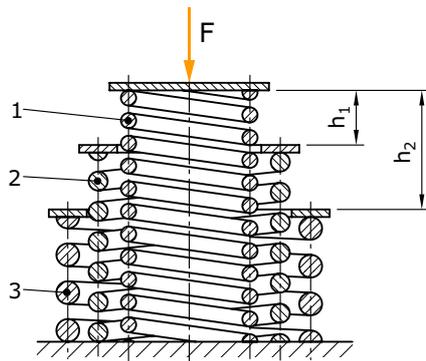


Bild (B019fedZ) Beispiel einer parallelen Anordnung

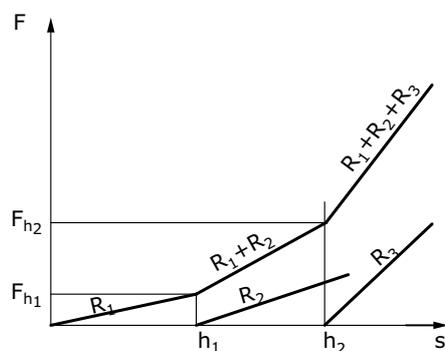


Bild (B020fedZ) Charakteristika zu B019fedZ parallel

$$R_1 = \frac{F_{h_1}}{h_1}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{F_{h_2} - F_{h_1}}{h_2 - h_1} \quad (114)$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{F - F_{h_2}}{s - h_1} ; \text{ für } F > F_{h_2}$$

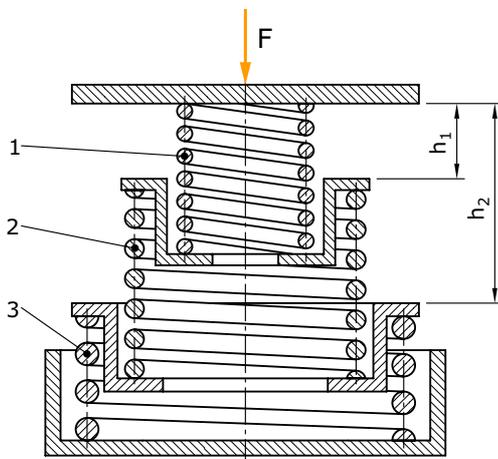


Bild (B021fedZ) Beispiel einer seriellen Anordnung

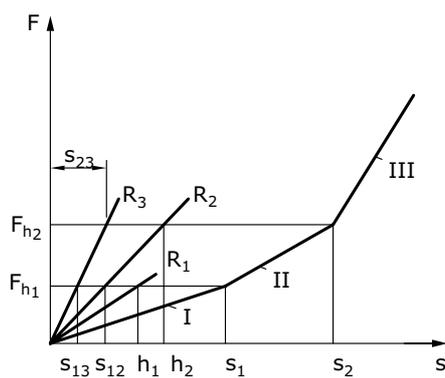


Bild (B022fedZ) Charakteristika zu B021fedZ seriell

$$\text{I: } \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\text{II: } \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (115)$$

$$\text{III: } \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_2}$$

## 4. Federarbeit

Die Federarbeit, auch Arbeitsaufnahme oder Arbeitsvermögen genannt, ergibt sich aus dem Produkt von Federkraft und Federweg.

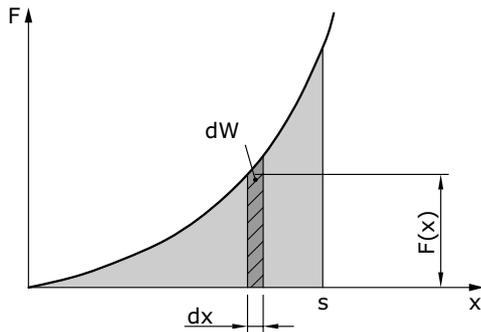


Bild (B023fed5) Grafische Darstellung der Federarbeit

$$dW = F(x) \cdot dx \quad (20)$$

$$W = \int_0^s F(x) \cdot dx \quad (21)$$

Die Fläche unter der Kennlinie ist ein Maß für die Arbeitsaufnahme oder das Arbeitsvermögen der Feder.

Für Federn mit linearer Kennlinie gilt:

$$W = \int_0^s R \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s \quad (22)$$

## Vergleich zwischen harter und weicher Feder

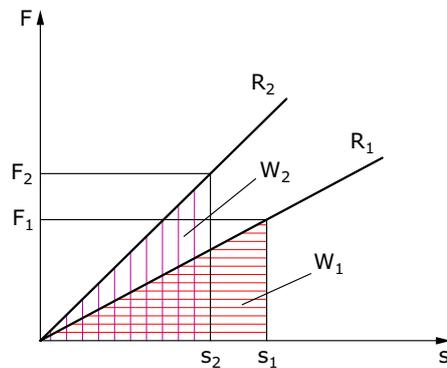


Bild (B024fedS) Federarbeit von weicher und harter Feder

Zwei Federn, gekennzeichnet durch  $R_1$  und  $R_2$ , sollen die gleiche Arbeit aufnehmen, d. h.  $W_1$  soll gleich  $W_2$  sein.

- Die weiche Feder 1 benötigt einen großen Federweg  $s_1$ , dafür ist die Endkraft  $F_1$  klein.
- Die harte Feder 2 benötigt nur einen kleinen Federweg  $s_2$ , dafür ist die Endkraft  $F_2$  groß.

Die Belastbarkeit einer Feder und damit auch das Arbeitsvermögen wird begrenzt durch die maximale Spannung, die für den Federwerkstoff zugelassen werden kann.

## 4.1. Zugstabfeder

Die Beanspruchung (in diesem Fall Zugspannungen) ist im ganzen Federvolumen gleich groß.

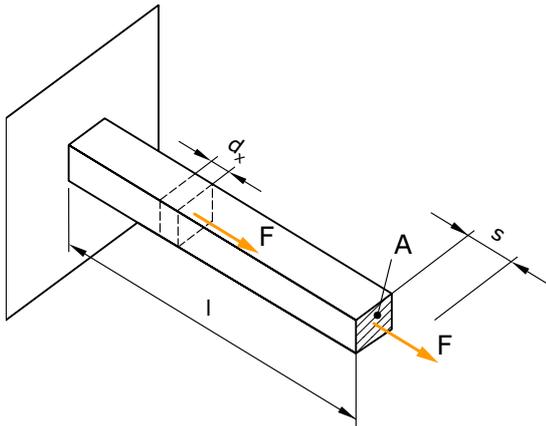


Bild (B025fedS) Zugstabfeder

Die äussere Arbeit, die im Zugstab (elastisch nach Hook) geleistet wird, ist:

$$W_a = \frac{F \cdot s}{2} \quad (23)$$

wobei nach dem Gesetz von Hook gilt:

$$s = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l \quad (24)$$

und

$$F = \sigma \cdot A \quad (25)$$

mit:

$\sigma$ : Zugspannung

A: Querschnittsfläche

E: E-Modul

Eingesetzt:

$$W_a = \frac{\sigma \cdot A}{2} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{\sigma^2 \cdot V}{2 \cdot E}; \text{ mit } V: \text{ Volumen } (V = A \cdot l) \quad (26)$$

Die maximale Arbeit, welche aufgenommen werden kann, ist dann erreicht, wenn die Spannung die zulässige Spannung erreicht:

$$W_a(\text{Zugfeder}) = \frac{\sigma_{\text{zul}}^2 \cdot V}{2 \cdot E} \quad (27)$$

Im Zugstab ist jeder einzelne Querschnitt identisch beansprucht. Somit ist es naheliegend, dass diese Arbeit die maximalst mögliche Arbeit eines Körpers mit Hook'schem Verhalten darstellt (grösste Energie pro Volumen gespeichert).

## 4.2. Biegestab

Schauen wir im Vergleich einen Biegestab an

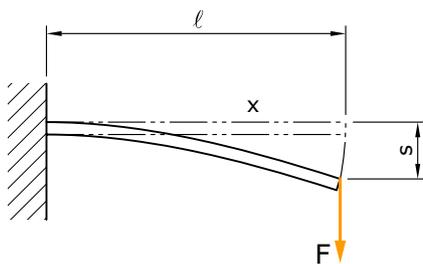


Bild (B026fedZ) Biegestab

Die äussere Arbeit ist wiederum:

$$W_a = \frac{F \cdot s}{2} \quad (28)$$

wobei die Auslenkung eines eingespannten Balkens

$$s = \frac{F \cdot \ell^3}{3EI} \quad (29)$$

ist. Eingesetzt:

$$W_a = \frac{F^2 \cdot \ell^3}{6EI} \quad (30)$$

Die maximale Arbeit ist dann eingebracht, wenn bei der Eigenspannung die zulässige Spannung erreicht ist

$$\sigma = \frac{M_B}{W_B} = \frac{F \cdot \ell}{I} \cdot \frac{h}{2} = \sigma_{zul} \quad (31)$$

Wird nach F aufgelöst und in die Arbeit eingesetzt, ergibt dass:

$$W_a = \frac{4 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot I^2}{\ell^2 \cdot h^2} \cdot \frac{\ell^3}{6EI} = \frac{4 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot I \cdot \ell}{6 \cdot h^2 \cdot E} \quad (32)$$

mit

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad \text{und} \quad V = b \cdot h \cdot \ell \quad (33)$$

wird

$$W_a = \frac{1}{18} \cdot \frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V}{E} \quad (34)$$

also nur 1/9 vom Arbeitsvermögen einer Zugstange.

### 4.3. Schubfeder



Bild (B027fedZ) Schubfeder

Dieselbe Analyse kann auch bei einer reinen Schubfeder durchgeführt werden. Auch in diesem Fall ist jeder Querschnitt identisch mit  $\tau$  beansprucht.

Die maximale Arbeit wird:

$$W_a = \frac{\tau_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot G} \quad (35)$$

Im Vergleich mit dem Zugstab mit:

$$\tau_{zul} \cong \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{zul} \quad (36)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \nu = 0.3 \quad (37)$$

wird

$$W_a = \frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V \cdot 2(1+\nu)}{3 \cdot 2 \cdot E} = \frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V \cdot 1.3}{3 \cdot E} \cong \frac{0.9 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot E} \quad (38)$$

leicht kleiner als beim Zugstab.

#### 4.4. Ausnutzungsfaktor

Zur Beurteilung der Ausnutzung des Werkstoffes definiert man den Art-Nutzwert oder Ausnutzungsfaktor  $\eta_A$ .  $\eta_A$  ist von der Federart abhängig und kennzeichnet die Güte der Werkstoffausnutzung. Er ist auch abhängig von der Spannungsverteilung, also von der Belastungsart der Feder. Die Ausnutzung des Werkstoffvolumens der Feder ist offensichtlich am besten, wenn die Spannung im ganzen Volumen gleich ist.  $\eta_A$  ist gleich 1, wenn die Spannung in jedem Punkt des Federvolumens gleich groß ist. Beispiele sind: Zugstabfeder und Druckfeder (Gummiklotz)

Um eine beliebige Feder zu charakterisieren definiert man:

$$\eta_A = \frac{W_a(\text{Feder})}{W_a(\text{Zugstabfeder})} = \frac{W_a(\text{Feder})}{\frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot E}} \quad (39)$$

beispielsweise Biegefedern:

$$\eta_A = \frac{1/18 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot V/E}{1/2 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot V/E} = 1/9 \quad (40)$$

## 5. Wirkungsgrad/Dämpfungsgrad

Wie alle technischen Elemente sind Federn verlustbehaftet. Ursache ist die innere und /oder äußere Reibung, die bei der Arbeitsaufnahme und -abgabe auftritt.

Definition des Federwirkungsgrads

$$\begin{aligned} \eta_W &= \frac{\text{zur ckgewonnene Arbeit}}{\text{aufgewendete Arbeit}} \\ &= \frac{\text{abgegebene Federarbeit}}{\text{aufgenommene Federarbeit}} = \frac{W'}{W} \end{aligned} \quad (41)$$

Können innere und äußere Reibung vernachlässigt werden, ist  $\eta_W = 1$ .

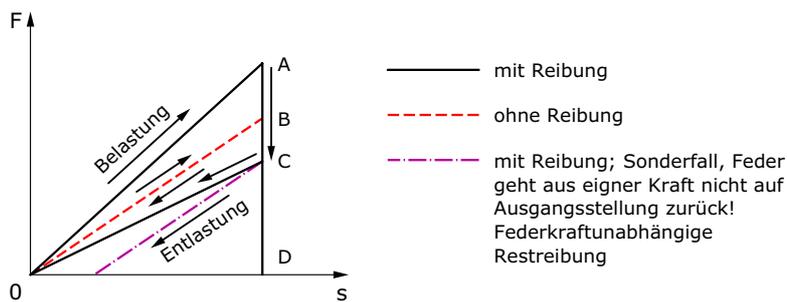


Bild (B028fedS) Federdämpfungsgrad

Bei Schwingungsvorgängen, die einer Dämpfung unterliegen, definiert man den Dämpfungsgrad

$$\delta = \frac{W - W'}{W + W'} = \frac{\text{Verlustrarbeit}}{\text{Arbeitsumsatz}} \quad (42)$$

und die prozentuale Dämpfungsarbeit:

$$DW = \frac{W - W'}{W'} \cdot 100 \quad [\%] \quad (43)$$

Gute Dämpfungseigenschaften lassen sich auf drei Arten erzielen:

1. Werkstoffe mit hoher innerer Reibung  
Beispiel: Bestimmte Gummimischungen
2. Federgestaltung mit hoher äußerer Reibung  
Beispiel: Tellerfedernpaket
3. Anordnung eines eigenen Dämpfungsgliedes  
Beispiel: Federbein mit hydraulischem Teleskopdämpfer

## 6. Federvorspannung

Vielfach werden Federn konstruktiv vorgespannt, um erst bei Überschreitung einer bestimmten Kraft, der Vorspannkraft, weiter deformiert zu werden.

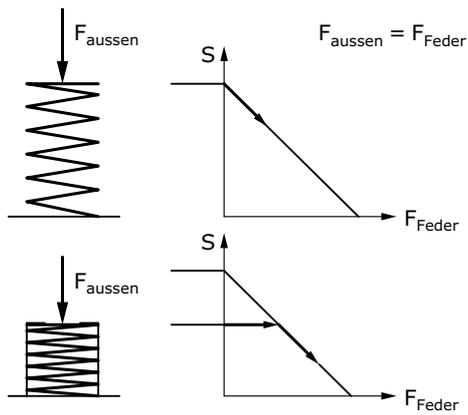


Bild (B029fedZ) oben: nicht vorgespannte Feder; unten: vorgespannte Feder und entsprechende Federkennlinie

## 7. Federschwingsystem

Kombination von Masse und Feder ergibt ein schwingfähiges System mit charakteristischer Eigenfrequenz.

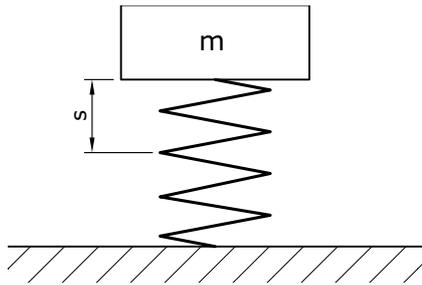


Bild (B030fedZ) Ein-Masse-Schwingsystem

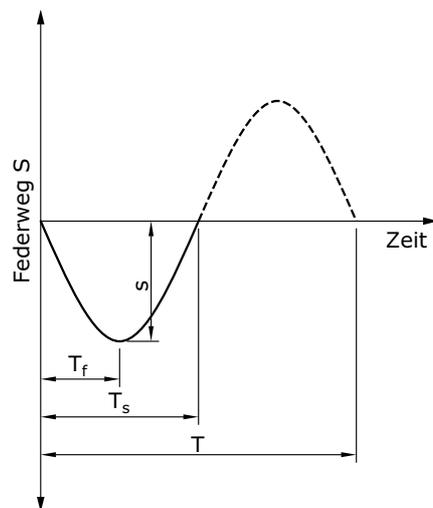


Bild (B031fedZ) Federweg

Die Eigenfrequenz des Schwingsystems beträgt:

$$\omega = \sqrt{\frac{R}{m}} \quad (44)$$

## 8. Auslegung und Berechnung der Federn

Da die aufnehmbare Federarbeit mit dem Quadrat der maximalen Spannung steigt, sollte der Federwerkstoff möglichst hohe Festigkeit aufweisen.

Bei ruhender oder sich selten ändernder Belastung ist zu prüfen, ob  $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{zul}}$  ist.

Bei dynamischer Belastung ist außerdem die Dauerfestigkeit der Feder zu prüfen:  $\sigma_a \leq \sigma_{a\text{zul}}$

Die gleichen Überlegungen gelten auch für entsprechende Schubspannungen  $\tau$ .

Exemplarisch sollen einige Federtypen in unterschiedlicher Tiefe dargestellt werden.

### 8.1. Zug- oder druckbeanspruchte Federn – Draht-Zugfeder

In Hinblick auf den unter Kapitel definierten Ausnutzungsfaktor  $\eta_A$  wäre ein auf Zug beanspruchter Draht die günstigste Feder.

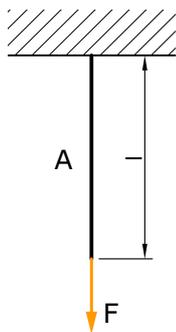


Bild (B032fed5) Draht-Zugfeder

Belastbarkeit

$$F = A \cdot \sigma_{\text{zul}} \quad (45)$$

Max. Federweg:

$$s = \frac{l \cdot F}{E \cdot A} = \frac{l \cdot \sigma_{zul}}{E} \quad (46)$$

Max. Federarbeit:

$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s = \eta_A \cdot \frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot E} \quad (47)$$

Ausnutzungsfaktor:

$$\eta_A = 1 \quad (48)$$

Mit  $E = 210'000 \text{ N/mm}^2$  für Stahl und  $\sigma_{zul} = 2'100 \text{ N/mm}^2$  für hochfesten Stahl wird beispielweise der Federweg:

$$s = \ell/100 \quad (49)$$

Eine Feder, deren Baulänge das Hundertfache des größten Federweges beträgt, ist für den praktischen Einsatz ungeeignet. Wird dagegen als Federwerkstoff Gummi mit wesentlich kleinerem E-Modul und  $\sigma_{zul}$  gewählt, so ergeben sich durchaus brauchbare Zugfedern.  
z. B. mit  $E = 2 \text{ N/mm}^2$  und  $\sigma_{zul} = 12 \text{ N/mm}^2$  wird:

$$s = \ell/100 \quad (50)$$

## 8.2. Zug- oder druckbeanspruchte Federn – Ringfedern

Auch in die Klasse der Zug- und Druckfedern gehören die Ringfedern.

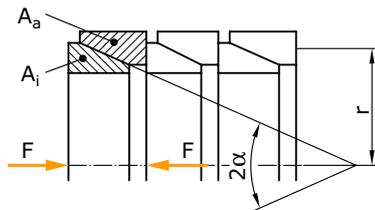


Bild (B033fedS) Ringfeder

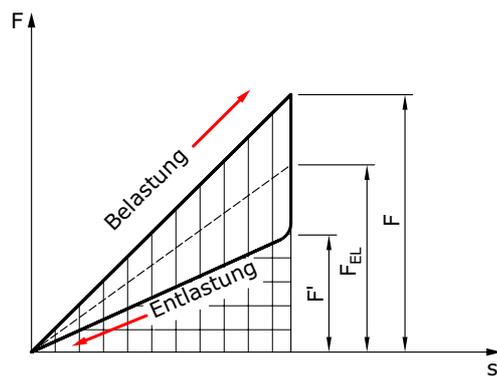


Bild (B034fedZ) Dämpfung gross (bis 70%)

Über Gleichgewichtsbetrachtungen an einem einzelnen Ring können die Radialkräfte  $F_r$  bestimmt werden und damit die radiale Ausdehnung des äusseren und Stauchung des inneren Ringes und damit den Federweg  $s$ . Dieser Federtyp ist stark gedämpft.

### 8.3. Biegebeanspruchte Federn – Biegestabfedern

Als einfachste Biegefeder ist ein einseitig eingespannter Stab konstanten Querschnitts anzusehen, der durch die Kraft  $F$  am freien Ende auf Biegung beansprucht wird.

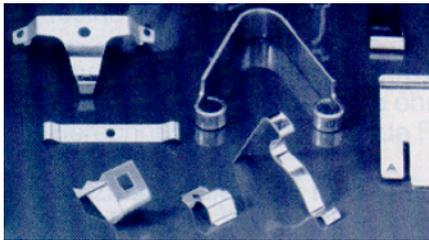


Bild (B106fedS) biegebeanspruchte Federn

In allen Querschnitten tritt die lineare Biegespannungsverteilung auf. Da ausserdem das Biegemoment linear über die Länge von Null am Kraftangriffspunkt bis zum Maximalwert an der Einspannstelle zunimmt, herrscht die grösste Spannung  $\sigma_{\max}$  nur im Einspannquerschnitt. Die Ausnutzung des Werkstoffvolumens ( $\eta_A$ ) ist schlecht (siehe auch: [Biegestab](#)).

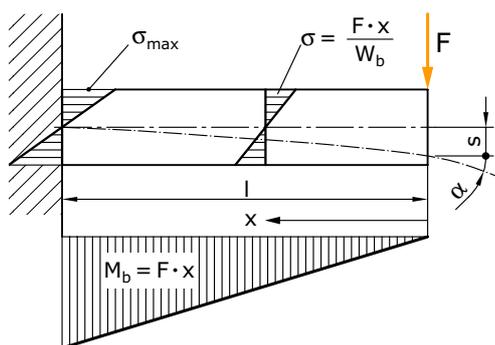


Bild (B035fedS) Biegespannungsverteilung einer Biegestabfeder

Der Federweg  $s$  ist

$$s = \frac{F \cdot \ell^3}{3E \cdot I} \quad (51)$$

Die Federkonstante

$$R = \frac{F}{s} = \frac{3E \cdot I}{\ell^3} \quad (52)$$

Die maximale Kraft

$$F = \frac{\sigma_{zul} \cdot W_b}{\ell} \quad (53)$$

Der Ausnutzungsfaktor ist, wie schon gezeigt  $\eta_A = 1/9$ .

Eine bessere Ausnutzung ergibt sich, wenn der Querschnitt der Biegefeder dem Verlauf des Biegemoments angepasst wird. Man erhält dann eine sogenannte Dreiecksfeder.

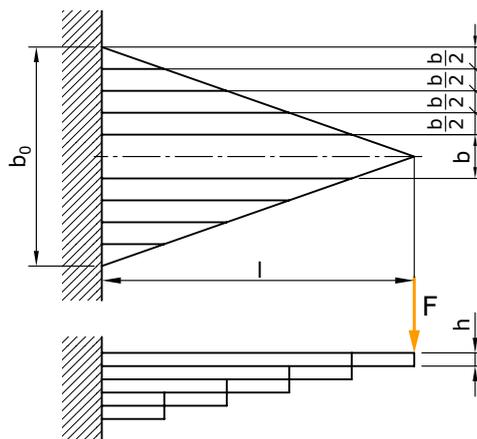


Bild (B036fedS) Dreiecksfeder

Um die Dreiecksfeder besser einbauen zu können, zerlegt man sie in Streifen, die aufeinander geschichtet werden. Man erhält so eine geschichtete Blattfeder.

$$s = \frac{F \cdot \ell^3}{2 \cdot E \cdot I_0} \quad (54)$$

$$R = \frac{F}{s} = \frac{2E \cdot I_0}{\ell^3} \quad (55)$$

wobei  $I_0$  das Trägheitsmoment bei der Einspannung darstellt.

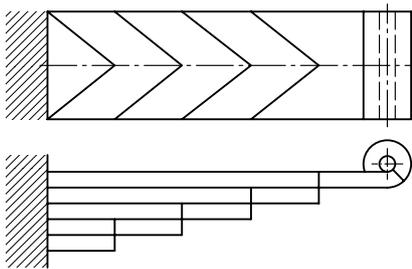


Bild (B037fedS) geschichtete Blattfeder, rechteckige Ausführung

Mit Rücksicht auf die notwendige Kräfteinleitung wird die geschichtete Blattfeder in der Praxis nicht spitz, sondern stumpf endend ausgeführt.

$$\eta_A = \frac{1}{3} \quad (56)$$

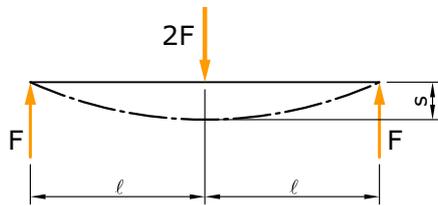


Bild (B038fedS) doppelseitige Biegefeder

Die doppelseitige Biegefeder kann als aus zwei einfachen Biegefedern entstanden aufgefasst werden. Die rechnerische Behandlung erfolgt entsprechend.

Die Blattfedern erfahren durch die Reibung in den Schichten eine starke Dämpfung.

## 8.4. Biegebeanspruchte Federn – Schraubenbiegefeder

Wenn auf linear gewickelte Federdrähte ein Torsionsmoment eingelegt wird, ergibt dies im Drahtquerschnitt Biegung. Federn dieses Typs finden sich z. B. in Gehäusedeckeln.

