

Diss. ETH No. 14440

A Numerical Method for the Design of Internal Flow Configurations Based on the Inverse Euler Equations

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZÜRICH

for the degree of
Doktor der Mathematik

presented by
ANDREA SCASCIGHINI
Dipl. Math. ETH
born May 28, 1974
citizen of Minusio TI

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. R. Jeltsch, examiner
Prof. Dr. C. Schwab, co-examiner
Dr. T. Sommer, co-examiner

2001

Abstract

In this thesis we develop a numerical method for the aerodynamic inverse design problem:

find the shape of a flow device which generates a given target pressure along its walls.

The design method is based on the inverse Euler equations of J.J. Keller [ZAMP 49 (1998)]. The inverse Euler equations are a particular formulation of the Euler equations of gas dynamics. The Euler equations are rewritten in a flow aligned system of coordinates and the dependent and independent variables are exchanged. Because of their relevance in the turbomachinery industry the method is applied to the design of internal flow configurations, such as diffusers or nozzles.

The first part of this work deals with the two dimensional and axis-symmetric formulation of the inverse Euler equations. The derivation of the equations presented in this work shows that they are composed by a system of equations for the generation of the shape of the device and by equations describing the physics of the flow. This splitting of the system of partial differential equations allows to determine a set of physically relevant boundary conditions and to modify the equations for the shape generation in order to devise a more efficient numerical method.

The numerical method is based on a finite difference discretization and on a Newton solver for the resulting system of algebraic equations. The linear system is solved by the Bi-CGStab iterative solver preconditioned with an incomplete LU factorization. It is shown that the coupling of Newton's method with a nested iterations strategy gives a speedup by a factor 6 and more.

The three-dimensional extension of the inverse Euler equations due to J.J Keller is shown to be valid only for complex lamellar flows, i.e. flows in which the velocity vector is perpendicular to the vorticity.

In the second part of the thesis the axis-symmetric inverse Euler equations are extended to handle quasi-three-dimensional flows. New effects such as blade blockage and deflection can be taken into account in the novel inverse formulation of the quasi-three-dimensional flow equations. Viscous losses can be incorporated in the design by the inverse form of the distributed loss model or by means of a boundary layer method coupled to the inverse Euler equations.

A broad set of numerical examples shows the capabilities of our design tool.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein numerisches Verfahren entwickelt für das aerodynamische inverse Entwurfsproblem:

Finde die Form eines Strömungsgeräts, welches eine gegebene Ziel-Druckverteilung entlang seiner Wände erzeugt.

Die Methode basiert auf den inversen Eulergleichungen von J.J. Keller [ZAMP **49** (1998)]. Die inversen Eulergleichungen sind eine besondere Formulierung der Eulergleichungen der Gasdynamik. Dazu werden die Eulergleichungen in einem rechtwinkligem Stromlinien-Koordinatensystem geschrieben und die abhängigen und unabhängigen Variablen vertauscht. Wegen ihrer Relevanz in der Turbinenindustrie wird die Methode für das Design von Strömungsgeräten, wie Düsen und Diffusoren, angewandt.

Im ersten Teil dieser Arbeit geht es um die zwei-dimensionalen und axial-symmetrischen inversen Eulergleichungen. Die dort vorgestellte Herleitung zeigt, dass die inversen Eulergleichungen aus einem Gleichungssystem für die Erzeugung der Form des Gerätes und aus Gleichungen, die das Strömungsfeld beschreiben, bestehen. Dieses Aufspalten des Systems von partiellen Differentialgleichungen ermöglicht es einen Satz physikalisch relevanter Randbedingungen herzuleiten und die Gleichungen für die Formgenerierung zu modifizieren, um ein effizienteres numerisches Verfahren zu entwickeln.

Das numerische Verfahren basiert auf einer Finite-Differenzen-Diskretisierung und auf einem Newton-Löser für das resultierende System von algebraischen Gleichungen. Das mit einer unvollständigen LU Zerlegung vorkonditionierte, lineare Gleichungssystem wird mit dem iterativen Löser Bi-CGStab gelöst. Es wird gezeigt, dass die Kopplung zwischen dem Newton-Verfahren

und den geschachtelten Iterationen eine Beschleunigung um den Faktor 6 und mehr bringt.

Für die drei-dimensionale Erweiterung der inversen Eulergleichungen von J.J. Keller wird gezeigt, dass sie nur für komplex lamellare Strömungen gültig ist, d.h für Strömungen, in denen der Geschwindigkeitsvektor senkrecht zu der Wirbelstärke steht.

Im zweiten Teil dieser Arbeit werden die axial-symmetrischen inversen Eulergleichungen verallgemeinert, um quasi-drei-dimensionale Strömungen behandeln zu können. Neue Effekte, wie die Blockierung oder Umlenkung durch Schaufeln, können aufgenommen werden. Viskose Verluste werden mit einem "verteilte-Verluste-Modell" modelliert oder durch ein Grenzschichtenverfahren, das mit den inversen Eulergleichungen gekoppelt wird.

Mehrere numerische Beispiele zeigen die Einsatzmöglichkeiten des Entwurfswerkzeuges.