

# Zur Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten

**Report****Author(s):**

Stoffel, Philipp

**Publication date:**

2000

**Permanent link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004031050>

**Rights / license:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

**Originally published in:**

IBK Bericht 251

# **Zur Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten**

Philipp Stoffel

Institut für Baustatik und Konstruktion  
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich  
Juli 2000

# Vorwort

Die Erhaltung der baulichen Infrastruktur stellt in Ländern wie der Schweiz eine bedeutende Aufgabe dar, beträgt doch deren Wiederbeschaffungswert etwa das Sechsfache des jährlichen Bruttosozialprodukts. Ein Grossteil der Bauten besteht aus Beton, und mehr als die Hälfte davon sind jünger als vierzig Jahre. Eine Überprüfung der Tragsicherheit solcher Bauten ist oft erforderlich, sei es wegen vorgesehener oder möglicher Nutzungsänderungen, eingetretener aussergewöhnlicher Einwirkungen oder festgestellter Schäden.

Die bisherige Tätigkeit der Ingenieure und einschlägiger Normengremien war primär auf die Projektierung und Erstellung von Neubauten ausgerichtet. Die Überprüfung bestehender Betonbauten ist erst vor kurzem zu einer dringenden und wichtigen Aufgabe geworden. Sie stellt im Vergleich zur Projektierung von Neubauten meist erheblich höhere Anforderungen, da auf ein bestehendes Bauwerk mit all seinen Eigenheiten, Mängeln und Schäden eingegangen werden muss. Zudem bieten vorhandene Normen für Neubauten in einzelnen Bereichen, insbesondere hinsichtlich des Schubtragverhaltens vorgespannter Bauteile, nur ungenügende Anhaltspunkte zur Beurteilung der Tragsicherheit. Eine konservative Regelung dieser erfahrungsgemäss heiklen Probleme war und ist in Normen für Neubauten angezeigt. Die unbesehene Anwendung solcher Vorschriften auf bestehende Bauten würde jedoch oft zu sehr aufwendigen, nicht vertretbaren Massnahmen führen. Um in solchen Fällen zu einer angemessenen Beurteilung zu gelangen, ist eine Aufbereitung und Verfeinerung unserer Kenntnisse notwendig. Dies ist der Gegenstand des vorliegenden, als Promotionsarbeit verfassten Berichts.

Herrn Stoffels Arbeit lehnt sich an das bestehende schweizerische Normenwerk an und berücksichtigt eigene Erfahrungen aus einer Serie von Grossversuchen sowie aus diversen Gutachten. Sie enthält wertvolle Ergänzungen der an unserem Institut systematisch entwickelten plastischen Berechnungsmethoden für Stahlbetontragwerke. Hervorzuheben sind insbesondere die neuen Spannungsfelder für vorgespannte Träger mit gekrümmten Spanngliedern und die zugehörigen Überlegungen zum Kraftzuwachs in den Spanngliedern und zu den plastischen Verformungen im Zwischenauflagerbereich von Durchlaufträgern.

Die Tiefbauämter der Stadt und des Kantons Zürich unterstützten anlässlich der Instandsetzung der Europabrücke umfangreiche theoretische und experimentelle Forschungsarbeiten an unserem Institut. Für diese Unterstützung, mit der auch dieser Bericht ermöglicht wurde, möchte ich den Verantwortlichen herzlich danken.

Zürich, Juni 2000

Prof. Dr. Peter Marti

## Kurzfassung

Die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten stellt im Rahmen der Erhaltung der baulichen Infrastruktur einen wichtigen Aspekt dar. Wegen der Vielzahl von Objekten, die in naher Zukunft zu überprüfen sind, drängen sich ergänzende rechnerische Untersuchungen auf, die über den mit den aktuellen Normen für Neubauten gesteckten Rahmen hinausgehen. Mit der vorliegenden Arbeit wird versucht, zu einem besseren Verständnis des Bruchverhaltens bestehender Stahlbetonbauten beizutragen. Gleichzeitig soll ein mögliches Vorgehen bei der statischen Überprüfung aufgezeigt werden.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden relevante Eigenschaften von Beton und Bewehrung erörtert, die Grundzüge der Traglastberechnungen zusammengefasst und der Einfluss der Vorspannung in statisch unbestimmten Systemen bei plastischen Verformungen untersucht. Zusätzlich wird die Entwicklung der Normvorschriften bezüglich Einwirkungen und deren Konsequenzen auf die Beurteilung der Tragsicherheit erörtert.