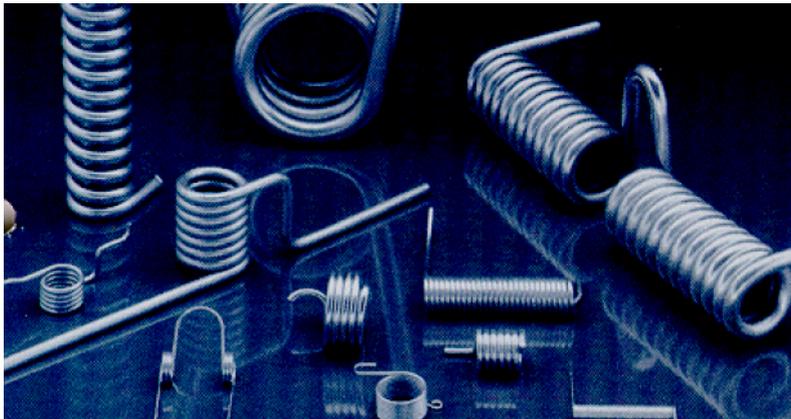


Bild (B000fedS) Schraubenfedern

Beispielhafte Anordnungen:

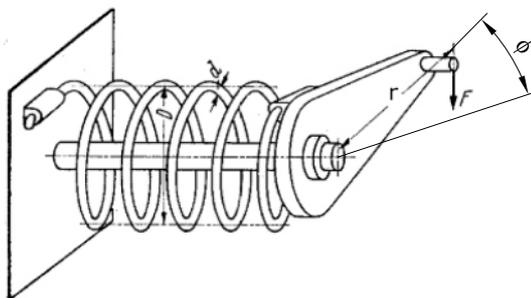


Bild (B039fedS) Enden eingespannt

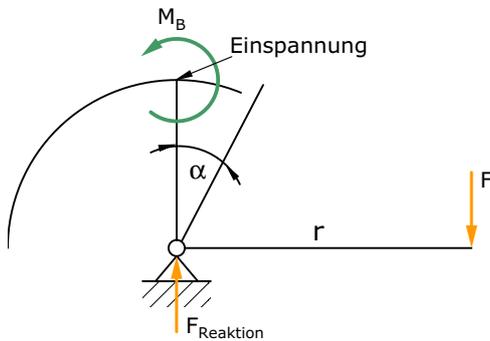


Bild (B040fedZ) Gleichgewicht am Hebel

Das Torsionsmoment  $M_T = F \cdot R$  wird über das Einspannmoment  $M_B$  bei der Feder kompensiert.

Dieses Biegemoment  $M_B$  ist konstant über die gesamte Länge der Wicklung.

$$M_B = \text{const.} \quad (57)$$

Entsprechend können wir diesen Federtyp wie einen langen Biegestab behandeln.

Die Krümmung ist:

$$w'' = \frac{1}{R} + \frac{M_B(u)}{E \cdot I(u)} \quad (58)$$

wobei der Wicklungsradius  $R = D/2$  ist und  $u$  die laufende Koordinate entlang des Drahtes ist.

In unserem Fall:

$$w'' = \frac{2}{D} + \frac{M_B}{EI} \quad (59)$$

Die Verdrehung ist:

$$\varphi = w' = \int w'' \cdot du = \int_0^{n \cdot 2\pi} \frac{M_B}{EI} \cdot \frac{D}{2} \cdot d\varphi = nD\pi \quad (60)$$

mit  $n$  der Anzahl Wicklungen und

$$I = \frac{d^4 \pi}{64}; M_B = F \cdot R \quad (61)$$

Zusammengefasst:

$$\varphi = nD\pi \cdot \frac{M_B}{EI} \quad (62)$$

$$R = \frac{M_T}{\varphi} = \frac{EI}{nD\pi} \quad (63)$$

Die maximale Spannung erhalten wir im Draht durch Biegenormalspannungen:

$$\sigma_x = \frac{M_B}{W_B} = \frac{M_B}{I} \cdot \frac{D}{2} = \sigma_{zul} \quad (64)$$

Damit gilt:

$$\eta_A = \frac{1}{4} \quad (65)$$

Bei eng gewundenen Schraubenbiegefedern und Beanspruchung entgegen dem Windungssinn ist zu berücksichtigen, dass die Randspannung an der Innenseite des Federdrahtes grösser ist als an der Aussenseite (gekrümmter Biegeträger). Man rechnet dann:

$$\sigma_x = q \cdot \frac{M_B}{W_B} \quad (66)$$

D/d	2	3	4	6	8	15
q	1,59	1,36	1,25	1,16	1,12	1,06

Tabelle (T002fedS) Beiwert q in Abhängigkeit vom Wickelverhältnis

$$\frac{D}{d} = \frac{\text{Windungsdurchmesser}}{\text{Drahtdurchmesser}} = \text{Wickelverh Itnis} \quad (67)$$

### Entwurfsrichtlinien

- nur Torsionsmoment einleiten
- $d/D \approx 4-20$
- Bolzendurchmesser  $< 0.8 D_i$  (Innendurchmesser Wicklung)

## 8.5. Biegebeanspruchte Federn – Spiralfeder

Ähnliche Verhältnisse liegen in der radial gewickelten Spiralfeder vor. Auch hier herrscht an der Einspannstelle des Drahtes oder des Bandstahles ein Biegemoment  $M_B = M_t$ , welches sich konstant über die gesamte Länge der Wicklung verhält.

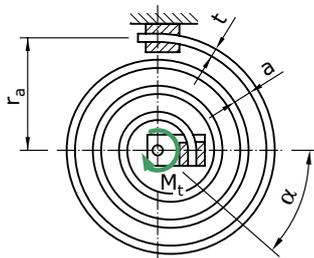


Bild (B004fedZ) Spiralfeder

Für ein Bandstahl mit Breite  $B$  und Dicke  $t$  wird:

$$\varphi = \frac{M_B}{EI} \cdot L \quad (68)$$

wobei  $L$  die aufgewickelte Länge darstellt und  $I = bt^3/12$  ist.

### Entwurfsrichtlinien

- Drehmoment in Windungsrichtung einleiten.
- Enden einspannen.
- Wickeldistanz genügend gross, sodass keine Berührung stattfindet.

## 8.6. Torsionsbeanspruchte Federn – Drehstabfedern

Die Drehstabfedern haben in der Regel einen Kreis- oder einen Rechteckquerschnitt und können aus einem oder mehreren Profilen (hohl, massiv oder geschichtet) hergestellt werden.

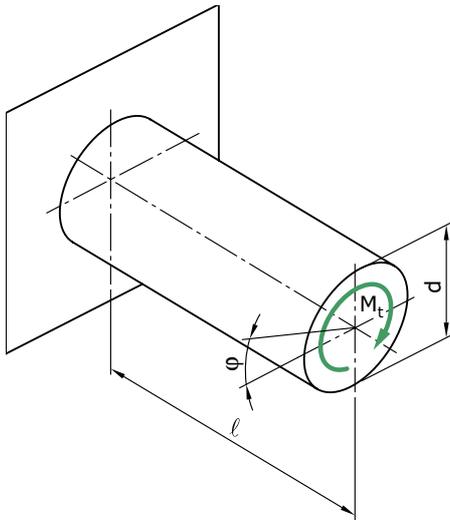


Bild (B042fedS) Drehstabfeder

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t} = \frac{M_t \cdot l \cdot 32}{G \cdot \pi \cdot d^4} \quad (69)$$

$$R = \frac{G I_t}{l} \quad (70)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot M_t \cdot \varphi = \frac{M_t^2 \cdot l}{2 \cdot G \cdot I_t} = \frac{M_t^2 \cdot l \cdot 16}{G \cdot \pi \cdot d^4} \quad (71)$$

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot d^3} = \tau_{zul} \quad (72)$$

$$M_{t_{\max}} = \tau_{\text{zul}} \cdot W_t \quad (73)$$

$$W_a = \frac{\tau_{\text{zul}}^2 \cdot V}{16G} \quad (74)$$

### Beispiel

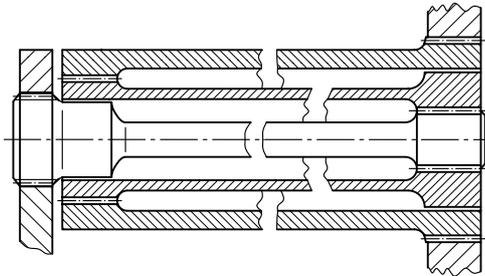


Bild (B045fedZ) Komplexe Anwendung mehrfacher, geschachtelter Torsionsstäbe (Prinzip: Kraft über lange Strecke leiten)

## 8.7. Torsionsbeanspruchte Federn – Zylindrische Schraubenfedern

Belastet man einen schraubenförmig gewundenen Federdraht durch eine Kraft in Richtung der Achse der Schraubenlinie, so wird der Federdraht auf Torsion beansprucht.

Die Schraubenfeder weist gegenüber anderen Federkonstruktionen Vorteile auf. Sie ist die im Maschinenbau am häufigsten eingesetzte Feder.

### Vorteile

- lineare Kennlinie
- praktisch keine Dämpfung
- grosse Federwege bei begrenzter Bauhöhe möglich
- günstiger Ausnutzungsfaktor ( $\eta_A = 0.5$ )
- rechnerisch gut zu erfassen

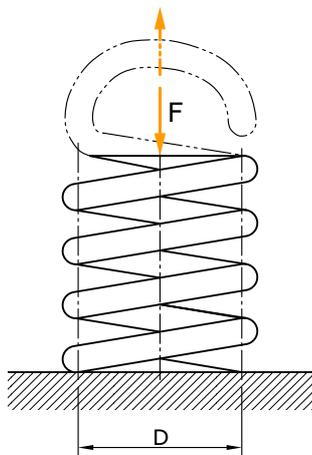


Bild (B043fedS) Zylindrischen Schraubenfedern

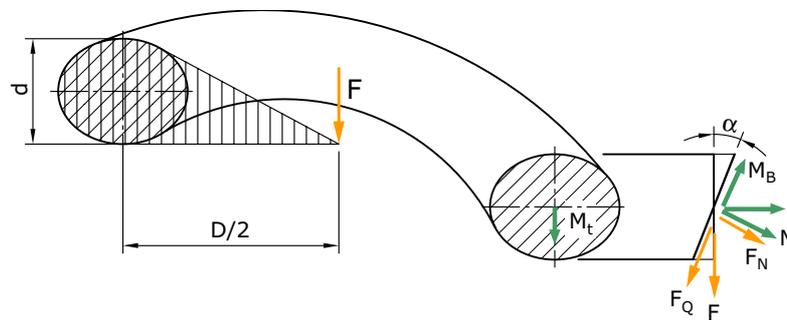


Bild (B044fedS) Zentrisch angreifende Kräfte an zylindrischen Schraubenfedern

Die zentrisch angreifende Kraft  $F$  erzeugt für alle Drahtquerschnitte die gleiche Kinematik.

### Momente

Torsionsmoment:

$$M_t = F \cdot \frac{D}{2} \cdot \cos\alpha \quad (75)$$

Biegemoment:

$$M_B = F \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin\alpha \quad (76)$$

### Schnittkräfte

Normalkraft:

$$F_N = F \cdot \sin\alpha \quad (77)$$

Querkraft:

$$F_Q = F \cdot \cos\alpha \quad (78)$$

Da  $\alpha$  ein kleiner Winkel ist, verlieren die Beanspruchungen mit sin-Term, insbesondere bei grossen Wickelverhältnissen, gegenüber dem Torsionsmoment ihre Bedeutung. Die Querkraft hat infolge schlankem Bauteil auch vernachlässigbare Grösse.

Deshalb wird eine Schraubenfeder nach DIN 2089 [1] nur auf Torsionsbeanspruchung ausgelegt ( $\cos \alpha = 1$ ).

$$M_t = F \cdot \frac{D}{2} \quad (79)$$

Die Schubspannung im Querschnitt wird:

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F \cdot \frac{D}{2}}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (80)$$

Die maximale Belastbarkeit beträgt:

$$F = \frac{2 \cdot W_t \cdot \tau_{zul}}{D} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot \tau_{zul}}{8 \cdot D} \quad (81)$$

Ohne Herleitung (Deformation über gewickelte Länge integriert) wird der Federweg:

$$s = \frac{\pi \cdot n \cdot D^3 \cdot F}{4 \cdot G \cdot I_t} = \frac{8 \cdot n \cdot D^3 \cdot F}{G \cdot d^4} \quad (82)$$

und somit die Federkonstante:

$$R = \frac{G \cdot d^4}{8nD^3} \quad (83)$$

Aus der Belastbarkeit F kann auch der Drahtdurchmesser abgeleitet werden:

$$d = \sqrt[3]{\frac{8F \cdot D}{\pi \cdot \tau_{zul}}} \quad (84)$$

Die Torsionsspannungsverteilung im Drahtquerschnitt ist aufgrund der Krümmung des Federdrahts nicht konstant, wie im Bild dargestellt. Die maximale Torsionsspannung tritt am Innendurchmesser der Windungen auf. Dies wird durch einen Faktor k in Abhängigkeit vom Wickelverhältnis D/d berücksichtigt, vgl. T003fedS.

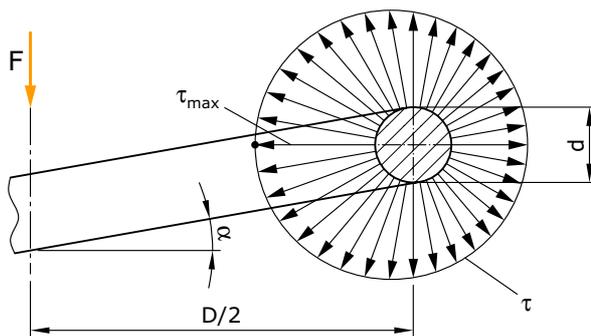


Bild (B047fedS) Torsionsspannungsverteilung im Drahtquerschnitt

$$\tau_{max} = k \cdot \tau_t \quad (85)$$

D/d	2	4	6	8	10	12
k	2.05	1.38	1.23	1.17	1.13	1.09

Tabelle (T003fedS) k in Abhängigkeit vom Wickelverhältnis

Unter Berücksichtigung des Faktors  $k$  wird dann:

$$d = \sqrt[3]{k \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot \tau_{zul}}} \quad (86)$$

$$F = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot \tau_{zul}}{8 \cdot D \cdot k} \quad (87)$$

Bei der Festlegung von Federkraft und Federweg ist zu beachten, dass der Federweg durch das Aufliegen der Windungen begrenzt wird. Wird die Feder so weit zusammengedrückt, dass die Windungen aufliegen, besitzt die Feder die sogenannte Blocklänge  $L_B$ :

$$L_B = i \cdot d \quad (88)$$

### Entwurfsrichtlinien

Federenden sind für die Druckbelastung meist plangeschliffen oder mit Ösen für die Zugbelastung ausgestattet. Ausserdem wird das Feder-Ende als Gewinde oder als Schlingkegel genutzt.

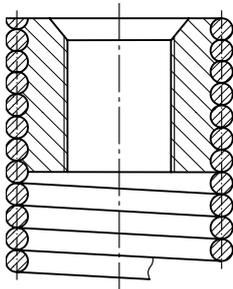


Bild (B048fedS) Federende mit Gewinde

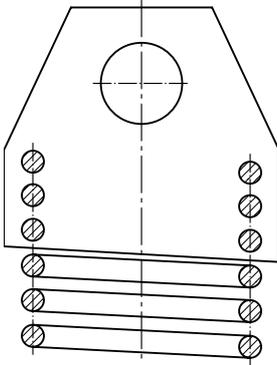


Bild (B049fedS) Federende mit öse

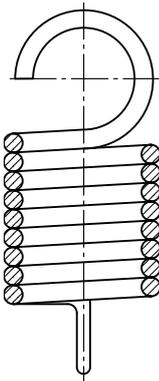


Bild (B050fedS) Federende mit Haken

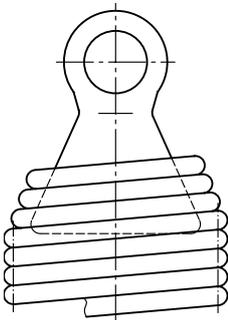


Bild (B051fedS) Federende mit Öse

### Druckfedern

- meist rechtsgewickelt
- Steigung der letzten Wicklung verringern (reduziert Knickgefahr)
- Federenden versetzt um  $180^\circ$  (somit ungerade Wicklungszahl)
- je  $\frac{3}{4}$  Windungen anschleifen
- Kraft zentrisch

### Zugfedern

- bevorzugen! (keine Knickgefahr)
- Kraft zentrisch
- Zugfedern sind meist vorgespannt

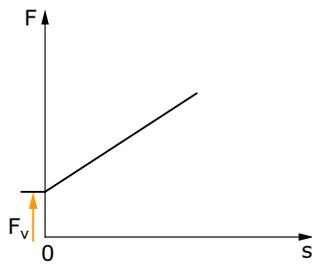


Bild (B052fedZ Vorspannung)

## 8.8. Torsionsbeanspruchte Federn – Schubbeanspruchte Federn (Gummifedern)

Zur starken Verbreitung der Gummifedern hat ihr besonders hoher Gewichtsnutzwert beigetragen. Gummi sollte auf Druck oder auf Schub beansprucht werden und nur für untergeordnete Zwecke auf Zug.

Die Federkennlinien sind nur bei begrenzten Federwegen linear. Darüber hinaus verlaufen sie nichtlinear, sowohl progressiv als auch degressiv, je nach Belastungsart und Bauform.



Bild (B107fedS) Gummifedern [www.rosta.ch]

## 8.9. Torsionsbeanspruchte Federn – Parallelschubfeder

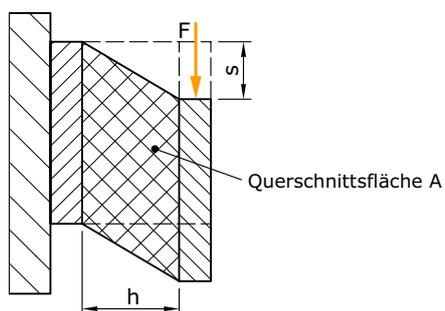


Bild (B053fedZ) Parallelschubfeder

$$R = \frac{G \cdot A}{h} \quad (89)$$

$$F = s \cdot R = s \cdot \frac{G \cdot A}{h} \quad (90)$$

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (91)$$

### 8.10. Torsionsbeanspruchte Federn – Drehschubfeder (Silentblock)

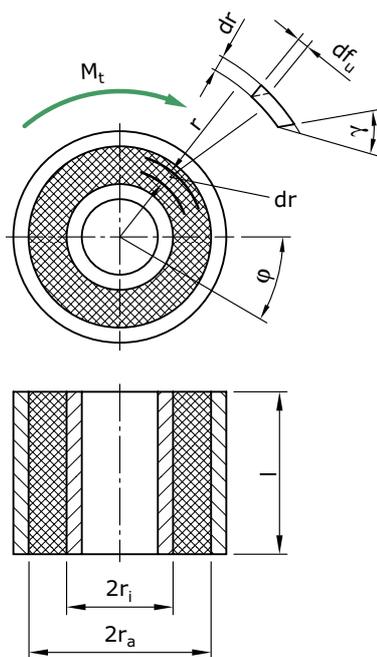


Bild (B054fedS) Drehschubfeder

Für die Schubspannung in einer Zylinderfläche mit beliebigem Radius  $r$  gilt:

$$\tau = \frac{M}{r} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} \quad (92)$$

$$\tau = \gamma \cdot G = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot r^2} \quad (93)$$

die Verschiebung eines infinitesimalen Elementes im Abstand  $r$  ist

$$df_u = \gamma \cdot dr = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G \cdot r^2} \cdot dr \quad (94)$$

$$d\varphi = \frac{df_u}{r} = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G \cdot r^3} \cdot dr \quad (95)$$

$$\varphi = \int_{r_i}^{r_a} \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G \cdot r^3} \cdot dr = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G} \cdot \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{r^3} \cdot dr \quad (96)$$

$$\varphi = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G} \cdot \frac{1}{-2} \cdot \left( \frac{1}{r^2} \right)_{r_i}^{r_a} + C \quad (97)$$

$$\varphi = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G} \cdot \frac{1}{-2} \cdot \left( \frac{1}{r_a^2} - \frac{1}{r_i^2} \right) = \frac{M}{4 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G} \cdot \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_a^2} \right) \quad (98)$$

$$M = \varphi \cdot R = \varphi \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G}{\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_a^2}} \quad (99)$$

$$R = \frac{4 \cdot \pi \cdot \ell \cdot G}{\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_a^2}} \quad (100)$$

Bei der Gestaltung und beim Einsatz von Gummifedern ist auf folgendes zu achten:

- Die Gummifedern werden im allgemeinen mit den metallischen Anschlussteilen durch Vulkanisieren verbunden.
- Durch entsprechende Formgebung ist eine gute konstruktive Anpassungsfähigkeit gegeben.
- Mit unterschiedlichen Werkstoffmischungen können die Werkstoffkennwerte in weiten Grenzen verändert werden.
- Gummielemente sind ausgezeichnete Isolatoren gegen Schwingungen und Körperschall.
- Gummifedern erwärmen sich bei schwingender Beanspruchung durch Dämpfungsarbeit sehr stark, und das bei schlechter Wärmeleitfähigkeit.
- Elemente kriechen unter Last.
- Elemente altern, vor allem bei Naturgummi.
- Verformung sollte nicht behindert werden (Volumenkonstanz).
- Härte des Gummi und damit auch Steifigkeit wird in Shore-Härte charakterisiert.

## 8.11. Gemischtbeanspruchte Federn – Tellerfedern

Die Federkraft  $F$  wirkt als Stülpkraft auf die kegelförmige Tellerfeder. In DIN 2093 [2] sind diese Tellerfedern genormt, siehe B055fedZ.

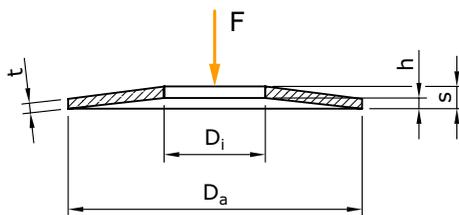


Bild (B055fedZ) Tellerfeder nach DIN 2093;  
 $s$  = Federweg;  $t$  = Dicke der Tellerfeder;  $h$  = Tellerhöhe, unbelastet

## Beanspruchungen

In Umfangsrichtung am inneren Rand Druckspannungen, am äusseren Rand Zugspannungen. In radialer Richtung Biegespannungen.

In der Ausführung der Tellerfeder unterscheidet man nach DIN 2093 drei Gruppen:

Gruppe 1	Kaltgeformt
Gruppe 2	Kaltgeformt, Innen- und Aussendurchmesser spanend bearbeitet, Kanten am Innen- und Aussenrand gerundet
Gruppe 3	Warmgeformt, allseitig spanend bearbeitet, mit Auflagefläche und gerundeten Kanten am Innen- und Aussenrand

Tabelle (T004fed5) Ausführungen von Tellerfedern

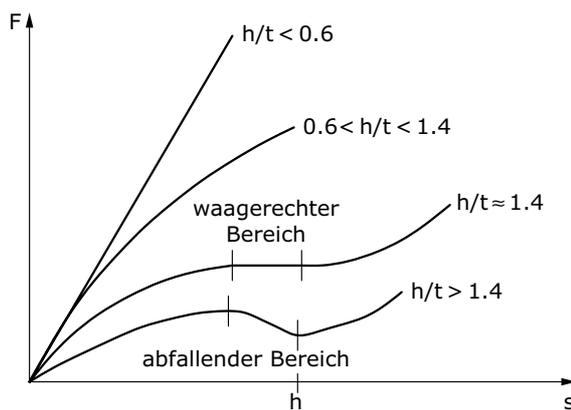


Bild (B056fed5) Kennlinien von Tellerfedern

Mit Tellerfedern lassen sich stark unterschiedliche Kennlinien erzielen.

Der optimaler Ausnutzungsfaktor für  $d_i/d_a \approx 0.6$

Durch geeignete Kombinationen mehrerer Tellerfedern lassen sich Federweg und Federrate in weiten Grenzen beeinflussen.

