

DISS. ETH No. 13764

Modeling of Slender Structures in Microsystems

A thesis submitted to the

SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY, ZURICH

for the degree of

Doctor of Technical Sciences

presented by

Stefano Taschini

Dottore in Ingegneria, Università di Bologna

Born 13 April 1972

Italian Citizen

accepted on the recommendation of

Prof. Henry Baltes, supervisor

Prof. Jan G. Korvink, co-examiner

Prof. Massimo Rudan, co-examiner

2000

ABSTRACT

This thesis reports the development of techniques for the accurate modeling of micro-electro-mechanical systems (MEMS), focusing on geometries with high-aspect ratio. Typical MEMS devices are miniaturized sensors and actuators with transducing principles based on the coupling between electrical, mechanical and thermal domains. To achieve integration with circuitry on the same chip, the fabrication methods combine standard technology for integrated circuits (IC) with dedicated post-processing steps, which typically involve surface or bulk micromachining. Micromachined structures include membranes and cantilevers that exhibit a thickness several orders of magnitude smaller than the other dimensions.

A continuum Lagrangian formalism has been developed to address the consistent modeling of coupled phenomena. The Lagrangian functional has been extended from pure mechanics to cover electrical and thermal domains. In order to have a correct relation between deformation energy, stress and strain, all geometrical non-linearities are taken into consideration. Stress stiffening and finite strain are consistently seen as two sides of the same phenomenon. The electrostatic sub-problem is formulated by means of two boundary integral equations, suitable for a boundary-element discretization.

A multi-layered thermo-mechanical plate model has also been derived in the framework of Kirchhoff-Love theory. The resulting equations are discretized by means of a conforming finite-element approximation based on Argyris triangles. Due to its cubic crystal lattice, the anisotropy of silicon emerges only in material properties represented by at least fourth-order tensors, like the elastic stiffness. In the computation of the effective stiffness for plate models, the orientation of the crystal with respect to the wafer surface is considered.

To simulate non-linear models, homotopy-based continuation methods have been implemented. Their robustness makes them the optimal choice for problems where the non-linearity affects the stability or even the existence of the solutions.

SOMMARIO

Questa tesi presenta lo sviluppo di tecniche per la costruzione accurata di modelli per sistemi microelettromeccanici (MEMS), con particolare attenzione a strutture con un elevato fattore di forma. I dispositivi tipici dei MEMS sono sensori ed attuatori miniaturizzati con trasduzione basata sull'accoppiamento dei domini elettrici, meccanici e termici. Al fine di integrare dispositivi e circuiteria sullo stesso chip, i processi di fabbricazione combinano la tecnologia standard per i circuiti integrati (IC) con post-processing dedicati, che implicano tipicamente bulk o surface micromachining. Le strutture così ottenute, tra cui membrane e travi, possono avere uno spessore ordini di grandezza più piccolo delle altre dimensioni.

Per costruire coerentemente modelli per sistemi accoppiati è stato sviluppato un formalismo Lagrangiano nel continuo. Il funzionale Lagrangiano è stato esteso a partire dalla meccanica sino a coprire fenomeni elettrici e termici. Tutte le non-linearità geometriche sono state prese in considerazione al fine di mantenere una corretta relazione tra l'energia di deformazione, il tensore di deformazione ed il tensore degli sforzi. Coerentemente, deformazione finita e stress-stiffening sono visti come due lati dello stesso fenomeno. Il sottoproblema elettrostatico è formulato mediante due equazioni integrali sul contorno, adatte per una discretizzazione ad elementi al contorno.

Un modello a placche termomeccaniche multistrato è stato sviluppato nel contesto della teoria di Kirchhoff e Love. Le equazioni che ne risultano sono discretizzate mediante un'approssimazione conforme agli elementi finiti basata sui triangoli di Argyris. Per via del reticolo cristallino cubico, l'anisotropia del silicio si manifesta soltanto in proprietà materiali rappresentate da tensori almeno del quarto ordine, come la rigidità elastica. Nel calcolo della rigidità efficace per i modelli a placche, si è tenuto conto dell'orientazione del cristallo rispetto alla superficie del wafer. Metodi a continuazione basati su omotopie sono stati inoltre realizzati per simulare modelli non lineari. La loro robustezza ne fa la scelta ottimale per problemi nei quali la non-linearità influisce sulla stabilità delle soluzioni o persino sulla loro esistenza.