Im zweiten Teil werden rechnerische Überprüfungen vorgestellt, die eine verfeinerte Aussage über die Höhe der zu erwartenden Traglast zulassen. Dabei werden die Normvorschriften ergänzt und erweitert. Grundelemente diskontinuierlicher Spannungsfelder werden vorgestellt, und deren Anwendung auf vorgespannte Träger ohne und mit zusätzlicher schlaffer Längsbewehrung wird vertieft untersucht. Für parabolisch gekrümmte Spannglieder wird eine Differentialgleichung zur Bestimmung des Kraftverlaufs im Spannglied hergeleitet. Spezielle Beachtung wird den Verankerungszonen der Vorspannglieder an den Trägerenden geschenkt. Grundsätzliche Überlegungen zur Ausbildung von Fächern über dem Zwischenaufleger von Durchlaufträgern werden erörtert, und Unterschiede zu Normnachweisen werden quantifiziert. Indirekt gelagerte Trägerstege mit mangelnder oder fehlender Aufhängebewehrung werden mit räumlichen Spannungsfeldern untersucht, welche mit Versuchsergebnissen verglichen werden. In Ergänzung zu diskontinuierlichen Spannungsfeldern werden mittels Bruchmechanismen obere Grenzwerte der Traglast von Stahlbetonträgern ermittelt. Die praktische Anwendung solcher Bruchmechanismen und deren Anwendungsgrenzen werden diskutiert. Abschliessend wird der Einfluss von Dauerlasten sowie von verteilten und konzentrierten Nutzlasten auf die Traglast durch Aufteilung in Belastungsanteile visualisiert, und der Einfluss von Zwangsbeanspruchungen auf den Verformungsbedarf beim Erreichen der Traglast wird am Beispiel eines Zweifeldträgers untersucht.

Im dritten Teil wird ein mögliches Vorgehen bei der rechnerischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten vorgestellt. Dieses wird durch einen Bewertungskatalog ergänzt, der pro Haupttragelement anhand quantitativer Grössen zu einer statischen Klassifikation beitragen soll. Drei Beispiele aus dem Brückenbau setzen die theoretischen Überlegungen in die praktische Anwendung um. Eine Zusammenfassung und Schlussfolgerungen für die praktische Anwendung runden die Arbeit ab.

## Summary

Strength assessments of existing concrete structures represent an important aspect within the framework of the preservation of our infrastructure. There is a great demand for refined evaluations which go beyond the limits set by standards for the design of new structures. The present thesis aims at contributing to a better understanding of the ultimate limit state of existing concrete structures and it proposes a methodology to be applied in structural evaluations.

The first part of the thesis presents relevant material properties and provides a summary of the basis of limit analysis methods. Furthermore, the effect of prestressing in combination with plastic deformations of statically indeterminate systems is investigated and the historical development of code requirements for actions and associated consequences for strength assessments are discussed.

The second part of the thesis comprises methods which allow for a refined assessment of the load carrying capacity and which supplement relevant requirements in standards for the design of new structures. The application of discontinuous stress fields to prestressed girders with and without non-prestressed longitudinal reinforcement is demonstrated. A differential equation is derived to determine the force variation in curved prestressing tendons and the anchorage zones of prestressing tendons at the girder ends are investigated in detail. Basic considerations for the development of fan-shaped stress fields in intermediate support regions are made and differences to current code requirements are highlighted. Indirect support situations are analysed with spatial stress fields and comparisons with experiments are provided. The lower-bound limit analyses based on discontinuous stress fields are supplemented by corresponding upper-bound analyses considering potential failure mechanisms. The practical application of such mechanisms is demonstrated and the interaction of dead and live loads is pointed out. Finally, the influence of restraint actions on the demand for plastic deformations at ultimate is evaluated for the example of a two-span girder.

The third part of the thesis proposes a methodology for the evaluation of existing concrete structures. This includes a set of criteria which allow for a classification of whole structures or structural members. Three examples illustrate the practical implementation of the theoretical approaches and a summary and a number of recommendations conclude the thesis.