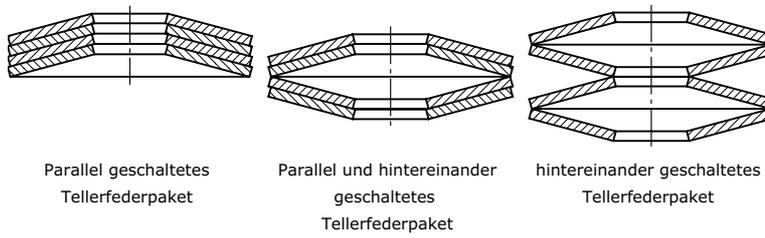


Bild (B058fedS) Schichtung der Tellerfedern zu Federsäulen

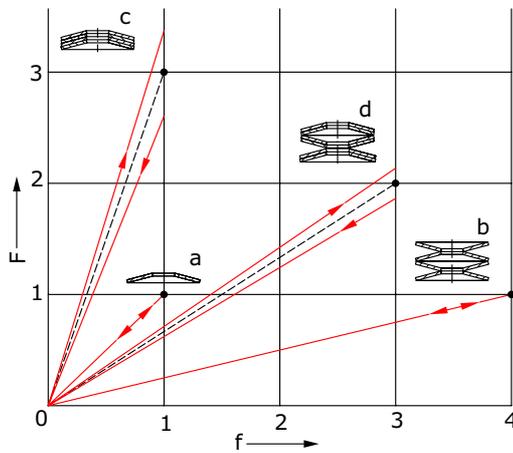


Bild (B059fedS) Kennlinien geschichteter Tellerfedern

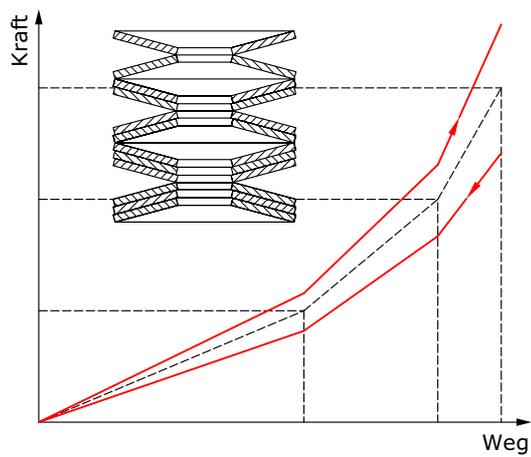


Bild (B060fedS) Kennlinien geschichteter Tellerfedern

Sehr lange Federsäulen mit vielen Einzeltellerfedern sollten jedoch möglichst vermieden werden.

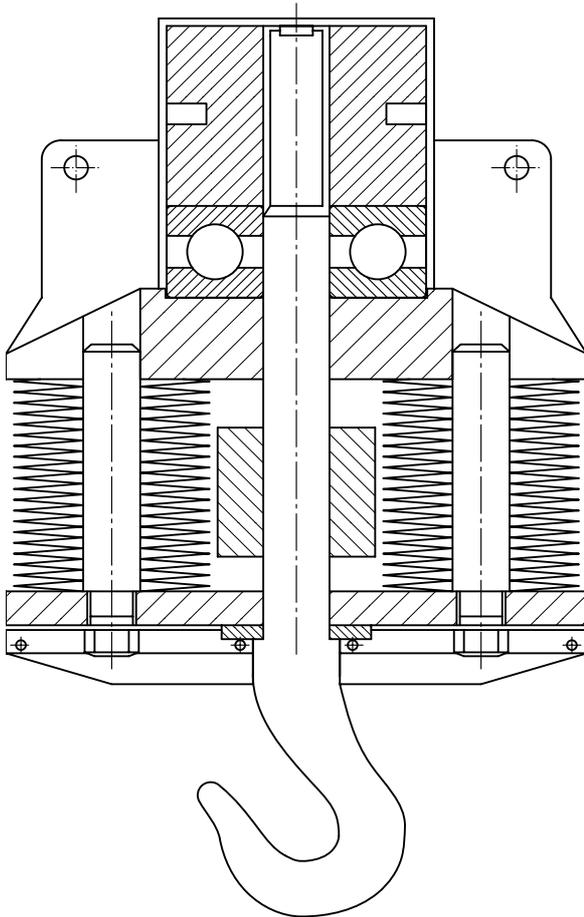


Bild (B057fedZ) Anwendungsbeispiel

## 8.12. Gasfedern

Eine besondere Art von Federn sind die Gasfedern. Die Funktion besteht meistens darin, Bewegungen durch Kraftentlastung zu unterstützen.

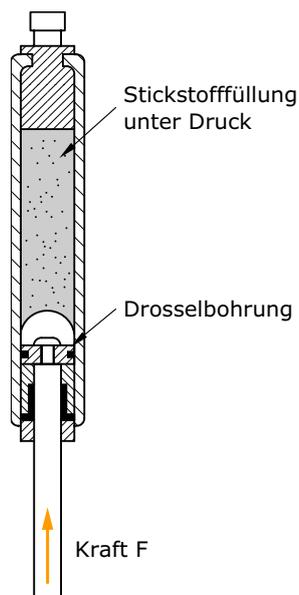


Bild (B061fedZ) Gasfeder

Prinzip: Ein abgeschlossener Zylinder ist mit Stickstoff, welcher unter Druck steht, gefüllt. Die obere Kolbenfläche ist grösser und dadurch befindet sich der Kolben selbständig in der ausgefahrenen Position. Eine äussere Kolbenkraft bewirkt, dass der Stickstoff durch die Drosselbohrung in den hinteren Kolbenraum strömt.

Die Gasfedern werden von den Lieferanten auf Anforderungen der Problemstellung eingestellt.

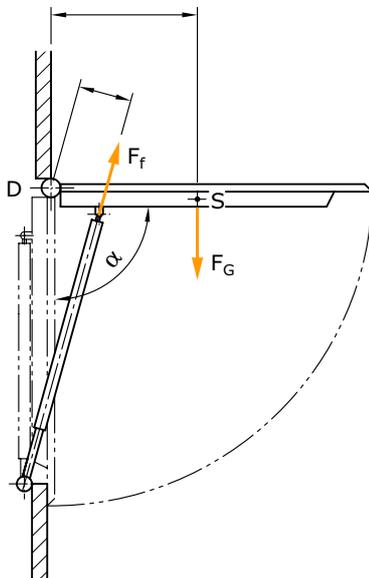


Bild (B062fedZ) Anwendungsbeispiel

Das Kraft-Weg-Verhalten ist auch von der Geschwindigkeit (Drossel) abhängig.

### 8.13. Dämpfer

Neben Federn, welche teilweise auch leichte Dämpfungseigenschaften aufweisen, haben eigenständige Dämpfer die Hauptfunktion kinetische Energie eines linear oder rotierend bewegten Körpers in Wärme umzuwandeln.

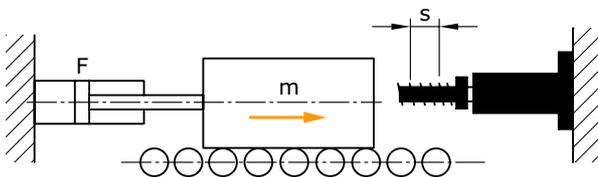


Bild (B063fedZ) Dämpferanwendung

Kinetische Energie eines linear bewegten Massekörpers:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (101)$$

oder rotierend:

$$E_{\text{kin}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2} \quad (102)$$

Die Kraft-Weg-Charakteristik von Dämpfern ist häufig konstant ( $F = \text{const.}$ ) und die Arbeit ist demnach:

$$W = F \cdot s \quad (103)$$

Die beiden Arbeiten sind gleichzusetzen:

$$W = E_{\text{kin}} \quad (104)$$

Die Arbeit des Dämpfers wird in Wärme gewandelt und ist abzuführen, pro Stunde beträt sie demnach:

$$W_{\text{W rme}} = W \cdot \frac{\text{Hub}}{h} \quad (105)$$



Bild (B108fedZ) Dämpfer

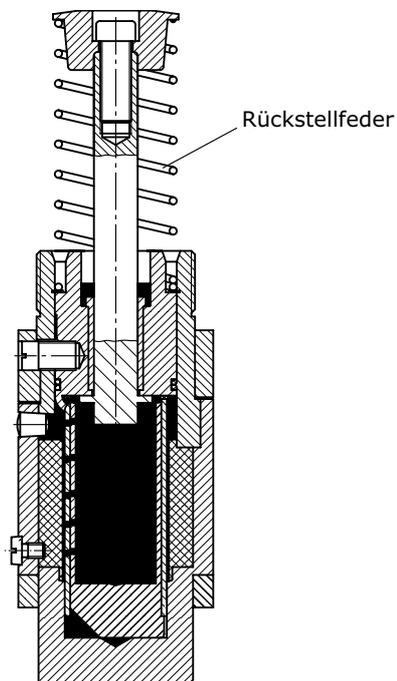


Bild (B064fedZ) Schnitt durch einen Öldämpfer

Das Ölvolumen im Dämpfer ist abgeschlossen. Durch die Rückstellfeder befindet sich der Kolben in der oberen Nulllage. Durch eine Kraft auf den Kolben wird das Öl durch die Drosselöffnungen gepresst. Je weiter sich der Kolben nach unten bewegt, desto mehr Öffnungen werden aktiv.

## 8.14. Werkstoffe und zulässige Beanspruchungen

Massnahmen zur Erhöhung der Bruchfestigkeit und Streckgrenze:

- starke Kaltverformung (z. B. durch hohen Ausziehgrad bei der Drahtherstellung)
- Härtung
- niedrige Anlasstemperatur

Massnahmen zur Erhöhung der Dauerfestigkeit:

- Härtung
- höhere Anlasstemperatur
- Randentkohlung und Randoxidation vermeiden
- Oberflächenfehler vermeiden (Härterisse, Zunderstellen, Fertigungsriefen, Scheuerstellen)

- Glattschleifen und/oder Polieren der Oberfläche
- Kaltverfestigen der Oberflächen durch Drücken oder Kugelstrahlen

Werkstoff	Streckgrenze (R <sub>e</sub> ) [N/mm <sup>2</sup> ]	Zugfestigkeit R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	
38 Si 7	1050	1200 -1400	Siehe auch
51 Si 7	1150	1350 - 1600	DIN 17 221
60 Si Cr 7	1150	1350 - 1600	DIN 17 222
55 Cr 3	1200	1400 - 1650	DIN 17 224
50 Cr V 4	1200	1400 - 1650	
Cu Sn 6	250 - 700	350 - 750	Festigkeit abhängig von den Abmessungen. E ≈ 115.000 N/mm <sup>2</sup> G ≈ 42.000 N/mm <sup>2</sup>
Cu 6 Zn	580 - 700	620 - 770	
Cu Ni 18 Zn 20	300 - 550	380 - 620	

Tabelle (T005fedS) Festigkeitswerte von Federstählen in vergütetem Zustand und Bronze [3]

## 8.15. Entwurfsrichtlinien

Für Federn werden Werkstoffe mit grosser Festigkeit verwendet, die in der Regel durch hohe Beanspruchungen weitgehend ausgenutzt werden. Das bedeutet, dass Federn auf Zusatzspannungen und Kerbwirkung empfindlich reagieren.

Um Federbrüche zu vermeiden, ist durch konstruktive und fertigungstechnische Massnahmen dafür Sorge zu tragen, dass die Federn frei von zusätzlichen Beanspruchungen und Kraftlinien-Umlenkungen sind (Krafteinleitungsstellen!) und dass keine Kerbwirkung auftritt.

Es empfiehlt sich, Federn möglichst unkompliziert zu gestalten und für einwandfreie Oberflächenstruktur zu sorgen. Zur Vermeidung der Kerbwirkung sind die Oberflächen hochbeanspruchter Federn zu schleifen, unter Umständen zu polieren. Die Oberfläche von Federn lässt sich durch Kugelstrahlen oder Drücken kaltverfestigen, wodurch ihre Dauerfestigkeit gesteigert wird. Scheuerstellen sind zu vermeiden!

## 9. Zusammenfassung

Federn sind aus Sicht der Funktionsefüllung sehr vielfältig. Die Auswahl orientiert sich an dieser Funktion, den äusseren und inneren Anforderungen wie Platz oder Dämpfung.

Wesentliche Eigenschaften einer Einzelfeder oder eines gekoppelten Systems sind die Federcharakteristik, der Wirkungsgrad und der Dämpfungswert.

Klassiert werden Federn nach ihrer Beanspruchungsart wie Zug, Druck, Biegung, Torsion und deren Kombinationen.

### Verständnisfrage 1

Was sind charakteristische Grössen von Federn?

### Verständnisfrage 2

Wie verändert sich die Eigenfrequenz eines Einmassenschwingers, wenn die Belastung steigt?

Was muss unternommen werden um dies zu verhindern?

### Verständnisfrage 3

Was ist an einer Zugdrahtfeder vorteilhaft und was nicht?

### Verständnisfrage 4

Ein Zugstab aus Stahl mit einer Länge von 100 mm wird auf Zug beansprucht. Welcher Federweg ist maximal möglich bei einer Streckgrenze von  $800 \text{ N/mm}^2$ ?

### Verständnisfrage 5

Mechanische Uhren werden mit einer Unruhe angetrieben, welche durch eine Feder in Schwung gehalten wird. Um was für eine Feder handelt es sich, bezüglich Name und Klasse und wie gross ist die Federkonstante  $R$ ?

### Verständnisfrage 6

Wie würden Sie die Federkonstante der folgenden Konstruktion bestimmen (B045fedZ)?

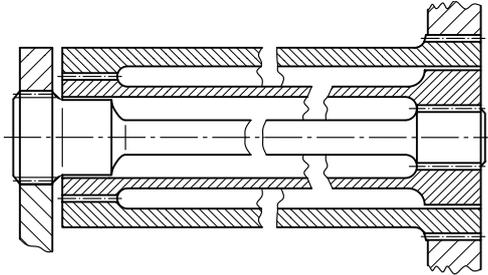


Bild (B045fedZ) Federweg

### Verständnisfrage 7

Welcher hauptsächlichen Beanspruchung ist eine zylindrische Schraubenfeder unterworfen und von was ist die Federkonstante abhängig?

### Verständnisfrage 8

Welche Tellerfederanordnung (B801fedZ) ist steifer und besitzt die grösseren Dämpfungseigenschaften?

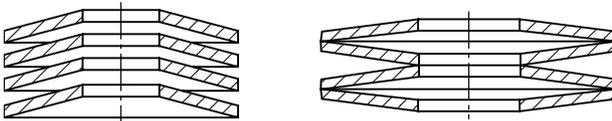


Bild (B801fedZ) Zwei Tellerfederanordnungen

### Verständnisfrage 9

Auf was ist bei wechselbeanspruchten Federn besonders zu achten?

### Verständnisfrage 10

Welche Kraft-Weg Charakteristik hat ein Hydraulik-Dämpfer "normalerweise"?

**Antwort 1**

Es gibt drei charakteristische Grössen von Federn: die Federkonstante  $R = dF / dS$ , der Ausnutzungsfaktor  $\eta_A$  sowie der Wirkungsgrad der Dämpfung  $\eta_W$ .

**Antwort 2**

Die Eigenfrequenz beträgt

$$\omega = \sqrt{\frac{R}{m}} \quad (106)$$

d.h. bei erhöhter Masse sinkt der Wert der Eigenfrequenz.

Um dies zu korrigieren wird eine Progression der Federkonstante verwendet:

$$\omega = \text{const.} = \sqrt{\frac{R}{m}} \quad (107)$$

$$R (m) = (\text{const.})^2 m \quad (108)$$

**Antwort 3**

Der Vorteil einer Zugdrahtfeder ist, dass die Arbeit pro Volumen maximal ist. Nachteilig wirkt sich jedoch der kleine erzielbare Federweg aus.

**Antwort 4**

$$f = \varepsilon \cdot l_0 = \frac{\sigma_0}{E} \cdot l_0 \quad (109)$$

$$f_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}}}{E} \cdot l_0 = \frac{800 \cdot 100}{210'000} = 0.38 \text{ mm} \quad (110)$$

**Antwort 5**

Mechanische Uhren werden mit Hilfe einer Spiralfeder in Schwung gehalten. Dabei handelt es sich um eine biegebeanspruchte Feder mit der Federkonstante  $R = EI/L$ .

**Antwort 6**

Die Konstruktion kann als einzelne Torsionsstäbe, welche seriell angeordnet sind, modelliert werden. Für jeden einzelnen Bereich gilt:

$$R = \frac{GI_t}{\ell} \quad (\text{mit dem jeweiligen } I_t \text{ und } \ell) \quad (111)$$

Des Weiteren sind die Verbindungs- und Umlenkstellen als starr anzunehmen.

Dies führt bei einer seriellen Anordnung zu der Federkonstante:

$$R = \sum \frac{1}{R_i} \quad (112)$$

**Antwort 7**

Die hauptsächliche Beanspruchung ist durch Torsion gegeben. Die Federkonstante wird berechnet durch:

$$R = \frac{G \cdot d^4}{8n \cdot D^3} \quad (113)$$

also ist die Federkonstante abhängig von: Dem Material, dem Drahtdurchmesser, der Anzahl Wicklungen sowie dem Wickeldurchmesser.

**Antwort 8**

Die linke Anordnung (B801fedZ) ist steifer und dämpft stärker.

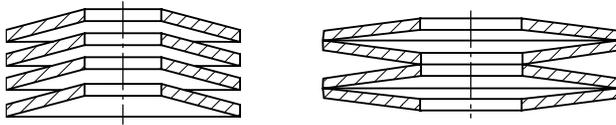


Bild (B801fedZ) Zwei Tellerfederanordnungen

### Antwort 9

Es ist zu beachten, dass es bei der Feder keine Oberflächenfehler gibt (unter Umständen polieren), sie möglichst kerbarm ist und die Oberfläche unter Umständen verfestigt wird.

### Antwort 10

Bei langsamen Kolbengeschwindigkeiten ist die Kraft ungefähr konstant. Bei höheren Geschwindigkeiten steigt sowohl der Federanteil als auch die Kraft selber.

### Relevante Cases

- [Klinke](#)

### Publikationsverzeichnis – Literaturverzeichnis

- [1] DIN 2089: Zylindrische Schraubendruckfedern aus runden Drähten und Stäben; Berechnung und Konstruktion, Beuth Verlag Berlin, 1984
- [2] DIN 2093 Ausgabe:1992-01 Tellerfedern; Masse, Qualitätsanforderungen, Beuth Verlag Berlin, 1992
- [3] Langenbeck K.: Konstruktionslehre II, Vorlesungsskript 1998

### Publikationsverzeichnis – Weblinks

- [www.wlw-online.ch](http://www.wlw-online.ch)
- [www.rosta.ch](http://www.rosta.ch)
- [www.hexagon.de](http://www.hexagon.de) (Berechnungen)
- [www.baumann-federn.ch](http://www.baumann-federn.ch)
- [www.durovis.ch](http://www.durovis.ch)
- [www.bag.bibus.ch](http://www.bag.bibus.ch)
- [www.gutekunst-kg.de](http://www.gutekunst-kg.de)

# Welle-Nabe- Verbindungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier



# 1. Überblick

## Motivation

Ein Schwenkhebel soll, über eine Welle angetrieben, ein grosses Moment übertragen. Die Welle muss mit dem Hebel möglichst starr und belastbar verbunden werden. Diese Verbindungsaufgabe heisst Welle-Nabe-Verbindung und tritt in vielen Konstruktionen, mit unterschiedlichsten Anforderungen auf.

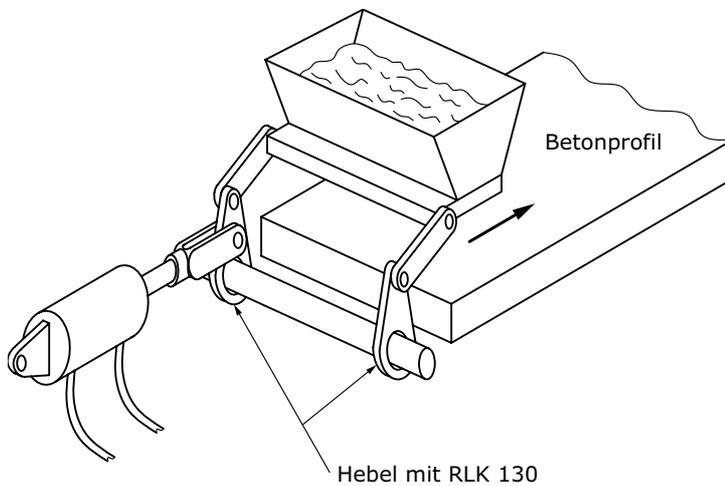


Bild (B101wnvZ) Ringspann

Eine mögliche Lösung für den vorliegenden Fall sind Ringspann - Elemente, welche das Moment reibschlüssig übertragen.

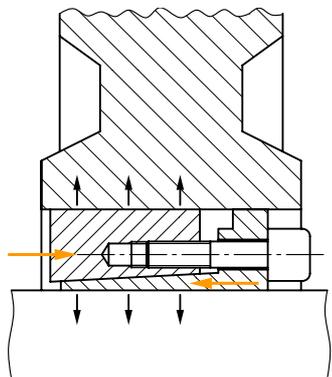


Bild (B102wnvZ) Ringspannelement



Bild (B103wnvZ) Ringspannelement

### Lernziele

Die Studierenden sollen

- die Klassierung der Welle-Nabe-Verbindungen kennen.
- die wichtigsten Welle-Nabe-Verbindungen namentlich kennen und dimensionieren können.

Im Speziellen soll

- die Passfederverbindung
- die Klemmverbindung und der
- Zylindrische Pressverband (Press-, Schrumpfsitz)

vertieft verstanden werden und durch die Studierenden selbständig dimensioniert werden können.

Im Überblick werden die Sicherungselemente und einige Gestaltungsrichtlinien und Hinweise vorgestellt.

### Einleitung – Definition, Funktion und Einteilung

Die Erfüllung der Hauptfunktion "Drehmomentübertragung" verlangt die Einleitung von Drehmomenten in die Welle und Ableitung von Drehmomenten von der Welle auf die Nabe. Die Nabe kann z. B. ein Zahnrad, Riemenrad, Hebel oder Ventilatorscheibe sein. Dies erfolgt mit Hilfe von Welle-Nabe-Verbindungen. Nebenfunktion von Welle-Nabe-Verbindungen kann es sein, Kräfte in radialer und/oder axialer Richtung zu übertragen.

Die Verbindungen können fest oder beweglich ausgeführt werden. Sie sind lösbar, oder unlösbar. Ihre Einteilung erfolgt auch nach der Art der Kraftübertragung in formschlüssige, reibschlüssige und stoffschlüssige Verbindungen.

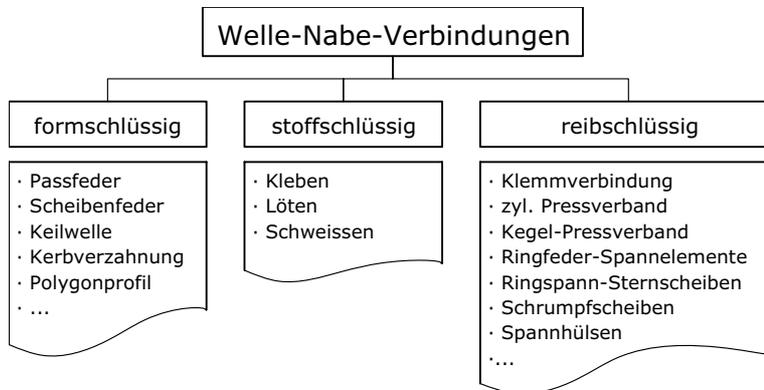


Bild (B010umeZ) Einteilung der Welle-Nabe-Verbindungen

Die stoffschlüssigen Verbindungen, z. B. Kleben oder Schweißen, bleiben in dieser Sektion unberücksichtigt.

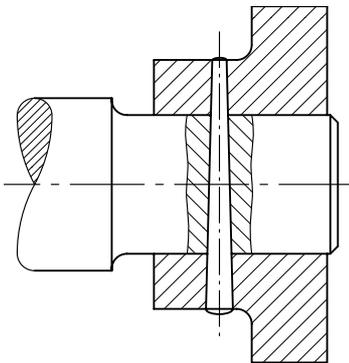


Bild (B002wnvZ) formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung

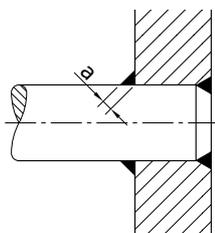


Bild (B221swsZ) stoffschlüssige Welle-Nabe-Verbindung

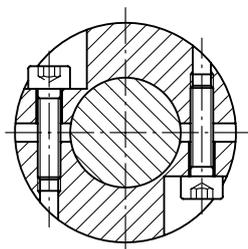


Bild (B004wnvZ) reib- (kraft) schlüssige Welle-Nabe-Verbindung

Bei den kraftschlüssigen Verbindungen werden Kräfte über "Flächenpressungen" an Wirkflächenpaaren übertragen.

In der folgenden Tabelle (T001wnvS) ist ein Überblick und eine systematische Einteilung der formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen dargestellt [17]:

Art des Formschlusses	Lage der Mitnehmer zur Wellenachse	Krümmung der Wirkflächen der Mitnehmer	Lage der Wirkflächen zur Symmetrie der Mitnehmer	Bezeichnung	Skizze
Unmittelbar	Parallel	Eben	Parallel	Keilwelle	
			Geneigt	Kerzbahnwelle	
		Zylindrisch	Geneigt	Evolventenprofilwelle	
			Senkrecht	Polygonprofil	

Tabelle (T001wnvS) Überblick und Einteilung der formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen [17]

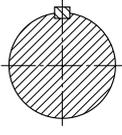
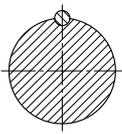
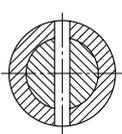
Art des Formschlusses	Lage der Mitnehmer zur Wellenachse	Krümmung der Wirkflächen der Mitnehmer	Lage der Wirkflächen zur Symmetrie der Mitnehmer	Bezeichnung	Skizze
Mittelbar	Parallel	Eben	Parallel	Passfeder	
		Kreis-zylindrisch	Parallel	Längsstift	
	Senkrecht	Kreis-zylindrisch	Parallel	Querstift	

Tabelle (T001wnvS) Überblick und Einteilung der formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen [17]

Reibschlüssige Verbindungen übertragen Kräfte an Wirkflächenpaaren durch Erzeugen von Normalkräften  $F_N$  und Reibungskräften  $F_R$  unter Ausnutzung des Coulombschen Reibungsgesetzes:

$$F \leq F_R = \mu \cdot F_N \quad (1)$$

Ein Überblick und eine systematische Einteilung der reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen ist in der Tabelle T002wnvS wiedergegeben.

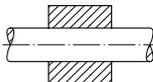
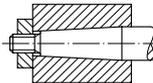
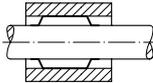
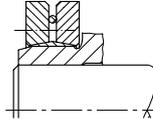
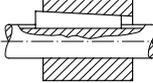
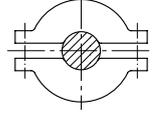
Art des Reibschlusses	Erzeugung der Vorspannkraft	Geometrie der Wirkflächen	Anzahl Wirkflächenpaare	Bezeichnung	Skizze
Unmittelbar	Intern	zylindrisch	1	Pressverband	
		konisch	1	Kegelpressverband	
		zylindrisch	2	Wellspannhülse	
		zylindrisch und konisch	1 / 2	Doppelkegelspannsatz	
	Extern	zylindrisch	1	Keilverbindung	
		zylindrisch	1	Klemmverbindung	

Tabelle (T002wnvS) Überblick und Einteilung der reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen in Anlehnung an [17]

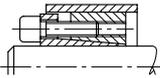
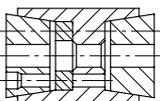
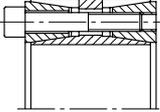
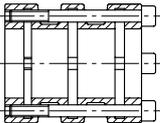
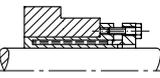
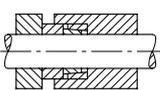
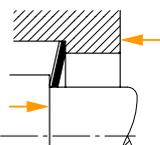
Art des Reibschlusses	Erzeugung der Vorspannkraft	Geometrie der Wirkflächen	Anzahl Wirkflächenpaare	Bezeichnung	Skizze
Mittelbar	Intern	zylindrisch und konisch	3 / 1	Kegelspannsatz	
		zylindrisch und konisch	3 / 2	Konischer Spannsatz	
		zylindrisch und konisch	2 / 4	Vierfachkegelspannsatz	
		zylindrisch	2	Wellspannsatz	
		zylindrisch	2	Hydr. Hohlmantelspannbuchse	
	Extern	zylindrisch und konisch	2 / 1	Kegelspannring	
		zylindrisch	2	Sternscheibe	

Tabelle (T002wnvS) Überblick und Einteilung der reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen in Anlehnung an [17]

Die Auswahl erfolgt nach den Anforderungen an die Verbindung:

- Moment:
  - Grösse
  - Richtung (einseitig, beidseitig)
  - Varianz (konstant, wechselnd, schwellend, stossartig)
- Demontierbarkeit
- axiale Kraft
- axiale Verschiebbarkeit (ohne Last, unter Last)
- azimutale Einstellbarkeit
- Drehzahl (Unwucht akzeptabel)

Eine Auswahlhilfe bietet die folgende Tabelle:

geeignet, wenn...gefordert	Welle-Nabe-Verbindungen																			
	Reibschlüssige Verbindungen										Formschlüssige Verbindungen				Stoffschlüssige Verbindungen					
	Querspressverband	Längspressverband	Kegelepessverband	Kegelepessring (Ringfeder)	Kegelepessring (Ringfeder)	Schumpfscheiben	Sternscheiben	Druckhülsen	Toleranzringe	Klemmverbindung	Keilverbindung	Pass- und Gleitfeder	Keilwelle	Zahnwelle	Polygonprofil	Längsstift	Querstift	Kleiverbindung	Lotverbindung	Schweisverbindung
Übertragung grosser einseitiger Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	2	2	2	4	4	4	2	1	3	4	4
Übertragung wechselnder und stosshafter Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	2	2	0	3	3	4	0	0	1	4	4
Aufnahme hoher Axialkräfte	4	4	4	2	3	3	2	3	1	2	2	0	0	0	0	1	3	4	4	4
Nabe axial zu verschieben	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	2	0	0	0	0	0	0
Nabe axial unter Last verschieben	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	2	2	0	0	0	0	0
Nabe in Drehrichtung versetzbar	3	3	4	4	4	4	4	4	4	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0	0
Verbindung nachstellbar	0	0	4	4	4	4	0	4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
geringer Fertigungsaufwand	4	4	2	2	2	2	3	4	4	2	2	3	1	1	1	2	2	3	3	2
geringer Montageaufwand	2	2	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	4	2	2	2	2
gute Wiederverwendbarkeit	1	1	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	2	2	2	2	0
Selbstzentrierung der Verbindung	4	4	4	0	4	4	0	4	0	2	0	3	4	4	4	4	4	2	2	2
geringe Unwucht	4	4	4	2	3	3	1	3	0	0	0	2	3	3	4	1	1	3	3	3

(4) sehr gut geeignet ... (0) nicht geeignet bzw. entfällt

Bild (B005wnvZ) Tabelle von Roloff / Matek

## 2. Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

Nun werden einige Welle-Nabe-Verbindungen exemplarisch und in unterschiedlicher Tiefe dargestellt.

Im Gegensatz zu allen Reibschlussverbindungen lassen sich Formschlussverbindungen beweglich ausführen. Sie ermöglichen dann eine relative Verschiebung in axialer Richtung zwischen Welle und Nabe.

Bild (B006wnvS) zeigt eine bewegliche formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung mit Gleitfeder.

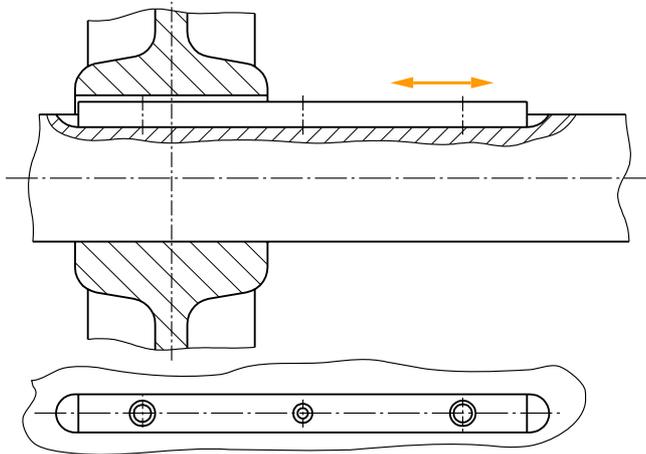


Bild (B006wnvS) Gleitfeder [18]

## 2.1. Passfederverbindung

Die am häufigsten eingesetzte formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung ist die Passfederverbindung nach DIN 6885. Folgendes Bild zeigt die Geometrie einer Passfederverbindung.

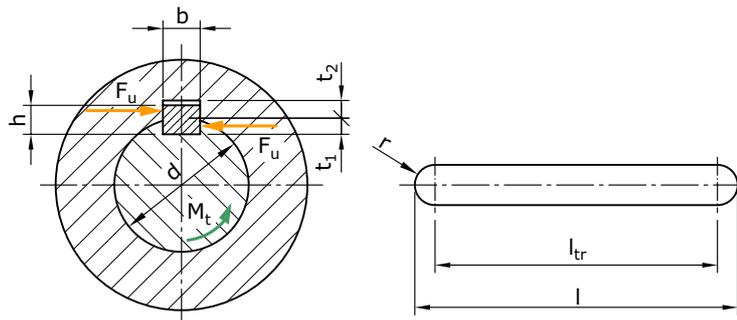


Bild (B007wnvZ) Geometrie einer Passfederverbindung [12]

Die Nuttiefen  $t_1$  und  $t_2$  sind nach Norm so festgelegt, dass das Mass  $t \approx h/2$  ist.

Die Passfeder soll möglichst spielfrei in die Nuten von Welle und Nabe passen. Am Kopf ist Spiel vorzusehen (Montageerleichterung). Die unterschiedlichen Passfederformen sind in Tabelle (T003wnvS) dargestellt.

Passfeder-Formen			
Rundstirnig	<p>Form A</p>	Form C	Form E
Geradstirnig	<p>Form B</p>	Form D	Form F
Sonderformen	<p>kombinier: Form AB (für Wellenenden)</p>	<p>geradstirnig mit Schrägung, für 1 Halteschraube Form G, für 2 Halteschrauben: Form H, für Spannstift: Form J</p>	

Tabelle (T003wnvS) Passfederformen nach DIN 6885 [12]

Eignung/Grenzen:

- bei kleineren und mittleren Momenten
- für vorwiegend einseitige, stossfreie Momenteinleitung (nicht für Wechselbeanspruchung geeignet)
- zur einfachen Montier- und Demontierbarkeit
- bei kleinen Drehzahlen (Unwucht)

### 2.1.1. Dimensionierung

Die Kraftübertragung einer Passfederverbindung erfolgt durch Flächenpressung und Scherbeanspruchung.

Die Umfangskraft  $F_u$  ergibt sich aus dem zu übertragenden Drehmoment  $M_t$ :

Mit:

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d} \quad (2)$$

Dadurch, dass  $d \gg h$ , kann  $F_u$  für die Welle und die Nabe als identisch modelliert werden.

Kritische Bauteile sind

- Nabe: Flächenpressung
- Welle: Flächenpressung
- Passfeder: Flächenpressung und Schubspannung

Die Flächenpressung an der Nabe ist (meist kritische Stelle):

$$p_w = \frac{F_u}{(h-t) \cdot \ell_{tr} \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h-t) \cdot \ell_{tr} \cdot i \cdot \varphi} \leq p_{zul} \quad (3)$$

mit:

t: der Traghöhe der Nut

$\ell_{tr}$ : tragende Länge:

$\ell_{tr} = \ell - 2r$  für rundstirnige Passfedern

$\ell_{tr} = \ell$  für rechteckige Passfedern

i: Anzahl Passfedern

$\varphi$ : Traganteil bei mehreren Passfedern

$\varphi = 1$ : bei einer Passfeder

$\varphi = 0.75$ : bei zwei Passfedern

Das zulässige Drehmoment ist demnach:

$$M_{t\text{zul}} = \frac{p_{\text{zul}} \cdot d \cdot \ell_{\text{tr}}(h-t) \cdot i \cdot y}{2} < c_B \cdot M_{\text{nenn}} \quad (4)$$

mit:

$c_B$ : Betriebsfaktor für stossartiges Verhalten

Betriebsfaktor  $c_B$  nach DIN 3990-1:

Arbeitsweise der Antriebsmaschine	Arbeitsweise der getriebenen Maschine			
	gleichmässig (uniform)	leichte Stösse	mässige (moderate) Stösse	starke (heavy) Stösse
gleichmässig (uniform)	1.0	1.25	1.5	1.75
leichte Stösse	1.1	1.35	1.6	1.85
mässige (moderate) Stösse	1.25	1.5	1.75	2.0
starke (heavy) Stösse	1.5	1.75	2.0	2.25 oder höher

Tabelle (T004wnvS) Betriebsfaktor  $c_B$

Für einzelne Lastspitzen ist sogar ein grösseres Moment möglich:

$$M_{t\text{zul max}} = f_L \cdot M_{t\text{zul}} \quad (5)$$

wobei für den Lastspitzenfaktor  $f_L$  eingesetzt werden kann:

Häufigkeit der Lastspitzen	$f_L$	
	für duktile Werkstoffe	für spröde Werkstoffe
$\leq 10^3$	1.5	1.3
$\leq 10^4$	1.4	1.15
$\leq 10^5$	1.25	1.0
$\leq 10^6$	1.15	1.0
$> 10^6$	1.0	1.0

Tabelle (T005wnvS) Lastspitzenhäufigkeitsfaktor  $f_L$

Die Berechnung für die Flächenpressung ist ebenso für die Welle durchzuführen (meist weniger kritisch).

Für die zulässige Flächenpressung bei Wellen und Naben setzen wir:

$$p_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad \text{plastisches Materialverhalten} \quad (6)$$

bzw.

$$p_{zul} = \frac{\sigma_B}{S_B} \quad \text{spr des Materialverhalten} \quad (7)$$

Für die Sicherheitswerte  $S_F$  bzw.  $S_B$  gelten folgende Empfehlungen:

- $S_F = 1.3\text{--}2.5$  bei Passfedern
- $S_F = 3.0\text{--}4.0$  bei Gleitfedern
- $S_B = 3.0\text{--}4.0$  für Pass- und Gleitfedern

Bei der Dimensionierung setzen wir voraus, dass die Momenteinleitung eine gleichmässige Flächenbelastung ergibt. Je nach Gestaltung der Nabe ist dies jedoch nur mehr oder weniger gewährleistet. Ansonsten sind die  $p_{zul}$  weiter zu reduzieren.

Im Normalfall, unter Verwendung von genormten Passfedern mit entsprechenden Werkstoffen, ist mit der Festlegung des zulässigen Momentes auch die Passfeder ausreichend dimensioniert und muss nicht nachgerechnet werden.

Die Passfeder selber erfährt in der Verbindungsebene Schub und Flächenpressung:

Obschon diese beiden Beanspruchungen im Übergang zwischen Welle und Nabe gemeinsam auftreten, erfolgt in der Literatur häufig eine getrennte Berechnung.

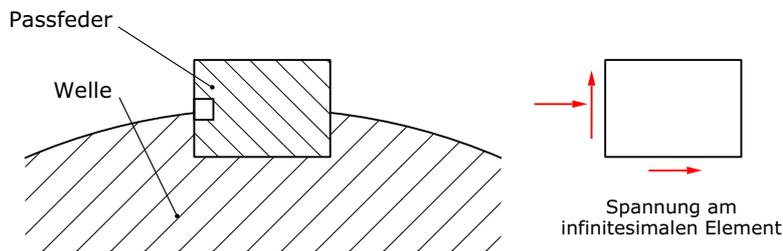


Bild (B008wnvZ) Übergang Welle - Nabe

$$\tau = \frac{F_u}{b \cdot t_{tr} \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot l_{tr} \cdot i \cdot \varphi} \quad (8)$$

Für die Flächenbelastung ist von oben der grössere Wert (Welle oder Nabe) zu übernehmen.

Die Vergleichsspannung wird

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau^2} < \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad (9)$$

wobei  $\sigma_F$  die Fließspannung der Passfeder darstellt.

### 2.1.2. Berechnung der Welle mit Passfedernut

Die Welle wird nach den bekannten elementaren Berechnungsverfahren der ruhenden Belastung einerseits und Wechselbeanspruchung andererseits berechnet.

Siehe dazu:

- elementare Belastungsfälle; Torsion, Biegung
- Kerbwirkung
- Wechselfestigkeit

Meist ist die Welle kombiniert auf Biegung und Torsion beansprucht. An der Stelle der Nut treten Spannungsspitzen (Kerbwirkung) auf.

Die grössten Beanspruchungen treten im Nutgrundradius und Nutendbereich auf.

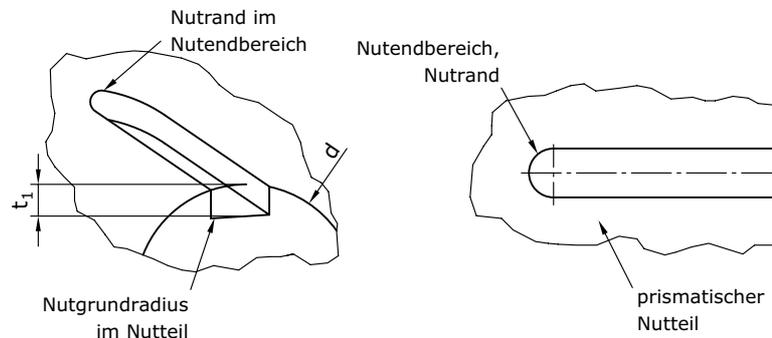


Bild (B009wnvZ) Beanspruchungen in der Nut

### Ruhende Beanspruchung

Die Schubspannung infolge Torsion beträgt:

$$\tau_{\max} = \alpha_{\tau} \frac{M_{\max}}{W_p} \quad (10)$$

und für die Biegung:

$$\sigma_{\max} = \alpha_{\sigma} \frac{M_B}{W_B} \quad (11)$$

Für die Formzahlen bei Torsion können eingesetzt werden:

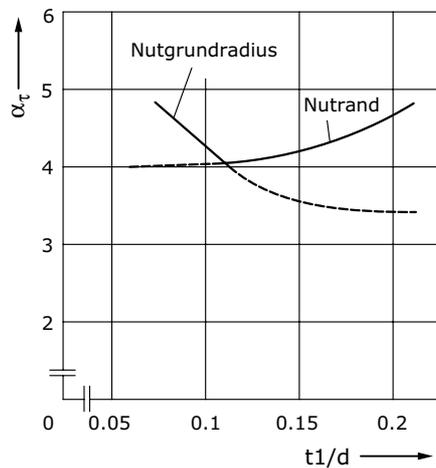


Bild (B010wnvZ) Spannungsüberhöhung unter statischer Torsion

Für die Formzahlen bei Biegung gilt:

$$\alpha_{\sigma} \cong 5 \text{ für Nutrand und Nutgrundradius}$$

### Wechselnde Beanspruchung/Wechselfestigkeit

Diese wird in der Sektion: „Ermüdungsfestigkeit“ behandelt. Siehe auch Norm DIN 743.

### 2.1.3. Entwurfsrichtlinien für Passfeder-Verbindungen

#### Toleranzen

Bei beweglichen Passfederverbindungen muss die Gleitfeder in der Wellennut befestigt werden. Geschieht dies mit Hilfe von Schrauben, bedeutet dies eine zusätzliche Schwächung der Welle.

Die Passungen für die Paarungen Welle-Nabe, Passfeder-Welle und Passfeder-Nabe definieren die Funktion der Passfederverbindung (beweglich, fest, ...). Für das Toleranzfeld h9 der Passfederbreite nach DIN 6880 [11] werden die Toleranzen für Welle und Nabe nach Tabelle T006wnvS unterschieden.

Art des Sitzes	Toleranzen				Eigenschaften des Sitzes
	Nutbreite		Nenn Durchmesser		
	Welle	Nabe	Welle	Nabe	
Gleitsitz	H8	D10	g6	H7	beweglich
Übergangssitz	N9	J9	h7	H8	leicht montierbar
Fester Sitz (gut abziehbar)	P9	P9	h7	H7	für seltene Montage
Fester Sitz (schwer abziehbar)	P9	P9	k6	H7	robust, für seltene Demontage

Tabelle (T006wnvS) Toleranzfelder für Passfederverbindung [18]

Die Nabe ist bei einer Passfederverbindung bei gleitendem und auch bei festem Sitz axial zu sichern.

### Allgemeine Gestaltungshinweise

Für die Gestaltung von Welle und Nabe sind die folgenden Empfehlungen zu berücksichtigen:

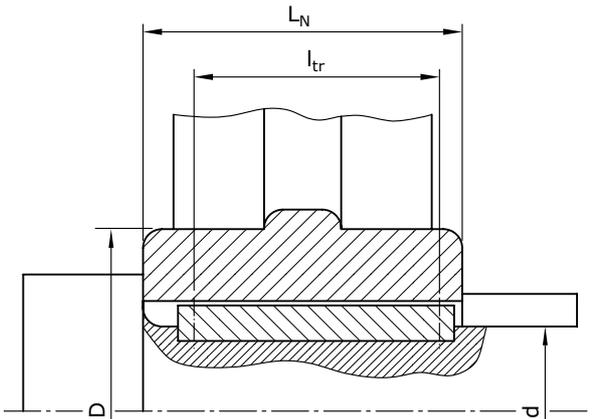


Bild (B011wnvZ) Geometrische Grössen an der Passfeder-Verbindung

Material der Nabe	D	$L_N$
St GS	$1.6-1.8 \cdot d$	$1.6-1.8 \cdot d$
GG	$1.8-2.0 \cdot d$	$1.8-2.0 \cdot d$

Tabelle (T007wnvZ) Nabengeometrie

- Die Lage der Passfeder I soll kürzer als die Nabe  $L_N$  sein (Vermeidung von überlagerter Kerbwirkung).
- Die Passfeder steht im Nutgrund auf und hat in radialer Richtung bei der Nabe ein Rückenspiel (Montagehilfe).
- Die axiale Sicherung erfolgt durch Schulterhülsen, Sicherungsringe, Gewindestifte.
- Bei dünnwandigen Naben ( $d/D > 0.6$ ) Drehmoment an der der Lasteinleitung entgegengesetzten Seite abnehmen, siehe Bild B012wnvZ.

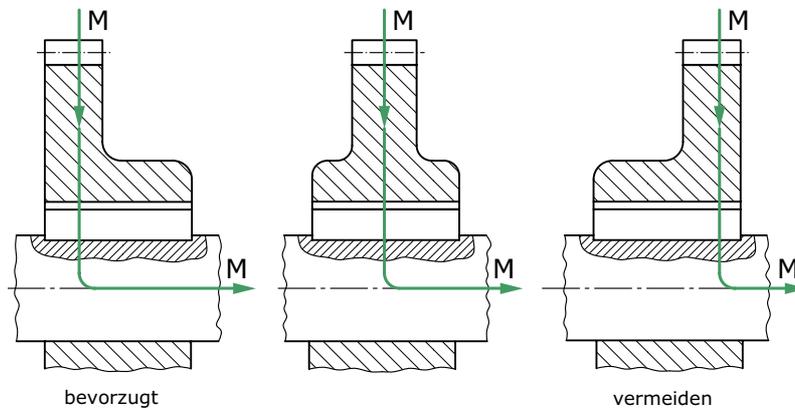


Bild (B012wnvZ) Beispiele für Lastein- bzw. -ableitung an Welle und Nabe einer Passfederverbindung [14]

- Passfederlänge: Wegen ungleichmässigen Tragens der Passfeder über der Länge  $l_{tr}$  ist diese so zu wählen, dass für das Verhältnis  $l_{tr}/d$  ein Wert von 1.3 nicht wesentlich überschritten wird.
- Bei schwingender Belastung haben praktische Erfahrungen gezeigt, dass eine Übermasspassung zwischen Welle und Nabe einen günstigen Einfluss auf die Dauerhaltbarkeit von Passfederverbindungen hat (z. B. k6/H7).
- Passfederform: Festgeschraubte Passfeder (Form E) führt zu niedrigen Beanspruchungen.
- Nitrocarburieren der Welle (gute Wechselfestigkeit)

## 2.2. Scheibefederverbindungen

Scheibefederverbindungen nach DIN 6888 [13] sind kostengünstiger herzustellen als Passfederverbindungen und eignen sich sehr gut zur Übertragung kleiner und konstanter Drehmomente. Sie bewirken wegen der tiefen Nut eine starke Schwächung der Welle und sollen daher nicht bei wechselnden und stossartigen Drehmomenten verwendet werden.

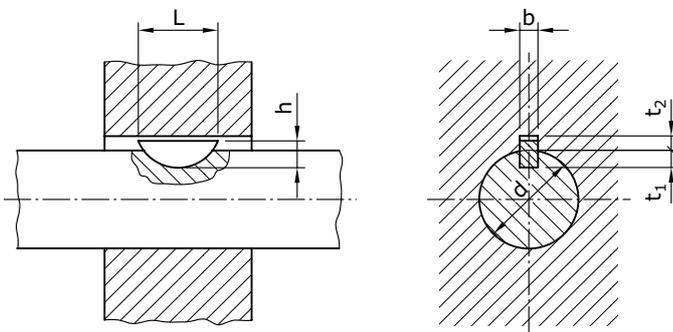


Bild (B013wnvZ) Scheibefederverbindung [13]

Anwendungsgebiete: Werkzeugmaschinen, Landmaschinen, Kraftfahrzeuge

- Vorteil: einfache Herstellung der Nut
- Nachteil: nur für kleine und konstante Drehmomente geeignet

Die Dimensionierung erfolgt nach gleichen Ansätzen wie die Passfederscheibe.

### 2.3. Keilwellenverbindungen

Keilwellen tragen am Umfang eine gerade Zahl hochstehender Keile, die als Weiterentwicklung von mehreren Passfedern aufzufassen sind. Die Keilwellenverbindungen sind in den Normen DIN ISO 14 [16], DIN 5464 [5], DIN 5471 [7] und DIN 5472 [8] beschrieben.