## Résumé

L'analyse structurale des constructions en béton armé représente une étape importante des travaux de maintenance des ouvrages d'art. Des analyses complémentaires reprenant et élargissant les bases des normes actuelles sont nécessaires, en particulier à cause du grand nombre des objets qui seront à évaluer dans le futur. Cette thèse a pour but de contribuer à une meilleure compréhension du comportement de rupture des structures en béton armé et précontraint ainsi que de développer une méthode pour les contrôles statiques.

La première partie de la thèse décrit les propriétés du béton et de l'acier. Elle récapitule l'application au béton armé des principes de la théorie de la plasticité et discute l'influence de la précontrainte sur les systèmes statiquement indéterminés déformés au-delà de leur limite d'élasticité. Elle considère enfin l'évolution des charges à considérer durant la vie de l'ouvrage et les conséquences sur la sécurité structurale.

La deuxième partie présente des contrôles qui permettent d'affiner la détermination de la charge ultime. Les prescriptions de la norme sont complétées et étendues. Les bases des champs de contraintes discontinus sont d'abord présentées. Leur adaptation à des poutres précontraintes avec ou sans armature passive longitudinale est ensuite examinée. L'équation différentielle permettant de déterminer l'évolution de la force dans les câbles de précontrainte est établie pour des tracés paraboliques. Les ancrages des câbles de précontrainte aux extrémités des poutres sont spécialement analysés. Des champs de contraintes avec différents types d'éventails sont développés pour les zones des appuis intermédiaires. Les différences entre ces champs de contraintes et les contrôles selon la norme sont ensuite examinées. Les appuis indirects avec peu ou pas d'armature de suspension sont également analysés avec des champs de contraintes spatiaux et comparés aux résultats d'essai. Les bornes supérieures de la charge ultime déterminées à l'aide des mécanismes de rupture complètent l'analyse avec les champs de contraintes discontinus. L'application pratique de ces mécanismes est discutée ainsi que leurs limites d'application. Finalement l'influence des charges permanentes, des charges variables réparties et concentrées est visualisée par la répartition de la charge ultime. L'effet des sollicitations dues aux déformations empêchées sur la demande de déformation est examinée dans l'exemple d'une poutre à deux travées.

La troisième partie enfin présente une méthode pour les contrôles statiques des structures en béton armé existantes. Cette méthode est complétée par un catalogue d'évaluation. Ce catalogue permet une classification statique quantitative des éléments structuraux importants. Trois exemples de ponts présentent l'application pratique des idées théorétiques. Un résumé et quelques conclusions récapitulent et discutent les résultats obtenus et donnent des recommandations pour la pratique.

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	
1.1	Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung und Übersicht	2
1.3	Abgrenzung	3
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	
2.1	Verhalten von Stahl und Beton	5
2.1.1	Stoffgesetze	5
2.1.2	Bewehrungsstahl	6
2.1.3	Beton	10
2.1.4	Verbund	15
2.2	Traglastberechnungen	16
2.2.1	Einleitung	16
2.2.2	Fließbedingung und zugeordnetes Fließgesetz	17
2.2.3	Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie	19
2.2.4	Spannungsfelder	20
2.2.5	Bruchmechanismen	21
2.3	Vorspannung	26
2.3.1	Einleitung	26
2.3.2	Lastfall Vorspannung	26
2.3.3	Einfluss plastischer Verformungen	27
2.4	Einwirkungen	34
2.4.1	Einleitung	34
2.4.2	Strassenlasten	35
2.4.3	Bahnlasten Normalspur	38
2.4.4	Bahnlasten Schmalspur	41
<b>3</b>	<b>Rechnerische Überprüfungen</b>	
3.1	Einleitung	45
3.2	Grundlagen von Spannungsfeldern	46
3.2.1	Einleitung	46
3.2.2	Punktzentrierte Fächer	47
3.2.3	Stegverstärkungselemente	57
3.3	Spannungsfelder für vorgespannte Träger	59
3.3.1	Träger mit gekrümmtem Zuggurt	59
3.3.2	Träger mit gekrümmtem Druckgurt	62
3.3.3	Endbereiche von vorgespannten Trägern	62
3.3.4	Durchlaufträger	66
3.4	Spannungsfelder für Träger mit vorgespannter und schlaffer Bewehrung	69
3.5	Zwischenaufleger von Durchlaufträgern	73
3.5.1	Einleitung	73
3.5.2	Nachweis nach Norm SIA 162	73