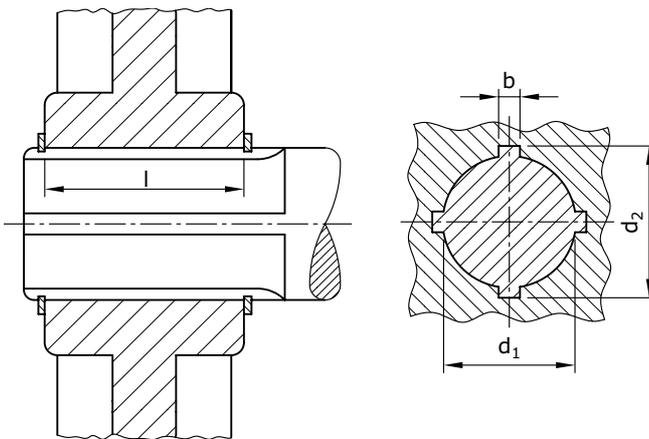


Bild (B015wnvZ) Keilwellenverbindung mit 4 Keilen nach DIN 5471 [7]

Eignung/Grenzen:

- Kraftfahrzeuge, Werkzeugmaschinen, Getriebe
- geeignet für grosse Drehmomente
- geeignet für stosshafte und die Richtung wechselnde Drehmomente
- mässige Kerbwirkung bezüglich Biegung
- axiale Verschiebbarkeit möglich (auch fest möglich)
- starke Kerbwirkung bezüglich Torsion
- für genauen Rundlauf (innenzentriert) geeignet

Die Welle einer Keilwellenverbindung kann nach verschiedenen Arten in der Nabe zentriert werden:

- Innenzentrierung: genauer Rundlauf, findet vor allem im Werkzeugmaschinenbau Anwendung,
- Flankenzentrierung: kleines Verdrehspiel, geeignet für stossartige und wechselnde Drehmomente.

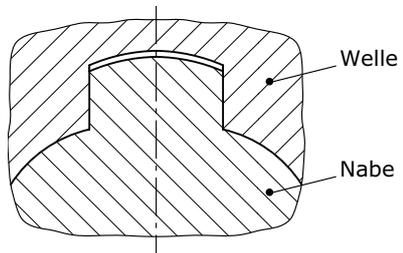


Bild (B016wnvZ) Innenzentrierung der Keilwellenverbindung

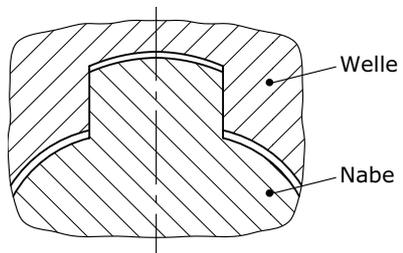


Bild (B017wnvZ) Flankenzenrtierung der Keilwellenverbindung

### 2.3.1. Berechnung der Keilwellenverbindungen

Die Berechnung der Keilwellenverbindung ist in DIN 5466-1 [6] genormt. Für die in diesem Vorlesungsmanuskript aufgeführte näherungsweise Berechnung der Keilwellenverbindungen liegt zugrunde, dass 75% der Keile bei der Momentenübertragung wirksam sind.

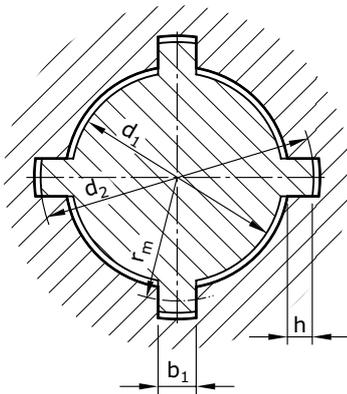


Bild (B018wnvZ) Vielnutprofil nach DIN 5471 [7]

Es gilt:

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4} \quad (12)$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot (d_{2\text{Welle}} - d_{1\text{Nabe}}) \quad (13)$$

$$M_t = h \cdot L \cdot p_{zul} \cdot r_m \cdot \varphi \cdot i \quad (14)$$

L = Nabenlänge

n = Anzahl der Keile

$\varphi = 0.75$  Traganteil Innenzentrierung

$\varphi = 0.9$  Traganteil Flankenzentrierung

Für die zulässigen Pressungen  $p_{zul}$  ist einzusetzen:

- $p_{zul} = 40 \text{ N/mm}^2$  für GG Nabe

- $p_{zul} = 70 \text{ N/mm}^2$  für GS/St Nabe
- $p_{zul} = 200 \text{ N/mm}^2$  in Sonderfällen bei gehärteter Welle und bei hochfester Nabe

Bei Flankenzenrierung können die Werte um 20 % erhöht werden.

Ein grosser Nachteil der Keilwellenverbindungen ist die auftretende Kerbwirkung.

Für  $p_{zul}$  können wir wiederum wie folgt unterscheiden:

Für zähe Werkstoffe:

$$p_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad (15)$$

$S_F$ , einseitig stossfrei: 1.2–1.4

$S_F$ , wechselnd stossend: 3.0–4.0

Für spröde Werkstoffe:

$$p_{zul} = \frac{\sigma_B}{S_B} \quad (16)$$

$S_B$ , einseitig stossfrei: 1.6–2.0

$S_B$ , wechselnd stossend: 4.0–5.0

Die Gestaltung der Nabe ist wiederum abhängig vom Wellendurchmesser und es wird empfohlen:

Material der Nabe	D	L (gesamte Nabenlänge)
St GS	1.6–1.8 · d	1.6–1.8 · d
GG	1.8–2.0 · d	1.8–2.0 · d

Tabelle (T008wnvZ) Nabengeometrie

Die Geometrie der eigentlichen Keile ist genormt und es werden je nach Einsatzgebiet die folgenden drei Stärken unterschieden:

- leichte Reihe
- mittlere Reihe
- schwere Reihe

Die Flanken der Wellen sind teilweise gehärtet.

Eine besondere Art der Keilwellenverbindungen sind die *Kerbzahnverbindungen* und die *Zahnwellenverbindungen* mit Evolventenflanken. Infolge der feineren Verzahnung werden Welle und Nabe

weniger geschwächt als bei der Keilwellenverbindung, siehe Bild. Die Naben dieser Verbindungen können in Drehrichtung sehr fein (um eine Zahnteilung) versetzt werden. Ferner ist die Korbverzahnung auch für kegelige Wellenzapfen anwendbar. Bei Korbzahnverbindungen ist mit einem Traganteil  $\phi=0.5$  zu rechnen.

In Bild B019wnvZ ist eine Korbzahnverbindung nach DIN 5481 [10] und in Bild B020wnvZ eine Zahnwellenverbindung mit Evolventenflanken nach DIN 5480 [9] dargestellt.

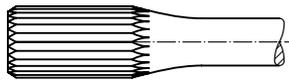
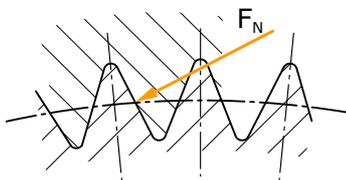


Bild (B019wnvZ) Korbzahnverbindung [10]

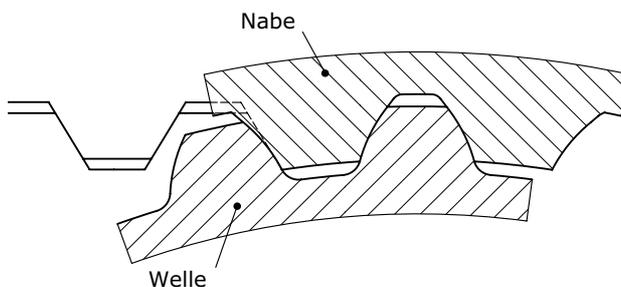


Bild (B020wnvZ) Evolventenzahnverbindung [9]

Nachteilig ist, dass infolge der Zahnflankenstellung radiale Kräfte resultieren, welche die Nabe schwächen und das Spiel vergrößern.

In Funktion der Form der Zähne wird unterschieden in:

- Korbzahnprofil (Dreieckzähne): nur für feste Verbindungen einsetzen
- Evolventenzahnprofil: für feste und verschiebbare Welle-Nabe-Verbindung.

Die Nabegeometrie kann identisch der Anzahl der Keilwelle entworfen werden.

### 2.3.2. Dimensionierung der Kerbzahnverbindung

Auch die Dimensionierung erfolgt identisch der Keilwelle mit dem Unterschied, dass durch die Flankenstellung die resultierende Kraft erhöht wird.

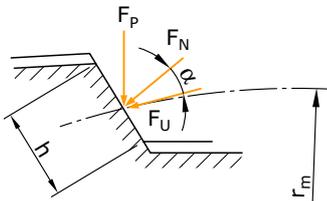


Bild (B021wnvZ) Kräfte-Verhältnisse an Eingriffs-Zahn einer Keilwelle

$$F_U = \frac{M_t}{r_m \cdot \varphi \cdot i} \quad (17)$$

$$p = \frac{F_n}{L \cdot h} = \frac{F_U}{L \cdot h \cdot \cos \alpha} = \frac{M_t}{r_m \cdot 0.75i \cdot L \cdot h \cdot \cos \alpha} \quad (18)$$

$$p \leq p_{zul} \quad (19)$$

Die einzusetzenden  $p_{zul}$  entsprechen denjenigen der Keilwelle.

## 2.4. Stiftverbindung

Eine einfache Verbindung für eher kleine Momente stellt der Stift dar. Vielfach wird diese Verbindung auch nachträglich, z. B. während des Montieren (Nabe schon vorgebohrt) oder nach dem Justieren beim Kunden, durchgeführt.

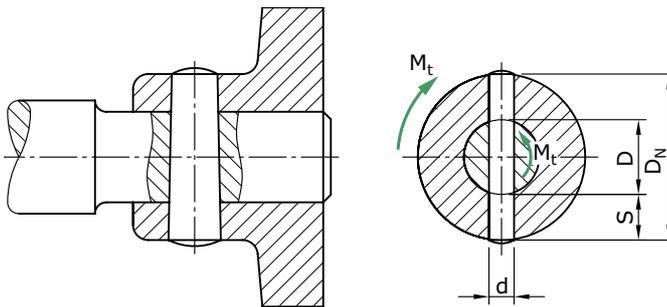


Bild (B022wnvZ) Stiftverbindungen, links Kegelstift quer, rechts Zylinderstift längs

Es werden dazu verschiedenste Stiftarten und Verbindungsarten eingesetzt.

Die Grundlagen wurden im Kapitel Stifte und Bolzen behandelt.

### 2.4.1. Polygonverbindungen

Während bei den Keil- und Zahnwellenverbindungen ausgeprägte Vorsprünge (Keile, Zähne) die Mitnahme bewirken, wächst die Mitnehmerwirkung in den Polygonprofilen als symmetrische Unrunde kontinuierlich. Die Kerbwirkung ist gering.

Mit dem Profildrehen und -schleifen können diese Bauteile relativ günstig hergestellt werden. Auch sind die Passungen der Gegenstücke so dimensionierbar, dass neben der Formschlüssigkeit auch ein Haft- oder Festsitz erzielbar wird. Es existieren verschiedene genormte Profilformen; einzelne sind auch als Verschiebe-Naben einsetzbar.

### 2.4.2. Polygonprofil P3G nach DIN 32711 [2]

- Gleichdick, abgeleitet vom gleichseitigen Dreieck
- Nabe kann geschliffen werden
- nicht unter Last verschiebbar

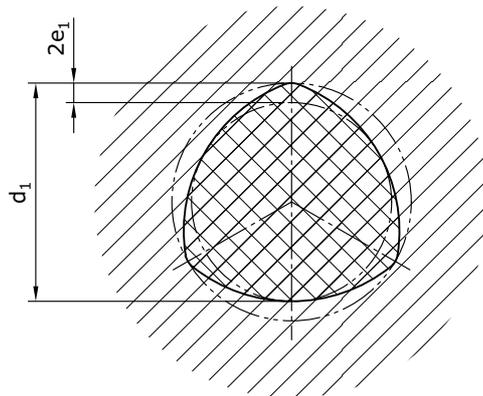


Bild (B023wnvZ) Polygonprofil P3G nach DIN 32711

Berechnung der Querschnittsfläche:

$$A = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} - 4 \cdot \pi \cdot e_1^2 \quad (20)$$

Wobei:  $A$  = Querschnittsfläche des Gleichdicks; Werte siehe DIN 32711 [2]

### Welle Torsion

$$M_t = W_p \cdot \tau \quad (21)$$

$$W_p = \frac{d_1 + 4 \cdot e_1}{d_1 + 8 \cdot e_1} \cdot \frac{A^4}{20 \cdot T_p \cdot d_1} \quad (22)$$

### Nabe / Welle Flächenpressung

$$M_{t\text{ zul}} \approx p_{\text{zul}} \cdot \ell \cdot \left( 0.75 \cdot \pi \cdot e_1 \cdot d_1 + \frac{d_1^2}{20} \right) \quad (23)$$

mit  $\ell$  der tragenden Verbindungs-laenge.

#### 2.4.3. Polygonprofil P4G nach DIN 32712 [3]

- Quadrat, dessen Ecken von einem Kreiszyylinder abgeschnitten sind
- Nabe kann nicht geschliffen werden, statt dessen räumen oder wälzstossen
- unter Drehmoment verschiebbar

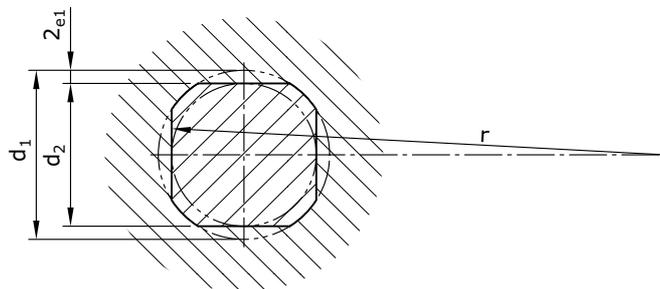


Bild (B024wnvS) Polygonprofil P4G nach DIN 32712

Berechnung der Querschnittsfläche:

$$A = \frac{\pi \cdot d_m^2}{4} \quad (24)$$

Wobei: A = Querschnittsfläche des Gleichdicks; Werte siehe auch DIN 32712 [3]

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (25)$$

$d_m$  = mittlerer Durchmesser

### Welle Torsion

$$M_t = W_p \cdot \tau \quad (26)$$

$$W_p = 0.2 \cdot d_2^3 \quad (27)$$

### Nabe/Welle Flächenpressung

$$M_{t \text{ zul}} \approx p_{\text{zul}} \cdot \ell \cdot \left( \pi \cdot e_r \cdot d_m + \frac{d_m^2}{20} \right) \quad (28)$$

### 3. Reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

In der reibschlüssigen Verbindung erfolgt die Kraftübertragung zwischen Welle und Nabe durch Reibung. Dazu muss eine Normalkraft zwischen Welle und Nabe wirken:

$$F \leq F_R = \mu \cdot F_N \quad (29)$$

Es können Umfangskräfte und Axialkräfte übertragen werden. Die Normalkraft kann örtlich am Umfang konzentriert als Einzelkraft (bzw. Einzelkräfte) oder über den ganzen Umfang verteilt als Flächenpressung auftreten.

In folgenden Bildern ist ein Überblick über reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen dargestellt:

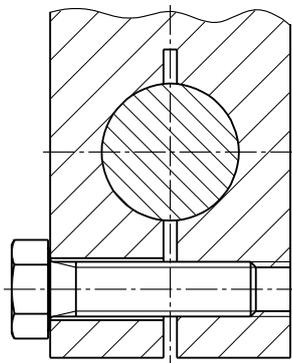


Bild (B025wnvS) Geschlitzte Klemmung

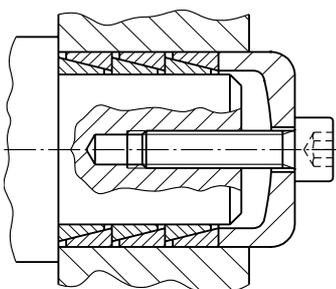


Bild (B027wnvS) Ringfeder-Spannelement

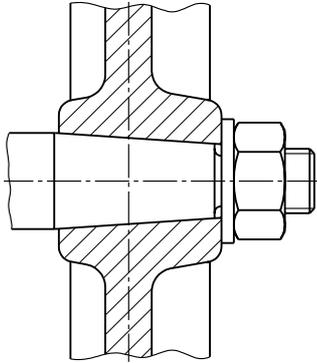


Bild (B026wnvS) Kegelsitz

Spannelemente:

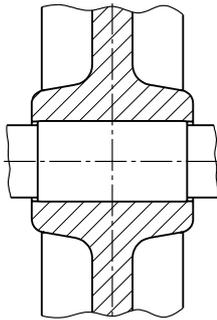


Bild (B028wnvS) Presssitz

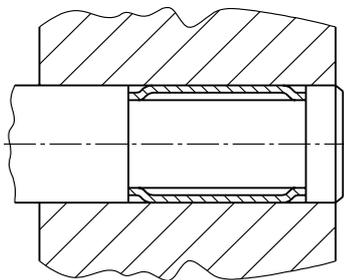


Bild (B029wnvS) Toleranzring

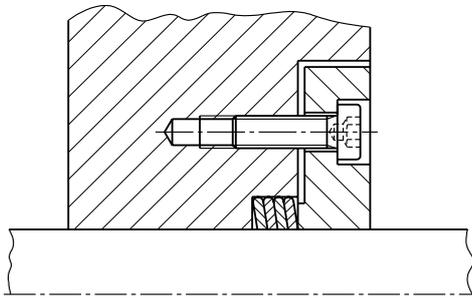


Bild (B030wnvS) Ringspann-Sternscheiben

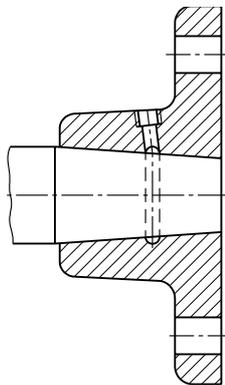


Bild (B031wnvS) Ölpressverband

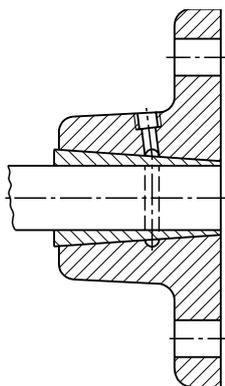


Bild (B032wnvS) Ölpressverband mit Kegelbüchse

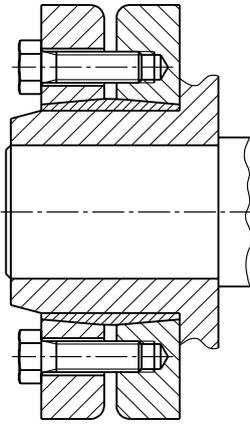


Bild (B033wnvS) Schrumpfscheibe

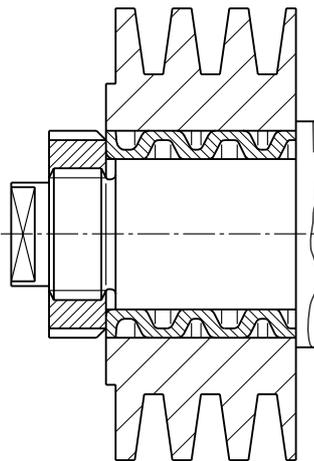
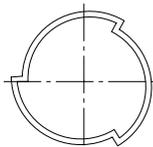
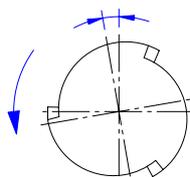


Bild (B034wnvS) Spannhülse

Fügen



Anlegen



Festziehen

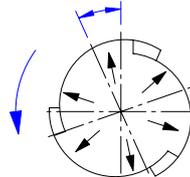


Bild (B035wnvS) 3K-Kreisprofil

### 3.1. Klemmverbindungen

Nun sollen einige der reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen exemplarisch und in unterschiedlicher Tiefe vorgestellt werden:

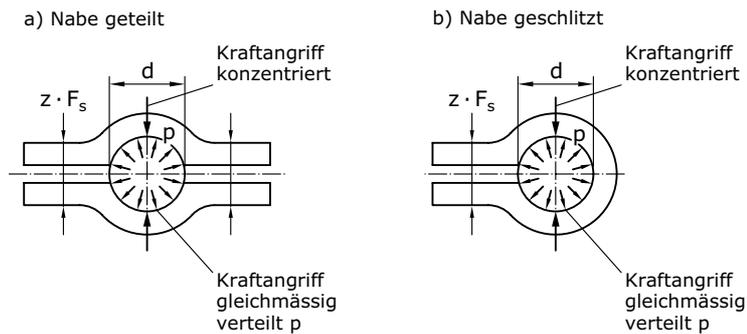


Bild (B036wnvZ) Klemmverbindung mit  $z$ : Anzahl Schrauben und  $F_s$ : Schraubenkraft

Die Gestaltung der Welle und Nabe erfolgt nach folgenden Empfehlungen:

Material der Nabe	D	L
St, GS	1.8–2.0·d	2.2–1.5·d
GG	2.0–2.2·d	1.6–2.0·d

Tabelle (T009wnvZ) Nabengeometrie

Die Toleranzen der Welle und Nabe sind bei:

- geteilter Nabe: leichter Presssitz z.B. H7/n6
- geschlitzter Nabe: Übergangssitz H7/k6 oder K7/n6 oder ähnlich zu wählen.

Für die Nabe soll ein vergleichsweise weiches Material eingesetzt werden.

Durch die Gestaltung mit leichtem Presssitz und der Empfehlung der weicheren Nabe kann ausgeschlossen werden, dass die Kraft konzentriert als Linie eingeleitet wird. Ansonsten wird ein Teil der Schraubenkraft für die Biegung der Nabe aufgewendet und nicht für die notwendige Flächenpressung. Mit der Annahme, dass die Flächenpressung über dem Umfang konstant ist:

$$p(\varphi) = \text{const.} \quad (30)$$

Das Momentengleichgewicht an einem infinitesimalen Umfangselement:

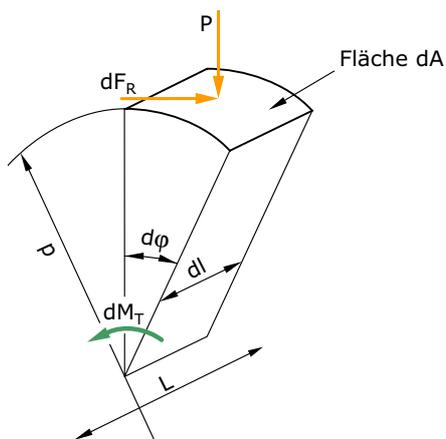


Bild (B037wnvZ) Momentengleichgewicht an einem infinitesimalen Umfangselement

$$dM_t = dF_R \frac{d}{2} \quad (31)$$

Die Reibkraft  $dF_R$  ist mit dem Reibgesetz (Coulomb):

$$dF_R = p \cdot \mu \cdot dA \quad (32)$$

eingesetzt, und integriert über  $2\pi$  und  $L$ :

$$M_T = \iint p \cdot \mu \cdot \frac{d^2}{4} \cdot d\varphi \cdot dl \quad (33)$$

$$M_T = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \mu \cdot d^2 \cdot \pi \cdot L \quad (34)$$

Wir erhalten damit eine minimale Bedingung für  $p$  so, dass Moment übertragen wird.

$$p > \frac{2M_T}{d^2 \mu \cdot \pi \cdot L} \quad (35)$$

Um eine Rutsicherheit zu gewähren, führen wir einen Rutsicherheitswert  $S_R$  ein.

$$p > \frac{2M_T \cdot S_R}{d^2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot L} \quad (36)$$

und gleichzeitig eine maximale Bedingung, damit die Flächenpressung nicht zu gross ist.

$$p < p_{zul} = \begin{cases} \sigma_S / S_F; & S_F = 2.5 \dots 3.0 \\ \sigma_B / S_B; & S_B = 2.5 \dots 3.0 \end{cases} \quad (37)$$

Für den Reibwert können wir folgende Werte einsetzen (Welle aus Stahl, Verbindung trocken, kleine Rauhtiefe):

Nabenmaterial	Reibwert
St, GS	0.14–0.2
GG	0.16
Cu-Leg.	0.17–0.25
Al-Leg.	0.1–0.15

Tabelle (T010wnvZ) Reibwert

Es gilt:

$$p_{zul} > p > p_{min} \quad (38)$$

### 3.1.1. Klemmverbindung mit geteilter Nabe

Diese Flächenpressung wird erzeugt durch die Schraubenkräfte  $F_S$ . Das Kräftegleichgewicht an einer Hälfte der Schale ist:

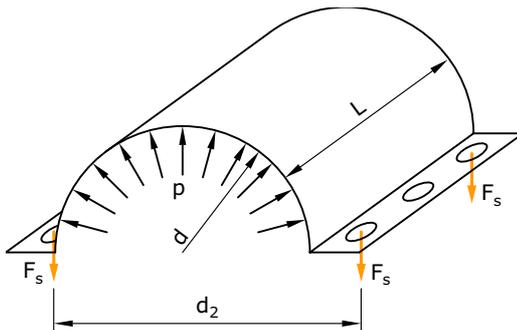


Bild (B038wnvZ) Kraftübertragung an halber Nabe

$$p \cdot d \cdot L = \sum F_S = z \cdot F_S \quad (39)$$

Für die Schraubenkräfte erhalten wir eingesetzt

$$F_S = \frac{2M_T \cdot S_R}{\mu \cdot \pi \cdot d z} \quad (40)$$

### 3.1.2. Klemmverbindung mit geschlitzter Nabe

Im Falle der geschlitzten Nabe analysieren wir zwei verschiedene, sinnvolle Modellierungen a), b) und diskutieren diese:

#### a) Kraftangriff konzentriert, (eher Spielpassung, harte Nabe)

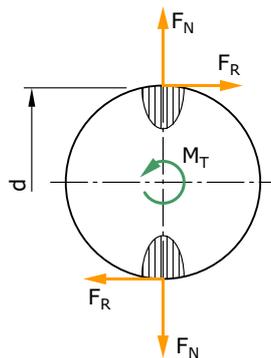


Bild (B039wnvZ) Kraftübertragung

Das Momentengleichgewicht an der Welle wird dann:

$$2F_N \cdot \mu \cdot \frac{d}{2} = M_T \quad (41)$$

$$F_N > \frac{M_T \cdot s_R}{\mu \cdot d} \quad (42)$$

$F_N$  können wir nun in das Kräftegleichgewicht der halben Nabe einsetzen:

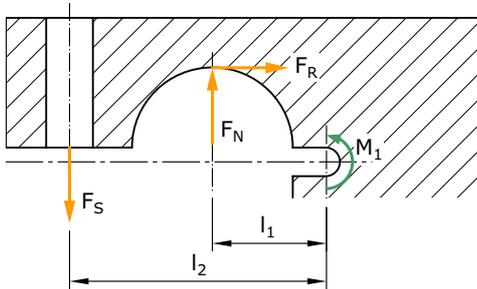


Bild (B040wnvZ) Kräfte an halber Nabe

$$z \cdot F_S \cdot l_2 - F_N \cdot l_1 - \frac{F_N \cdot \mu \cdot d}{2} - M_1 = 0 \quad (43)$$

$$F_S \geq \frac{M \cdot l_1 \cdot S_R}{z \cdot \mu \cdot d \cdot l_2} + \frac{M_1}{z \cdot l_2} \quad (44)$$

Den Momententerm mit  $F_N \cdot \mu$  können wir vernachlässigen (kleiner Hebel,  $\mu$  klein).

$M_1$  kann sich nur aufbauen, falls wir eine Deformation der Nabe haben; bzw. ein Teil der Schraubenkraft geht dann in die Deformationsarbeit der Nabe und nur der Rest wird für die Reibkraft eingesetzt. Deshalb gilt die Empfehlung, auch hier einen Übergangs- bzw. Presssitz zu wählen, die Nabe generell weich zu wählen und den hinteren Teil der Nabe möglichst biegeweich (Schlitze) zu gestalten, sodass  $M_1$  vernachlässigt werden kann. Dann folgert:

$$F_S \geq \frac{M \cdot l_1 \cdot S_R}{z \cdot \mu \cdot d \cdot l} \quad (45)$$

b) Kraftangriff erfolgt verteilt (leichter Presssitz, weiche Nabe)

Das Gleichgewicht des Momentes an der Welle ist wiederum (siehe geteilte Nabe):

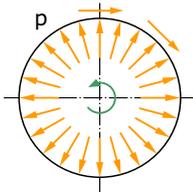


Bild (B041wnvZ) Kraftübertragung an der Welle

$$p > \frac{2M_T \cdot S_R}{d^2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot L} \quad (46)$$

Und das Gleichgewicht an der Nabe wird:

$$i \cdot F_S \cdot l_2 - p \cdot d \cdot L \cdot l_1 - (\cancel{\dots}) - M_1 = 0 \quad (47)$$

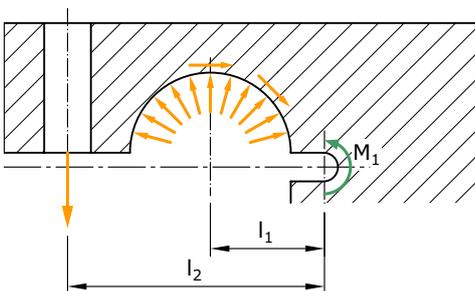


Bild (B042wnvZ) Kräfteübertragung an der halben Nabe

Auch hier gilt dieselbe Diskussion des Momententerms mit  $F_N \cdot \mu$  und  $M_1$ .

$$F_S \geq \frac{2M_T \cdot l_1 \cdot S_R}{d \cdot \mu \cdot \pi \cdot z \cdot l_2} \quad (48)$$

Wir erhalten im Vergleich zur ersten Modellierung eine notwendige Schraubenkraft, welche nur  $2/\pi$  der konzentrierten Kraftmodellierung beträgt.

### 3.2. Axiale Klemmverbindung

Eine weitere Gestaltungsart, um Naben (hier meist Scheiben oder Hebel) mit der Welle zu verbinden, ist die axiale Verspannung mittels einer Schraube.

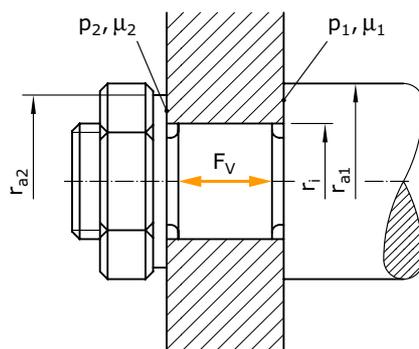


Bild (B043wnvZ) geometrische Größen einer axialen Klemmverbindung

Das Moment, welches von einer der beiden Schultern übertragen werden kann, ist:

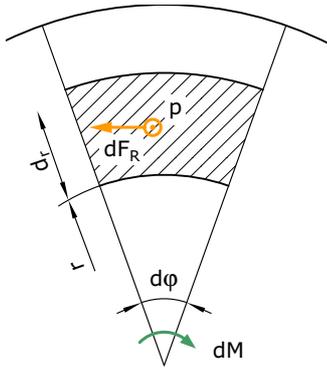


Bild (B044wnvZ) Kräfte am infinitesimalen Flächenelement in der Wirkfläche

$$dM - dF_R \cdot r = 0 \quad (49)$$

$$dF_R = p_i \cdot \mu_i \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \quad (50)$$

$$M_i = \iint p_i \mu_i r^2 dr d\varphi = \frac{1}{3} (r_{ai}^3 - r_i^3) 2\pi p_i \mu_i \quad (51)$$

wobei für i die rechte und linke Schulter gesetzt wird.

Der Druck  $p_i$  wird durch die Vorspannung der Schraube aufgebaut und beträgt:

$$p_i = \frac{F_V}{\pi (r_{ai}^2 - r_i^2)} \quad (52)$$

Das Gesamtmoment, welches im Kraftfluss durch die beiden Schultern übertragen wird, ist nun:

$$M = M_1 + M_2 = \frac{2}{3} \mu \cdot F_V \left( \frac{r_{a1}^3 - r_i^3}{r_{a1}^2 - r_i^2} + \frac{r_{a2}^3 - r_i^3}{r_{a2}^2 - r_i^2} \right) \quad (53)$$

und falls die zwei äusseren Schulterradien identisch sind

$$r_{a2} = r_{a1} = r_a \quad (54)$$

vereinfacht sich dies zu:

$$F_V \geq \frac{3M}{4\mu} \cdot \frac{r_a^2 - r_i^2}{r_a^3 - r_i^3} \quad (55)$$

In entsprechenden Konstruktionen ist zu beachten, dass die Pressfläche nicht unnötig durch Anfasungen der Wellenschultern und der Nabenbohrungen verkleinert wird.

### 3.3. Kegelsitzverbindungen (DIN 1448)

Bei Kegelsitzverbindungen wird durch eine axiale Kraft eine radiale Kraftkomponente in der Verbindung aufgebaut, welche ihrerseits das Moment über Reibung überträgt.

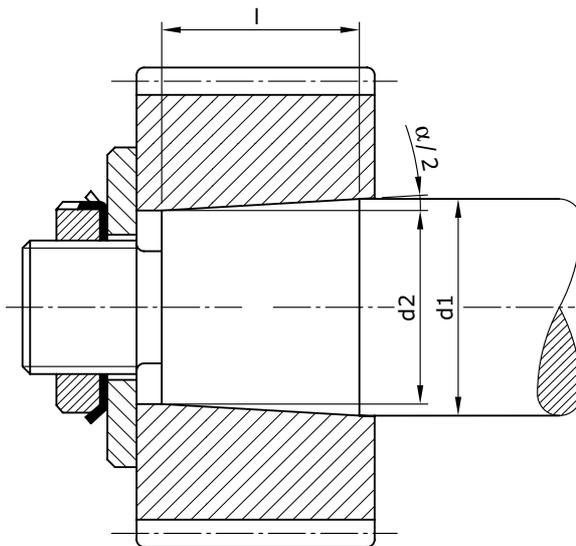


Bild (B045wnvZ) Gestaltung einer Kegelverbindung

#### Eignung/Grenzen

Kegelsitzverbindungen zeichnen sich durch guten Rundlauf und Unwuchtfreiheit aus. Sie werden z. B. häufig in Spindeln von Werkzeugmaschinen, Kupplungsnaben und Radbefestigungen eingesetzt.

Die Einsatzmerkmale im Überblick sind:

- grosse Laufruhe, keine Unwucht
- grosse Momente, auch wechselnd und stossend
- gute azimuthale, keine axiale Einstellbarkeit
- gut montier- und demontierbar
- aufwendiger in der Herstellung (genaue Toleranzen einhalten)

Je kleiner der Kegelwinkel, desto grösser ist die Kraftübersetzung auf die Nabe. Genormt sind die Kegelverhältnisse:

$$c = \frac{d_1 - d_2}{l} \quad (56)$$

- 1 : 5 für leicht lösbare Verbindungen
- 1 : 10 für schwieriger lösbare Verbindungen
- 1 : 20 meist für Werkzeuge

### 3.3.1. Dimensionierung der Kegelsitzverbindung

Bei Kegelsitzverbindungen wird überprüft, welche axiale Kraft für das eingebrachte Moment notwendig ist und inwiefern die dabei auftretenden Flächenpressungen zulässig sind.

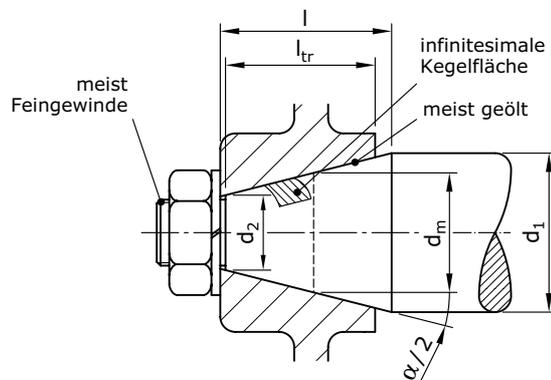


Bild (B046wnvZ) geometrische Größen der Kegelverbindung

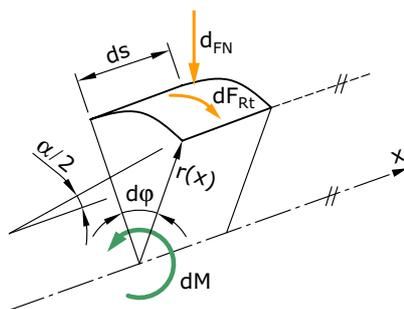


Bild (B047wnvZ) Kräfte am infinitesimalen Flächenelement zwischen den Wirkflächen der Kegelverbindung

Das Torsionsmoment wird durch die azimuthale Reibkraft übertragen, welche durch die Normalkraft auf den Kegel entsteht:

$$dM = r(x)dF_{Rt} = r(x) \cdot dF_N \mu \quad (57)$$

Die Normalkraft ist über den Druck berechenbar:

$$dF_N = p dA = p \cdot r(x) \cdot d\varphi \cdot ds \quad (58)$$

und es wird:

$$dM = \mu p r^2(x) d\varphi \cdot ds \quad (59)$$

integriert über die gesamte beaufschlagte Fläche wird:

$$M = \iint_A dM = \mu \iint_A r^2(x) d\varphi \cdot ds \quad (60)$$

Zur exakten Berechnung müsste nun hier  $r(x)$  funktionell eingesetzt und integriert werden. Bei flachen Kegeln können wir jedoch eine gute Annäherung machen:

Annahme:

$$r(x) \cong r_m = \text{const.} = \frac{d_m}{2}; ds \cong dx \quad (61)$$

Dann wird:

$$M = 2\mu \cdot p \frac{d_m^2}{4} \pi \cdot l_{tr} \quad (62)$$

$$p \geq \frac{2M}{\mu \cdot \pi \cdot l_{tr} \cdot d_m^2} \quad (63)$$

Der minimale Druck wird noch mit dem Rutschsicherheitswert erhöht:

$$p > \frac{2M \cdot S_R}{\mu \cdot \pi \cdot l_{tr} d_m^2} \quad (64)$$

Damit erhalten wir die notwendige Flächenpressung in Funktion des zu übertragenden Momentes  $M$ . Für die Reibkomponente  $\mu$  können wir folgende Werte in Bezug auf die beiden Materialien einsetzen: (Welle aus Stahl, Verbindung geölt, kleine Rauhtiefe):

Nabenmaterial	$\mu$
St, GS	0.07–0.08
GG	0.06
Al-Leg	0.05

Tabelle (T011 wnvZ) Reibkomponente  $\mu$

Die Flächenpressung darf andererseits auf der maximalen Seite die zulässige Pressung nicht überschreiten:

$$p \leq p_{zul} \quad (65)$$

mit den Richtwerten:

$$p_{zul} \leq \begin{cases} \sigma_S / S_F; & S_F = 2.5 \dots 3.0 \\ \sigma_B / S_B; & S_B = 2.5 \dots 3.0 \end{cases} \quad (66)$$

Die Flächenpressung wird erzeugt durch die axiale Vorspannkraft (meist Schraube) und beträgt:

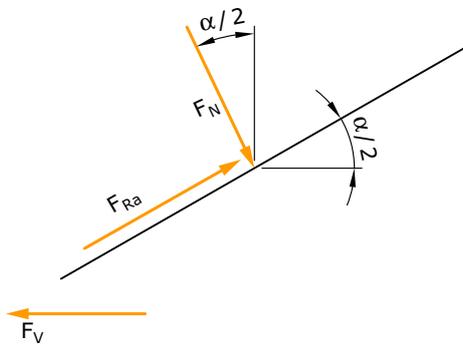


Bild (B048wnvZ) Kräfteverhältnisse zur Bestimmung der Schraubenvorspannung

$$F_N = \iint_A dF_N = \iint p \cdot r(x) \cdot d\varphi \cdot ds = p \cdot l \cdot d_m \cdot \pi \quad (67)$$

$$F_V = F_N \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + F_{Ra} \cos \frac{\alpha}{2} = F_N \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + \mu F_N \cos \frac{\alpha}{2} \quad (68)$$

$$F_V = p \cdot l \cdot d_m \pi \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right) = p \cdot K \quad (69)$$

Die Vorspannkraft muss sich demnach in folgenden Grenzen bewegen:

$$p_{\min} \cdot K \leq F_V \leq p_{\text{zul}} \cdot K \quad (70)$$

### 3.4. Spannelemente (reibschlüssig)

Die Kegelerverbindungen müssen exakte Passungen und feine Oberflächen aufweisen und sind daher relativ teuer. Am Markt haben sich aus diesen Gründen viele Spannelemente, die teilweise auf dem Prinzip des Kegels beruhen, etabliert. Diese sind entsprechend günstiger. Beispiele sind:

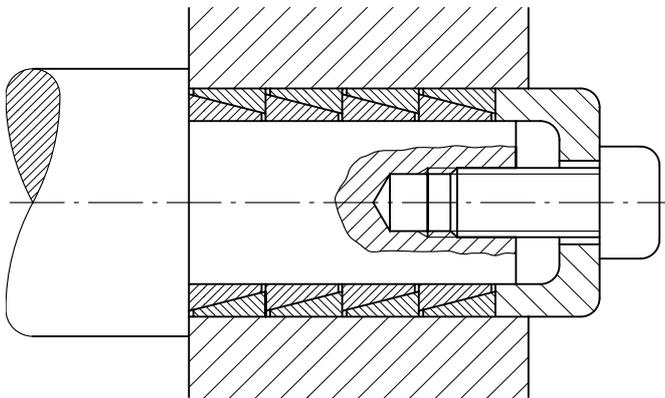


Bild (B049wnvZ) Spannelemente

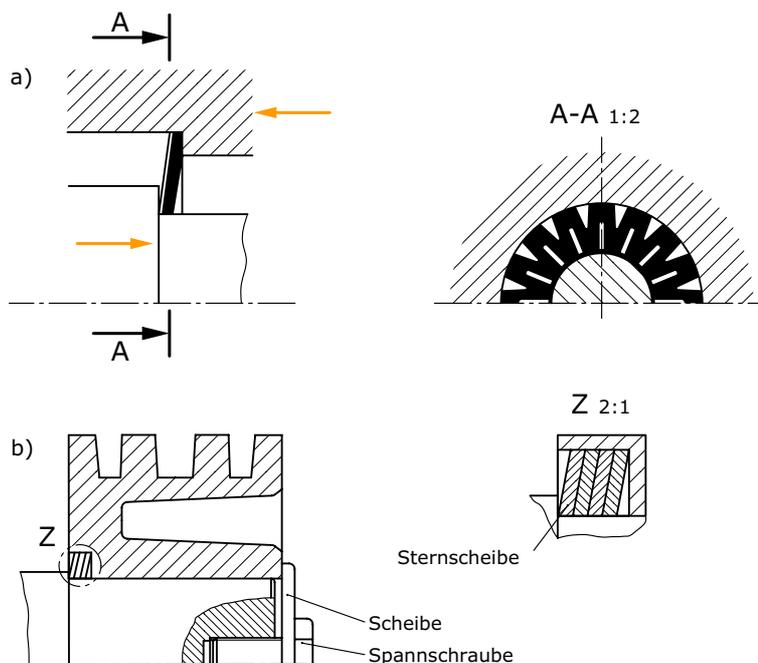


Bild (B050wnvZ) Sternscheibe a) Grundelement b) Einbaubeispiel:  
Ringspann-Sternscheibenverbindung

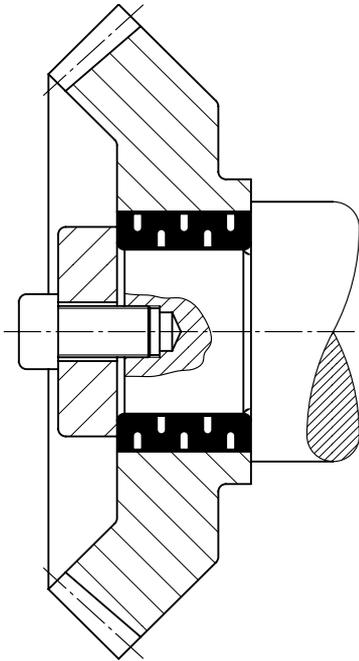


Bild (B051wnvZ) Druckhülse

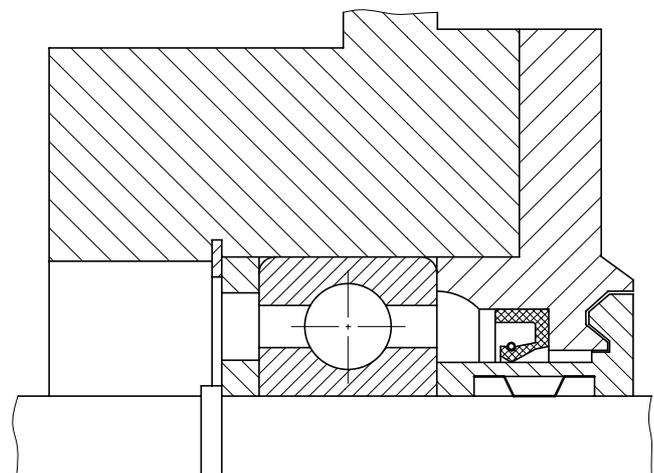
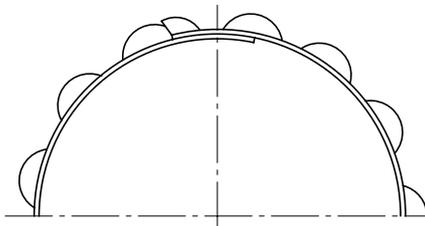


Bild (B052wnvZ) Toleranzring

Empfehlungen für die Gestaltung müssen aus den Katalogen der Anbieter entnommen werden.

### 3.4.1. Dimensionierung von Spannelementen

Auch die Empfehlungen für die Dimensionierung sind in den Unterlagen der Anbieter enthalten. Exemplarisch soll hier die theoretische Grundlage von Spannelementen erfolgen.

Analysieren wir das Kräftegleichgewicht am oberen Element eines Paares:

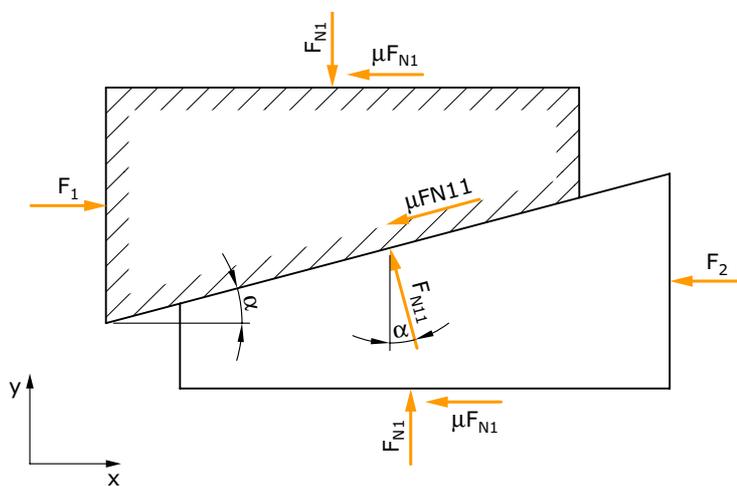


Bild (B074wnvZ) Kräfte am Spannelement

Kräftegleichgewicht am oberen Spanning-Element:

$$x: F_1 = F_{N11} \sin \alpha + \mu F_{N11} \cos \alpha + \mu F_{N1} \quad (71)$$

$$y: F_{N1} = F_{N11} \cos \alpha - \mu F_{N11} \sin \alpha \quad (72)$$

aus y:

$$F_{N11} = \frac{F_{N1}}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \quad (73)$$

eingesetzt in x:

$$F_1 = F_{N1} \left( \frac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} + \mu \right) = F_{N1} \left( \frac{\tan\alpha + \mu}{1 - \mu\tan\alpha} + \mu \right) \quad (74)$$

Wenn wir im Folgenden das Kräftegleichgewicht des Paares als Einheit aufstellen, so sehen wir, dass gilt:

vertikal:

$$F_{N1} \text{ (oberes Element)} = F_{N1} \text{ (unteres Element)} \quad (75)$$

axial:

$$F_2 = F_1 - 2\mu F_{N1} = F_1 - 2\mu \frac{F_1}{\frac{\tan\alpha + \mu}{1 - \mu\tan\alpha} + \mu} \quad (76)$$

Wir erkennen, daraus, dass vor der links eingeleiteten Kraft  $F_1$  ein Teil durch die Reibung „verloren“ geht und rechts noch der Anteil  $F_2$  auf das nächste Spannelement übertragen wird.

Das Verhältnis der beiden Kräfte wird:

$$\frac{F_2}{F_1} = 1 - \frac{2\mu(1 - \mu\tan\alpha)}{\tan\alpha + 2\mu} = \frac{\tan\alpha + 2\mu - 2\mu - 0e^3}{\tan\alpha + 2\mu} \quad (77)$$

Bei einem Spannwinkel von  $17^\circ$  (Beispiel eines am Markt erhältlichen Elementes) wird:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha + 2\mu} \cong \frac{\tan 17}{\tan 17 + 0.2} \cong 0.6 \quad (78)$$

Je kleiner der Winkel ist, desto weniger Kraft kann übertragen werden. Eine praktische Aussage ist demnach, dass sich mehr als 3 hintereinander geschaltete Elemente nicht lohnen.

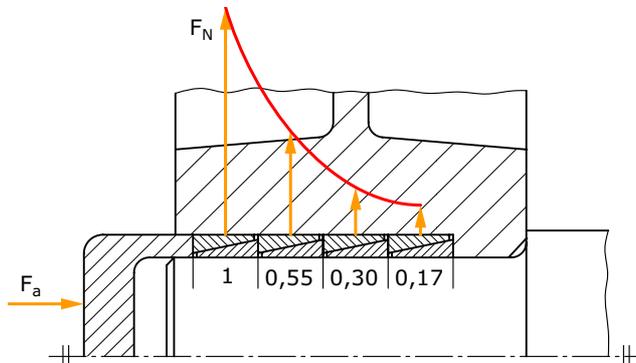


Bild (B053wnvZ) Reduktion der radialen Kräfte entlang der einzelnen Spannelemente

Das übertragbare Moment  $M$  kann als Summe der einzelnen Reibkräfte, die sich durch  $F_{Ni}$  ergeben, berechnet werden, bzw. aus Tabellen der Anbieter entnommen werden.

### 3.5. Zylindrischer Pressverband

Als zylindrische Pressverbände bezeichnet man die Press- und Schrumpfverbindungen zwischen Welle und Nabe. Die Verbindung basiert prinzipiell auf einem Übermass zwischen den beiden Bauteilen. Die theoretischen Grundlagen sind in der Sektion: „Druckbeanspruchung rotationssymmetrischer Körper“ abgehandelt.

Es wird unterschieden

- *Längspressverband*: Unter gleichzeitiger elastischer Aufweitung der Nabe und Einschnürung der Welle wird die Welle unter Kraft axial in die Nabe hineingepresst.
- *Querpressverband*: Die Nabe wird erwärmt oder die Welle abgekühlt, so dass das Übermass durch Wärmedehnung (oder Schrumpfung) kompensiert wird. Die Nabe wird kraftlos auf die Welle geschoben und der Verbindungsaufbau erfolgt durch die Abkühlung.

#### 3.5.1. Repetition

Eine solche Passung entsteht, wenn ein Voll- oder Hohlzylinder in einen äusseren Hohlzylinder eingepasst wird und sich die Radien der äusseren Wirkfläche des inneren Zylinders und der inneren Wirkfläche des äusseren Zylinders im entspannten Zustand überlappen. Bei der Montage von Schrumpfsitzen wird üblicherweise der innere Zylinder abgekühlt (z. B. mit flüssigem Stickstoff).

Dabei tritt eine von der Temperatur abhängige Schrumpfung auf, und der innere Zylinder kann dann kraftlos in den äusseren hinein geschoben werden. Mit dem anschliessenden Temperatúrausgleich entsteht wegen der radialen Dehnungsbehinderung in der Berührungsfäche ein Kraftschluss zwischen beiden Zylindern. Das Verfahren funktioniert sinngemäss natürlich auch, wenn man den äusseren Zylinder vor der Montage erwärmt. In jedem Fall muss man darauf achten, dass die Temperaturänderung keine nachteilige Wirkung auf den Werkstoff hat.

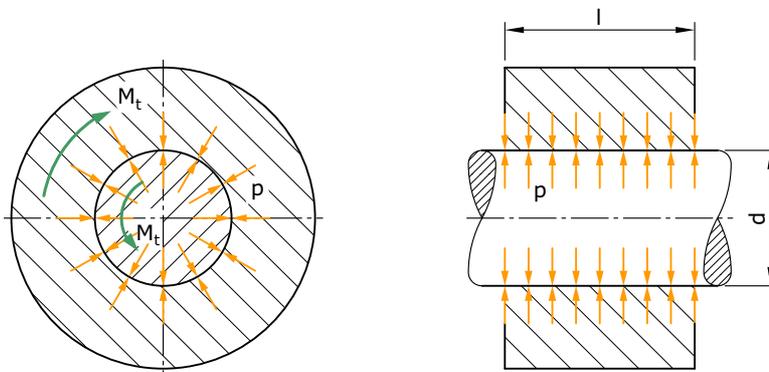


Bild (B054wnvS) Zylindrischer Pressverband

### 3.5.2. Minimale und maximale Fugenpressung $p$

Zwischen Welle und Nabe soll durch Reibung eine Kraft  $F$  übertragen werden. Diese kann aus einer Umfangskraft, einer Axialkraft oder aus der Resultierenden von beiden bestehen.

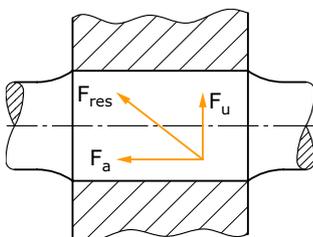


Bild (B055wnvS) Kraftübertragung im zylindrischen Pressverband

Umfangskraft  $F_u$ :

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d} \quad (79)$$

Axialkraft  $F_a$ :

Resultierende Kraft  $F_{res}$ :

$$F_{res} = \sqrt{F_u^2 + F_a^2} \quad (80)$$

Die Reibkraft  $F_R$  muss über Flächenpressung zwischen Welle und Nabe erzeugt werden.

Es gilt folgender Zusammenhang:

$$F_{res} \cdot S_R = F_R = F_N \cdot \mu_H = p \cdot A \cdot \mu_H = p \cdot \mu_H \cdot \pi \cdot d \cdot \ell \quad (81)$$

Mit:

$S_R$  = Sicherheit gegen Rutschen ( $S_R = 1.5 - 2.0$ ),

$A$  = der Fläche  $d \cdot \pi \cdot \ell$ ,

$\mu_H$  = Der Haftreibung,

- Presssitz trocken: 0.10,
- Presssitz geölt: 0.06,
- Schrumpfsitz: 0.15,

kann der minimal notwendige Fugendruck bestimmt werden, welcher die resultierende Kraft sicher überträgt.

$$p_{min} = \frac{F_{res} \cdot S_R}{\mu_H \cdot A} \quad (82)$$

Die zweite Bedingung ist gegeben, dass nirgends in der Verbindung die zulässige Spannung überschritten wird:

$$p_{max} : \Rightarrow \sigma_V < \sigma_{zul} \quad (83)$$

### 3.5.3. Die Spannungsverteilung

Durch das Ausweiten der Nabe und das Stauchen der Welle ergeben sich Radial- und Tangentialspannungen in Welle und Nabe.

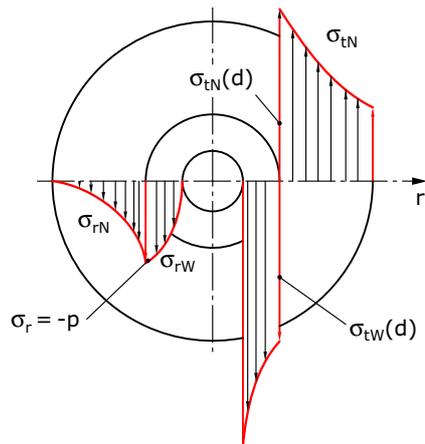


Bild (B056wnvZ) Spannungsverläufe an einem zylindrischen Pressverband mit Hohlwelle [18]

- $\sigma_{rN}$  = Radialspannungen in der Nabe
- $\sigma_{rW}$  = Radialspannungen in der Welle
- $\sigma_{tN}$  = Tangentialspannungen in der Nabe
- $\sigma_{tW}$  = Tangentialspannungen in der Welle

Im Übergang zwischen Welle und Nabe ist die Radialspannung identisch und beträgt:

$$\sigma_r \left( \frac{d}{2} \right) = -p \quad (84)$$

Falls es sich um eine Vollwelle handelt, ist:

$$\sigma_{rW}(r) = \sigma_{tW}(r) = \text{const.} = -p \quad (85)$$

### 3.5.4. Das Übermass U

Die erforderliche Flächenpressung wird dadurch erzeugt, dass der Durchmesser der Nabenbohrung  $d_{Ni}$  kleiner und der Durchmesser der Welle  $d_{Wa}$  grösser als der Verbindungsdurchmesser  $d$  ausgeführt werden.

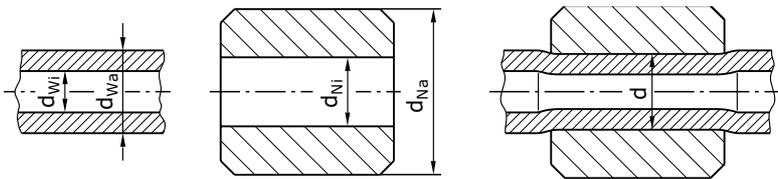


Bild (B057wnvS) Bezeichnungen an einem zylindrischen Pressverband (überhöht gezeichnet)

Die Aufgabe besteht demnach darin, das Übermass

$$U_{th} = d_{Wa} - d_{Ni} \quad (86)$$

und dessen Toleranzbereich so zu wählen, dass  $p_{min}$  sichergestellt und  $p_{max}$  nicht überschritten wird.

Da technische Oberflächen eine Rauheit aufweisen, die beim Fügen des Presssitzes teilweise eingeebnet werden, muss das Übermass praktisch grösser als das theoretische Mass ausgeführt werden.

$$U = U_{th} + G \quad (87)$$

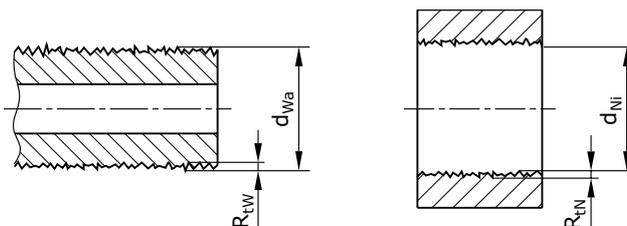


Bild (B058wnvS) Fügerauheiten eines Pressverbandes

In der Praxis wird für die Glättung  $G$  der Mittenrauheitswert  $R_a$  herangezogen und man nimmt:

$$G = 0.8 \cdot (R_{Wa} + R_{Ni}) \quad (88)$$

In der Fertigung liegt das Übermass immer in einem Toleranzbereich:

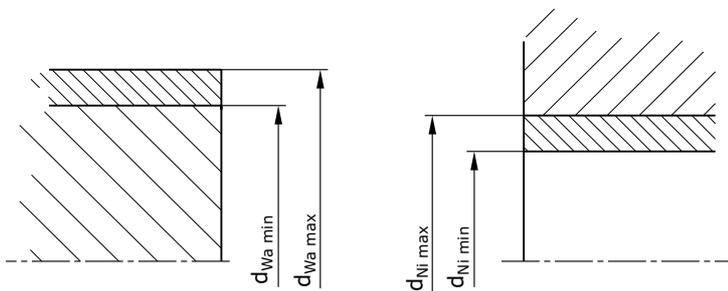


Bild (B059wnvS) Toleranzfelder an Welle und Nabe

Das maximale bzw. minimale Übermass der Passung errechnet sich aus:

$$U_{\max} = d_{Wa\ max} - d_{Ni\ min} \quad (89)$$

$$U_{\min} = d_{Wa\ min} - d_{Ni\ max} \quad (90)$$

Mit dem  $U_{\min}$  soll die Übertragung der resultierenden Kraft sichergestellt und mit  $U_{\max}$  die Fließgrenze nicht überschritten werden.

Beim Fügen dehnt sich die Nabe aus und der Wellendurchmesser wird reduziert. Es ist

$$2 \cdot (w_{Ni} - w_{Wa}) + G = U_{\max} \quad (\text{bei } p_{\max}) \quad (91)$$

$$2 \cdot (w_{Ni} - w_{Wa}) + G = U_{\min} \quad (\text{bei } p_{\min}) \quad (92)$$

mit:

$w_{Ni}$ : radiale (positive) Verschiebung der Nabe innen

$w_{Wa}$ : radiale (negative) Verschiebung der Welle aussen

G: Glättung, welche nicht zum Druckaufbau beiträgt

$U_{max}$ : maximales Übermass

$U_{min}$ : minimales Übermass

### 3.5.5. Die radialen Dehnungen; minimales Übermass

Im Folgenden wird berechnet, bei welcher radialen Verschiebung der minimale Druck aufgebaut wird.

Aus den Grundlagen der druckbeaufschlagten rotationssymmetrischen Körpern wissen wir, dass die radiale Verschiebung gegeben ist mit

$$w(r) = a \cdot r + \frac{b}{r} \quad (93)$$

Die Koeffizienten a und b haben wir damals bestimmt. Sie sind abhängig davon, inwiefern es sich um einen ebenen Formänderungszustand (EFZ) oder ebenen Spannungszustand (ESZ) handelt. Im EFZ gilt:

$$a = \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{E} \cdot \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad (94)$$

$$b = \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{E} \cdot (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2} \quad (95)$$

Im ESZ gilt:

$$a = \frac{1 - \nu}{E} \cdot \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad (96)$$

$$b = \frac{1 + \nu}{E} \cdot (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2} \quad (97)$$

In Press- und Schrumpfpfressungen können wir von einem ebenen Spannungszustand ausgehen.

Vereinfacht haben wir  $p_{Na}=0$  und  $p_{iW}=0$ ;  $p_{Wa}=p$  und  $p_{Ni}=p$ .

Welle:

$$a_W = \frac{1 - \nu_W}{E_W} \cdot \frac{-p}{1 - \chi_W^2} \quad (98)$$

$$b_W = \frac{1 + \nu_W}{E_W} \cdot (-p) \cdot \frac{r_{Wa}^2 \cdot \chi_W^2}{1 - \chi_W^2} \quad (99)$$

Die Verschiebung  $w$  an der Stelle  $r_{Wa}$  ist

$$w_{Wa} = \frac{1 - \nu_W}{E_W} \cdot \frac{-p}{1 - \chi_W^2} \cdot r_{Wa} + \frac{1 + \nu_W}{E_W} \cdot \frac{-p \cdot r_{Wa} \cdot \chi_W^2}{1 - \chi_W^2} \quad (100)$$

$$w_{Wa} = \frac{-p \cdot r_{Wa}}{(1 - \chi_W^2) \cdot E_W} \cdot (1 - \nu_W + \chi_W^2 (1 + \nu_W)) \quad (101)$$

Nabe:

$$a_N = \frac{1 - \nu_N}{E_N} \cdot \frac{\chi_N^2 \cdot p}{1 - \chi_N^2} \quad (102)$$

$$b_N = \frac{1 + \nu_N}{E_N} \cdot \frac{p \cdot r_{Na}^2 \cdot \chi_N^2}{1 - \chi_N^2} \quad (103)$$

Die Verschiebung der Nabe wird an der Stelle  $r_{Ni}$ :

$$\begin{aligned}
 w_{Ni} &= \frac{1 - \nu_N}{E_N} \cdot \frac{\chi_N^2 \cdot p}{1 - \chi_N^2} \cdot r_{Ni} + \frac{1 + \nu_N}{E_N} \cdot \frac{p \cdot r_{Na}^2 \cdot \chi_N^2}{1 - \chi_N^2} \cdot \frac{1}{r_{Ni}} \\
 &= \frac{1 - \nu_N}{E_N} \cdot \frac{\chi_N^2 \cdot p}{1 - \chi_N^2} \cdot r_{Ni} + \frac{1 + \nu_N}{E_N} \cdot \frac{r_{Ni}^2 \cdot p}{1 - \chi_N^2} \\
 &= \frac{p \cdot r_{Ni}}{E} \left( \nu_N + \frac{1 + \chi_N^2}{1 - \chi_N^2} \right)
 \end{aligned} \tag{104}$$

Das minimale Übermass wird dann:

$$U_{\min} = 2(w_{Ni} - w_{Wa}) + G \tag{105}$$

wobei die oberen Terme mit  $p = p_{\min}$  eingesetzt werden können.

### 3.5.6. Spannungen; maximales Übermass

Die Spannungen sind:

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} \tag{106}$$

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \tag{107}$$

wobei:

$$A = \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \tag{108}$$

$$B = (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2} \tag{109}$$

Die Vergleichsspannung ist:

$$\sigma_V = |\sigma_t - \sigma_r| = \left| A + \frac{B}{r^2} - A + \frac{B}{r^2} \right| = \left| \frac{2B}{r^2} \right| \quad (110)$$

### Welle

Die maximale Vergleichsspannung haben wir an der Welle innen  $r_{Wi}$ .

$$\sigma_{VW} = \left| \frac{2B}{r_{Wi}^2} \right| = \left| \frac{-2p \cdot r_{Wa}^2 \cdot \chi_W^2}{(1-\chi_W^2) r_{Wi}^2} \right| = \left| \frac{2p}{1-\chi_W^2} \right| \quad (111)$$

Es muss gelten:

$$\sigma_{VW} < \sigma_{zul\ W} \quad (112)$$

$$p_{max} \leq \frac{\sigma_{zul\ W} (1 - \chi_W^2)}{2} \quad (113)$$

### Nabe

Die maximale Vergleichsspannung haben wir an der Nabe innen  $r_{Ni}$ :

$$\sigma_{VN} = \frac{2B}{r_{Ni}^2} = \frac{2p \cdot r_{Na}^2 \cdot \chi_N^2}{(1-\chi_N^2) r_{Ni}^2} = \frac{2p}{1-\chi_N^2} \quad (114)$$

Es muss gelten:

$$\sigma_{VN} \leq \sigma_{zul\ N} \quad (115)$$

$$p_{\max N} \leq \frac{\sigma_{\text{zul N}} \cdot (1 - \chi_N^2)}{2} \quad (116)$$

Bemerkung: Diese Herleitung wurde mit der Schubspannungshypothese durchgeführt mit der Annahme, dass sowohl Welle, wie auch Nabe zähes Verhalten aufweisen. Falls dies nicht zutrifft, muss die Herleitung angepasst werden.

Als relevanter maximaler Druck muss der kleinere der beiden (versagenseinschränkend) übernommen werden.

$$p_{\max} = \min(p_{\max N}, p_{\max W}) \quad (117)$$

Das maximale Übermass erhalten wir, indem wir  $p_{\max}$  in die Beziehung für

$$w_{Wa}(p_{\max}) \quad (118)$$

und

$$w_{Ni}(p_{\max}) \quad (119)$$

einsetzen und diese Werte in

$$U_{\max} = 2(w_{Ni} + w_{Wa}) + G \quad (120)$$

einsetzen.

### 3.5.7. Vollwelle

Bei einer Vollwelle verändern sich einige Beziehungen. Es ist:

$$b = 0 \quad (121)$$

und somit:

$$w(r) = a \cdot r \quad (122)$$

und:

$$B = 0 \quad (123)$$

und somit:

$$\sigma_r = \sigma_t = -p \quad (124)$$

### 3.5.8. Fügetemperatur beim Schrumpfen

Die Fügetemperatur ist so zu wählen, dass auch beim maximalen Übermass ein Fügenspiel  $U_f$  vorhanden ist:

$$\Delta U_W + \Delta U_N = \Delta U_{\max} + U_f \quad (125)$$

wobei:

$$\Delta U_W = \Delta t_W \cdot \alpha_W \cdot d \quad (126)$$

$$\Delta U_N = \Delta t_N \cdot \alpha_N \cdot d \quad (127)$$

### 3.5.9. Tabellen / Werte

Fügespiel:

$$U_f \approx d \cdot 10^{-3} \quad (128)$$

Fügetemperatur:

- $\Delta t = 100^\circ\text{C}$  Wärmebad
- $\Delta t = 370^\circ\text{C}$  Ölbad
- $\Delta t = 700^\circ\text{C}$  Ofen oder Flamme (Anlasstemperatur beachten)
- $\Delta t = -70^\circ\text{C}$   $\text{CO}_2$  Trockeneis
- $Dt = -190^\circ\text{C}$  Flüssige Luft

Tabelle T012wnvZ enthält Haftbeiwerte für Wellen aus St 50 (Vorzugs-  
werte unterstrichen).

Nabe	St 50		GG		Al; Mg; Ms
	Maschinen- öl	trocken	Maschinen- öl	trocken	
Schmier- zustand					trocken
Bereich für $\mu$	0.04– <u>0.1</u> – 0.25	0.15– <u>0.2</u> – 0.35	0.1	0.06– <u>0.1</u> – 0.18	0.02– <u>0.1</u> – 0.15

Tabelle (T012wnvZ) Haftbeiwerte für Wellen aus St 50

Längspresssitze weisen kleinere Haftbeiwerte auf als Querpresssitze.  
Schrumpfsitze mit Corundpulver erreichen erheblich höhere Haftbei-  
werte, bei Stahl gegen Stahl z.B.  $\mu \approx 0.4$ .

In der folgenden Toleranzen sind Kennwerte gängiger Werkstoffe  
aufgeführt.

Werkstoff	Querkon- traktions- zahl $\nu$	Elastizitätsmodul E [N/mm <sup>2</sup> ]	Längenausdehnungs- koeffizient $\alpha$ [ $10^{-6} \cdot 1/K$ ]	
			Erwärmen	Unterkühlen
MgAl8Zn	0.3	65 000–75 000	23	18
AlMgSi	0.34			
AlCuMg	0.33–0.34			
GG10–GG15	0.24	70 000–80 000	10	8

Tabelle (T013wnvS) Kennwerte gebräuchlicher Wellen- / Naben-Werkstoffe

Werkstoff	Querkontraktionszahl $\nu$	Elastizitätsmodul $E$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Längenausdehnungskoeffizient $\alpha$ [ $10^{-6} \cdot 1/K$ ]	
			Erwärmen	Unterkühlen
GG20–GG25	0.24–0.26	105 000–130 000	10	8
GGG 50	0.28–0.29	> 140 000	10	8
Temperguss	0.25	90 000–100 000	10	8
C-Stähle niedrig leg.	0.3–0.31	200 000–235 000	11	8.5
Ni-Stähle	0.31	200 000–235 000	11	8.5
Bronze	0.35	80 000–85 000	16	14
Rotguss	0.35–0.36		17	15
CuZn40Pb3	0.37		18	16
CuZn37	0.36			

Tabelle (T013wnvS) Kennwerte gebräuchlicher Wellen-/Naben-Werkstoffe

Toleranzen:

- H7/r6: mit grossem Kraftaufwand ffügbar
- H7/s6: durch grosse Kraft oder Schrumpfen ffügbar
- H8/u8: durch Schrumpfen ffügbar

### 3.5.10. Gestaltungsregeln für schwingend beanspruchte Pressverbände

Die Berechnung des Spannungszustandes nach der Montage beschreibt nicht die Beanspruchung des Pressverbands im Betrieb. Aufgrund der Elastizitäten der Bauteile ergeben sich unter Belastung in der Regel Relativbewegungen zwischen Welle und Nabe in tangentialer und axialer Richtung. Diese Problematik ist für reine Torsionsbelastung in Bild B060wnvZ und für reine Biegebelastung in den Bildern B061wnvZ und B062wnvZ dargestellt.

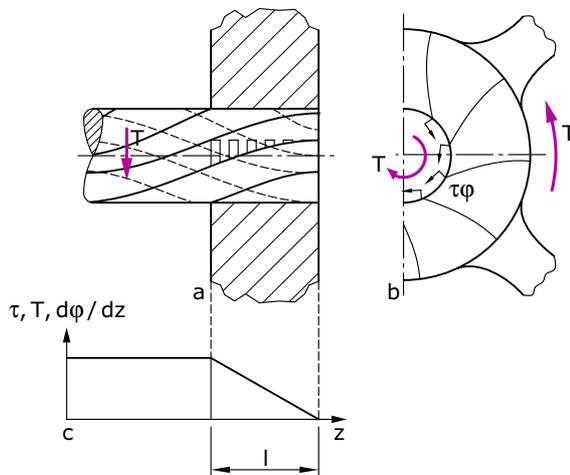


Bild (B060wnvZ) Relativbewegung zwischen Welle und Nabe aus Torsion [17]

Bild B060wnvZ zeigt stark übertrieben die elastische Verformung der Welle und der Nabe in einem Pressverband unter reiner Torsion. Es wird dabei angenommen, dass das Torsionsmoment gleichmässig am Aussendurchmesser der Nabe abgeleitet wird.

Die tangentiale Relativbewegung (tangentialer Schlupf) der Welle gegenüber der Nabe ist in (a) qualitativ eingezeichnet. Dieser Schlupf lässt sich ausser bei geometrisch optimierten, sehr kurzen oder überdimensionierten Pressverbänden kaum vermeiden, da im Einlaufbereich der Welle eine Relativverschiebung zwischen den Bauteilen auftreten muss, damit die hinteren Bereiche des Pressverbandes überhaupt etwas zur Übertragungsfähigkeit beitragen können. Speziell bei längeren Pressverbänden kann diese Relativbewegung nicht mehr über elastische Verformung der Bauteile aufgefangen werden und führt zu einem echten Schlupf.

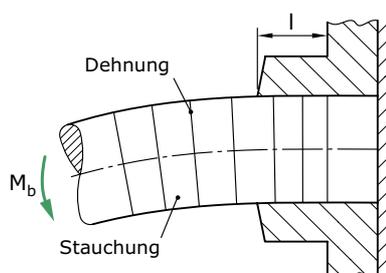


Bild (B061wnvZ) Relativbewegung zwischen Welle und Nabe aus Biegung [17]

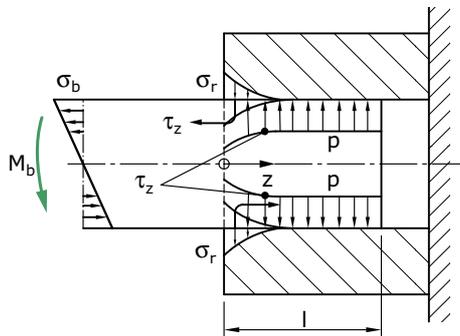


Bild (B062wnvZ) Spannungsverteilung aus Biegung [17]

In den Bildern B061wnvZ und B062wnvZ ist das Verhalten eines Pressverbands unter Biegung dargestellt.

In Bild B062wnvZ sind die bei der Übertragung des Biegemomentes in der Pressfuge zusätzlich auftretenden Spannungen angedeutet. Die Radialspannung  $\sigma_r$  stellt in radialer Richtung den formschlüssig und in axialer Richtung die Schubspannung  $\tau_z$  den reibschlüssig übertragenen Anteil dieser Belastung dar. Je nach Art des Pressverbandes kann der reibschlüssig übertragene Anteil entgegen dem ersten Eindruck zwischen 50 und 85% betragen. Übersteigt die herrschende Schubspannung die über Haftflächen übertragbare "Reib"-Schubspannung  $\tau_R = p \cdot \mu$ , tritt Gleiten in axialer Richtung auf. Bei kurzen Pressverbänden kann die Nabe unter dem Schlupf aufgrund Biegung axial auf der Welle (aus)wandern.

Die Verschiebung findet unter dem lokalen Fugendruck  $p$  statt. Aufgrund der Reibung herrscht an den Stellen dieser Relativbewegung eine Schubspannung von  $\tau_S = p \cdot \mu$ , wobei je nach Art der Reibung (Gleiten bzw. Haften) unterschiedliche Haftbeiwerte wirken. Diese Schubspannung hat je nach Flächenanteil eine Reibkraft  $F_R = \tau_S \cdot A$ , zur Folge. Nachdem das Produkt aus Kraft und Weg der Arbeit entspricht, kann das Produkt aus Schlupfweg und Torsionsspannung als spezifische Reibarbeit bzw. nach Division durch die Zeit als spezifische Reibleistung bezeichnet werden. Damit ist auch klar, dass nur die dynamischen Anteile der Relativbewegungen schädigenden Einfluss haben, d. h. als Schlupfweg geht z. B. nur der Unterschied in der Relativbewegung in tangentialer Richtung zwischen zwei Lastfällen unterschiedlicher Torsion ein ohne Beachtung der quasistatisch herrschenden Verdrillung.

Tritt diese Belastung dauernd auf (umlaufende bzw. wechselnde Biegung und/oder wechselnde oder schwellende Torsion), kann die Reibdauerbeanspruchung an der Oberfläche aufgrund der hohen

Schubspannungen und der eventuellen lokalen Erwärmung zu kleinen Anrissen führen. Diese Anrisse wirken in der Oberfläche als Kerben und können in Verbindung mit der global herrschenden Beanspruchung zu echten Dauerbrüchen an den Bauteilen führen.

### 3.5.11. Gestaltungsregeln für Pressverbände

Neben der Auslegung des Pressverbandes hinsichtlich der Gebrauchstüchtigkeit sind auch die Hinweise und Montagevorschriften der DIN 7190 [15] zu beachten:

- Reibdauerbeanspruchung durch Wellenabsatz (Spannungsschatten) und / oder durch kleinen Nabenüberstand vermindern.
- Gestaltungshinweise der Nabe

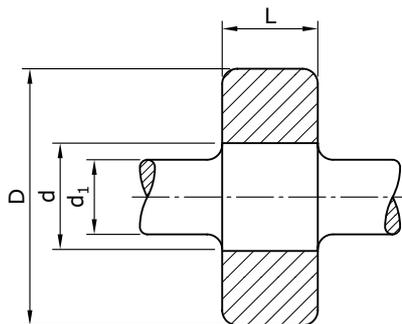


Bild (B063wnvZ) Nabengestaltung

Nabe	$D/d$	$L/d$	$d/d_1$
St/GS	2.0–2.5	0.8–1.0	1.15
GG	2.2–2.6	1.2–1.5	1.15

Tabelle (T014wnvZ) Nabengestaltung

- Beim Längspressverband Lagebegrenzung und Fase an der Welle vorsehen.
- Einpressgeschwindigkeit etwa 50 mm/s.
- Für grosse Drehmomente möglichst volles Innenteil und nicht zu dünnwandiges Aussenteil ( $Q_A \leq 0.5$ ).

- Haftbeiwerte in der Fügefläche möglichst hoch halten (z. B. Entfetten bei Querpressverbänden).
- Fugendruck möglichst hoch wählen, um Reibdauerbeanspruchung zu vermeiden.
- Empfehlung für Oberflächenrauheit  $R_z = 3\text{--}10\ \mu\text{m}$ .
- Bei sehr hohen Drehzahlen: Entlastung durch Fliehkraft beachten.

### 3.6. Kegelpressverband

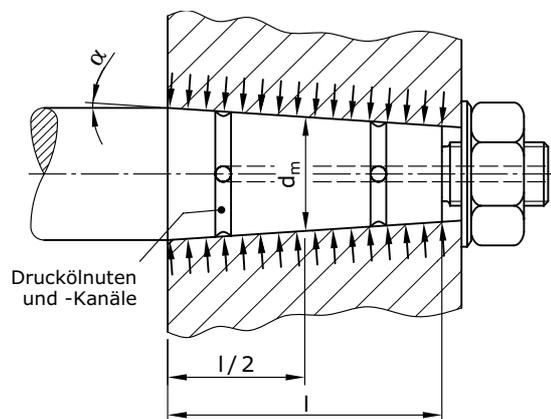


Bild (B064wnvZ) Kegelsitz [18]

Die Berechnung eines Kegelpressverbands wird mit dem mittleren Durchmesser  $d_m$  durchgeführt.

Es gelten dann prinzipiell dieselben Gleichungen wie für den zylindrischen Pressverband.

$$p \geq \frac{2 \cdot M_t \cdot S_R}{\mu \cdot \pi \cdot d_m^2 \cdot l} \quad (129)$$

Aus dem Übermass kann der axiale Aufschiebeweg  $\Delta l$  berechnet werden.

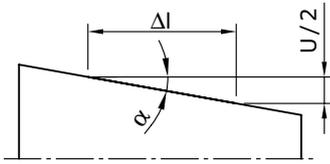


Bild (B065wnvZ) Aufschiebeweg

$$U = U_{th} + 0.8 \cdot (R_{ZW} + R_{ZN}) \quad (130)$$

$$\tan \alpha = \frac{U/2}{\Delta l} \quad (131)$$

$$\Delta l = \frac{U}{2 \cdot \tan \alpha} \quad (132)$$

Besonders bei Druckölverbänden aber auch beim Fügen mit erwärmter Nabe ist über die Kontrolle des Aufschiebewegs die gewünschte Flächenpressung gut einstellbar.

## 4. Elemente zur axialen formschlüssigen Lagesicherung

Die meisten formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen müssen axial fixiert werden. Sicherungselemente nach T000wnvS verhindern unerwünschte axiale Verschiebungen von Naben, Ringen (Wälzlagering), Buchsen, Hebeln, Laschen usw. auf Achsen und Wellen oder in Bohrungen. Sie können auch als Führungselemente zur Begrenzung oder zum Ausgleich axialen Spiels dienen.

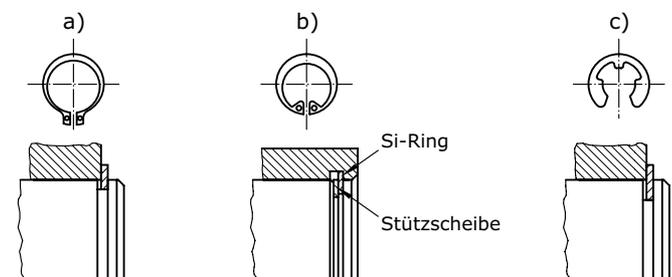


Bild (B066wnvZ) Formschlüssige axiale Sicherungselemente a) axial montierbar aussen; b) axial montierbar innen; c) radial montierbar aussen

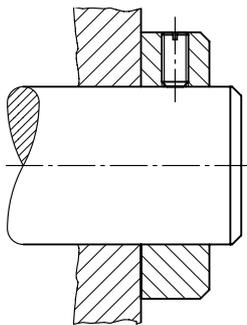


Bild (B067wnvZ) Reibschlüssiges axiales Sicherungselement

Einen systematischen Überblick gibt Bild B075wnvZ:

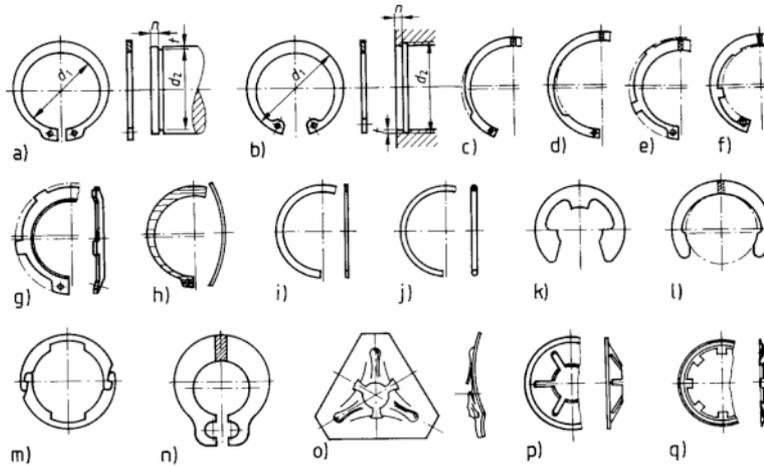


Bild (B075wnvZ) Sicherungselemente

- a) Sicherungsring DIN 471 für Wellen
- b) Sicherungsring DIN 472 für Bohrungen
- c) Seeger-V-Ringe für Wellen
- d) Seeger-V-Ringe für Bohrungen
- e) K-Ring DIN 983 für Wellen
- f) K-Ring DIN 984 für Bohrungen
- g) Seeger-L-Ring für Wellen
- h) Seeger-W-Ring für Wellen
- i) Sprengring DIN 5417
- j) Runddrahtsprengring
- k) Sicherungsscheibe
- l) Seeger-Halbmondring
- m) Schliessring
- n) Greifring
- o) Dreieckring
- p) Klemmscheibe
- q) Zackenring für Bohrungen

Die Sicherungselemente können in mehrere Gruppen eingeteilt werden:

1. Ebene axial montierbare Ringe:

Diese Ringe sind nach dem Prinzip des gekrümmten Balkens gleicher Festigkeit aufgebaut und werden in Nuten angewendet:

- Sicherungsringe DIN 471 / 472 in Regelausführung und in schwerer Ausführung (a, b)
- V-Ringe (= verkehrter Ring); die zur kreisartigen Verformung erforderlichen Ausnehmungen liegen nutseitig, also umgekehrt als bei den normalen Ringen (c, d)
- K-Ringe nach DIN 983 / 984; besitzen am Umfang gleichmässig verteilt mehrere Lappen (e, f)
- L-Ringe; tellerfederartig gebogen, gleichen Axialspiel aus (g)
- W-Ringe; gebogen, gleichen Axialspiel aus (h)

2. Sprengringe:

- Sprengringe nach DIN 5417; besitzen rechteckigen Querschnitt (i)
- Sprengringe nach DIN 7993; besitzen runden Querschnitt, bestehen aus patentgehärteten Drähten (j)
- Sprengringe nach DIN 73130; dienen besonders der Festlegung von Kolbenbolzen

3. Radialmontierbare Sicherungen:

- Sicherungsscheibe nach DIN 6799 (k)
- Halbmondringe (l)
- Schliessringe (m)

4. Selbstsperrenden Sicherungsringe:

Sie übertragen Axialkräfte entweder nur durch Reibschluss oder durch Reib- und Formschluss.

- Greifring (n)
- Dreieckring (o)
- Klemmscheibe (p)
- Zackenring (q)

Bei der Berechnung von Ringverbindungen ist in der Regel zu beachten:

- Tragfähigkeit der Nut
- Tragfähigkeit des Rings
- axiale Verschiebung
- Ablösedrehzahl

## 5. Elemente zur axialen reib-/ formschlüssigen Lagesicherung

Als Beispiele seien hier die Nutmutter und ihre Abkömmlinge angeführt. Die einfache Nutmutter nach DIN 1804 [1] mit metrischem ISO-Feingewinde benötigt zur Verdrehsicherung eine Nut und ein Sicherungsblech nach DIN 462 [4], siehe B068wnvS und B069wnvS.

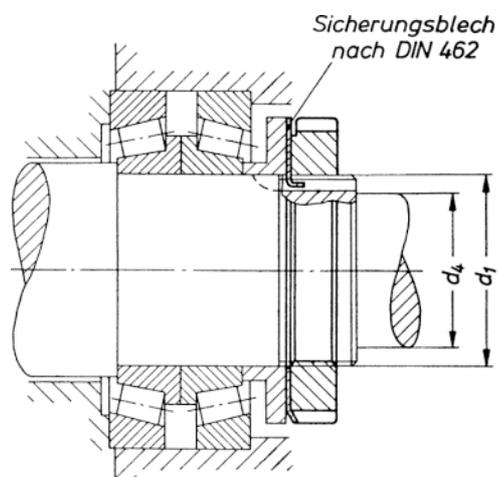


Bild (B068wnvS) Nutmutter nach DIN 1804 [1] mit Sicherungsblech DIN 462 [4]

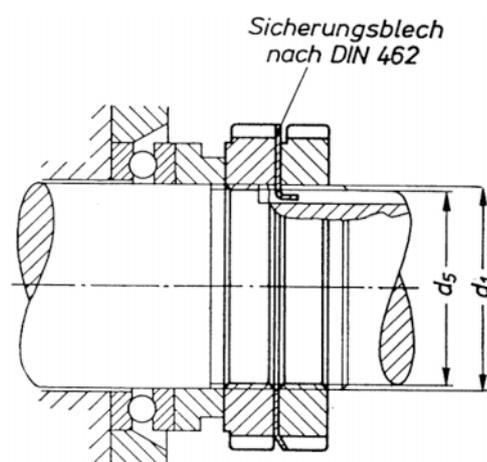


Bild (B069wnvS) Nutmutter nach DIN 1804 [1] mit Sicherungsblech DIN 462 [4]

## 6. Gestaltung von Naben

Die Gestaltung der Naben ist wesentlich bedingt durch:

- die verwendeten Werkstoffe,
- die Bauteile, deren Bestandteile sie sind, bzw. die anschliessen,
- die Wechselwirkungen zwischen Welle und Nabe.

In den Fällen, in denen die Naben nicht nahtlos in das Bauteil übergehen, wird die Verbindung zwischen Nabe und Bauteil durch Hebel, Speichen, Radscheiben und Rippen hergestellt.

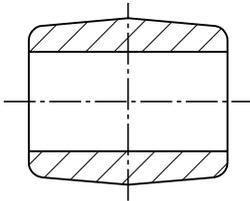


Bild (B076wnvS) Grundkörper Formschrägen für Giessen oder Schmieden; gebrochene oder gerundete Kanten. [18]

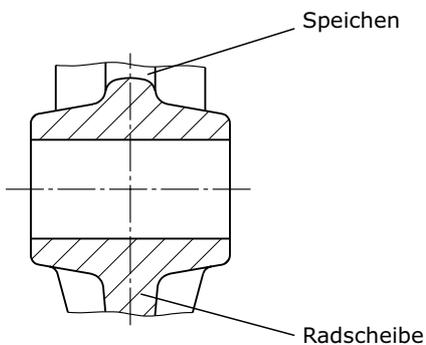


Bild (B070wnvS) Verstärkung im Bereich der Drehmomentzu- oder -ableitung [18]

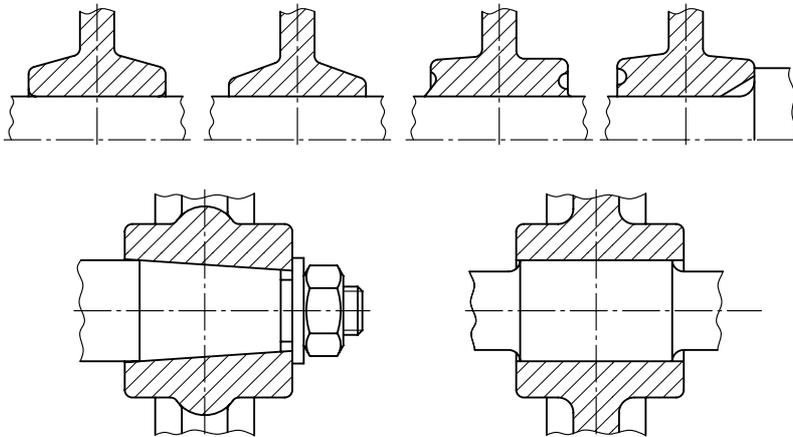


Bild (B071wnvS) Gestaltungsbeispiele kraftschlüssiger Verbindungen; kegelige Gestaltung der Nabe zur weicheren Übertragung des Momentes [18]

### Verbindung durch Hebel

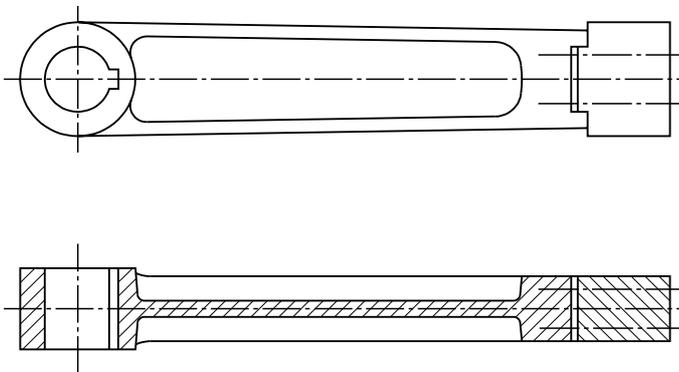


Bild (B072wnvS) Hebel [18]

Verbindung durch Radscheibe und Rippen

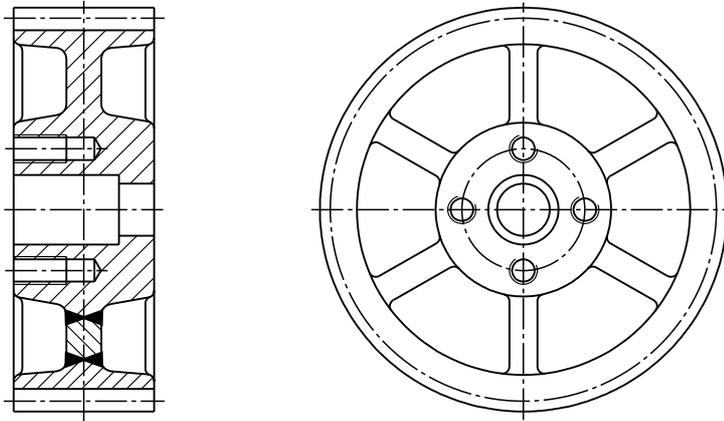


Bild (B073wnvS) Zahnrad [18]

## 7. Zusammenfassung

Eine Verbindung zwischen Welle und Nabe kann form-, stoff-, oder kraftschlüssig (reibschlüssig) sein.

Zu den formschlüssigen Verbindungen zählen u. a. die Passfeder-Verbindung, die Scheibenfeder-Verbindung, die Keilwellen-Verbindung und die Stift-Verbindung.

Bei den reibschlüssigen Verbindungen sind die verschiedenen Arten von Klemm-Verbindungen, Kegelsitz-Verbindungen und die zylindrischen Press-Verbindungen zu nennen. Darin enthalten sind die Presssitz- und Schrumpf-Verbindungen.

Zur axialen Sicherung der Nabe auf der Welle existieren verschiedenste standardisierte Elemente wie z. B. Sicherungsringe (Seegerringe) oder Nutmutter. Für die beanspruchungsgerechte Gestaltung von Welle-Nabe-Verbindungen müssen Richtlinien beachtet werden. Vor allem die Kerbwirkung und somit Ermüdungsfestigkeit der Welle ist kritisch.

### Verständnisfrage 1

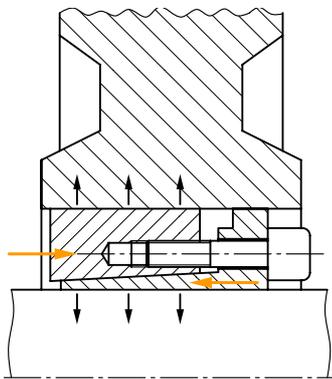


Bild (B102wnvZ) Welle-Nabe-Verbindung

Welcher Gruppe von Welle-Nabe-Verbindungen ordnen Sie die obige Lösung zu? Wie nennen Sie die Verbindung im Detail?

### Verständnisfrage 2

Welche Verbindungen zählen Sie zu den stoffschlüssigen Verbindungen? Nennen Sie drei!

### Verständnisfrage 3

Nennen Sie wesentliche Unterschiede im Einsatzpotential von Gleitfeder-Verbindungen (GV) und Schrumpfsitz (SS)!

### Verständnisfrage 4

Wo sind spannungskritische Stellen bei einer Passfederverbindung?

### Verständnisfrage 5

Sie suchen die einfachste und kostengünstigste Verbindung zwischen einer Welle und einem Hebel. Der Hebel muss azimuthal einstellbar sein und kleinere Kräfte werden übertragen. Was empfehlen Sie?

### Verständnisfrage 6

Auf was achten Sie bei der konstruktiven Gestaltung einer Klemmverbindung?

### Verständnisfrage 7

Wieviele in Reihe geschaltete Spannelemente empfehlen Sie maximal? Wieso?

### Verständnisfrage 8

Was ist „Glättung“ und wie berücksichtigen Sie diese rechnerisch?

### Verständnisfrage 9

Welche Versagenshypothese wenden Sie bei einer Nabe aus lamina-rem Grauguss (GG) an?

### Antwort 1

- reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindung
- Ringspann-Element

### Antwort 2

- Schweissverbindungen
- Lötverbindungen
- Klebeverbindungen

### Antwort 3

	GV	SS
Höhe Momentenübertragung	tiefer	höher
Schlagübertragung	tiefer	höher
Drehzahlmaximum	tiefer	höher
Zentrierung	schlechter	besser
Verschiebbarkeit	möglich	nicht möglich
Demontage	möglich	erschwert

Tabelle (T015wnvZ) Lösung Verständnisfrage 3

### Antwort 4

Kerbwirkung im Nutgrund und am Nutrand.

### Antwort 5

Eine geschlitzte Klemmverbindung.

### Antwort 6

Auf weiches Nabenmaterial und eine enge Toleranz.

### Antwort 7

- höchstens 3
- die axial übertragene Spannkraft nimmt von Element zu Element stark ab.

**Antwort 8**

- Innerhalb eines zylindrischen Pressverbandes glättet sich die Oberfläche von Welle und Nabe. Dieses Übermass trägt nicht zum Reibschluss bei.
- Ein Glättwert, welcher 80% der beiden Mittelrauheiten entspricht, wird zum theoretischen Übermass dazugezählt.

**Antwort 9**

- sprödes Verhalten, d. h. Normalspannungshypothese

**Relevante Cases**

- [Schrumpfsitz](#)

**Publikationsverzeichnis – Literatur**

- [1] DIN 1804: Nutmuttern; Metrisches ISO-Feingewinde. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln März 1971
- [2] DIN 32711: Antriebselemente; Polygonprofile P3G Originalsprache. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln März 1997
- [3] DIN 32712: Antriebselemente; Polygonprofile P4G Originalsprache. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln März 1997
- [4] DIN 462: Werkzeugmaschinen; Sicherungsbleche mit Innennase, für Nutmuttern nach DIN 1804. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln September 1973
- [5] DIN 5464: Keilwellen- Verbindungen mit geraden Flanken. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln September 1965
- [6] DIN 5466: Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen - T 1: Grundlagen. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln Oktober 2000
- [7] DIN 5471: Werkzeugmaschinen; Keilwellen- und Keilnaben Profile mit 4 Keilen, Innenzentrierung, Masse. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln August 1978
- [8] DIN 5472: Werkzeugmaschinen; Keilwellen- und Keilnaben Profile mit 6 Keilen, Innenzentrierung, Masse. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln August 1980
- [9] DIN 5480: Zahnwellen-Verbindungen mit Evolventenverzahnung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln Oktober 1991
- [10] DIN 5481: Kerbzahnnaben- und Kerbzahnwellen Profile. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln Juli 1952
- [11] DIN 6880: Blanker Keilstahl; Masse, Zulässige Abweichungen, Gewichte. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln April 1975

- [12] DIN 6885: Passfedern Nuten. Beuth Verlag GmbH, Berlin Köln August 1968
- [13] DIN 6888: Scheibenfedern. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln August 1956
- [14] DIN 6892: Passfedern. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln November 1998
- [15] DIN 7190: Pressverbände. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln Juli 1988
- [16] DIN ISO 14: Keilwellenverbindung mit geraden Flanken und Innenzentrierung, Masse, Toleranzen, Prüfung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln August 1986
- [17] Kollmann, F.: Welle-Nabe-Verbindungen. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1983
- [18] Langenbeck K.: Konstruktionslehre III Vorlesungsskript 1996
- [19] Roloff/Matek, Maschinenelemente 13. Auflage Viewegs Fachbücher der Technik

#### Publikationsverzeichnis – Weblinks

- [www.wlw-online.ch](http://www.wlw-online.ch)
- [www.welle-nabe.ch](http://www.welle-nabe.ch)
- [www.ringspann.de](http://www.ringspann.de)
- [www.bag.bibus.ch](http://www.bag.bibus.ch)
- [www.gerwah.com](http://www.gerwah.com)
- [www.ringfeder.de](http://www.ringfeder.de)
- [www.tas-schaefer.de](http://www.tas-schaefer.de)