3.5.3	Vergleich mit diskontinuierlichem Spannungsfeld	74
3.5.4	Spannungsfelder im Bereich von Zwischenauflagern	77
3.6	Räumliche Spannungsfelder	88
3.6.1	Einleitung	88
3.6.2	Hydrostatischer Spannungszustand	90
3.6.3	Indirekte Lagerung von Durchlaufträgern	92
3.7	Bruchmechanismen	106
3.7.1	Einleitung	106
3.7.2	Dissipation in Bewehrungs- und Spannstahl	107
3.7.3	Dissipation im Beton	109
3.7.4	Einflüsse von Bruchzonen	115
3.7.5	Anwendungen	117
3.7.6	Räumliche Bruchmechanismen	121
3.8	Mehrparametrische Belastung	124
3.8.1	Fliessfläche im Belastungsraum	124
3.8.2	Einfluss von Zwangbeanspruchungen	126
<b>4</b>	<b>Vorgehen bei rechnerischen Überprüfungen</b>	
4.1	Einleitung	133
4.2	Statische Zustandserfassung	134
4.3	Statische Zustandsbeurteilung	138
4.4	Massnahmenempfehlung	140
<b>5</b>	<b>Beispiele</b>	
5.1	Einleitung	143
5.2	Beispiel 1: Europabrücke, Zürich	143
5.2.1	Einleitung	143
5.2.2	Grundlagen	144
5.2.3	Spannungsfelder	146
5.2.4	Bruchmechanismen	149
5.2.5	Beurteilung	150
5.3	Beispiel 2: Objekt N1/312, Lenzburg	151
5.3.1	Einleitung	151
5.3.2	Grundlagen	151
5.3.3	Entwicklung von Spannungsfeldern	154
5.3.4	Bruchmechanismen	157
5.3.5	Beurteilung	158
5.4	Beispiel 3: Pont sur la Veveyse de Châtel	158
5.4.1	Einleitung	158
5.4.2	Grundlagen	160
5.4.3	Spannungsfelder	161
5.4.4	Bruchmechanismen	167



5.4.5	Beurteilung	170
5.5	Tragsicherheitsklassen	170
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Folgerungen</b>	
6.1	Zusammenfassung	173
6.2	Folgerungen	176
	Bezeichnungen	179
	Literatur	181

# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Stahlbetonkonstruktionen stellen in der Schweiz mit einem Gesamtvolumen von etwa 500 Millionen Kubikmetern Beton den Grossteil der baulichen Infrastruktur dar. Rund 27'000 Brücken, wovon allein 3'000 der Autobahnen und die meisten aus Beton, veranschaulichen die Bedeutung des Baustoffes Beton in unserem Land. Die meisten Autobahnbrücken entstanden in einer Phase intensiver Bautätigkeit zwischen 1960 und 1980. Der damalige Brückenbau verlangte einen eher am Materialverbrauch orientierten Entwurf, da Materialaufwendungen einen bedeutenderen Anteil an den Gesamtkosten ausmachten als heute.

Etwa gleichzeitig mit dem Beginn des Autobahnbaus erfolgte der Durchbruch des Spannbetons im Brückenbau. Die Vorspanntechnik ermöglichte schlankere Konstruktionen und damit Einsparungen an Gewicht, ein durch die Vorspannung sichergestelltes ungerissenes Tragverhalten im Gebrauchszustand und viel geringere Durchbiegungen als bei reinen Stahlbetonkonstruktionen mit vergleichbaren Abmessungen und Belastungen. Die mit der Vorspanntechnik gewonnene Leichtigkeit und Eleganz der Konstruktionen begeisterte sowohl Fachleute als auch Laien.

Heute müssen viele solche schlanken Konstruktionen in oft mühseliger Arbeit und mit entsprechendem Aufwand erhalten werden. Die leider vielfach festzustellende, mangelnde Dauerhaftigkeit hat insbesondere zwei Gründe: Einerseits bestand die Meinung, dass Spannbetonbrücken dank des mit ihrer Vorspannung erzielten ungerissenen Tragverhaltens im Gebrauchszustand dicht seien, und es somit keiner besonderen Abdichtung der Fahrbahn bedürfe, um allfälligen Korrosionsprozessen zu begegnen. Andererseits waren nur beschränkte Kenntnisse über die Korrosionsprozesse in Stahlbeton vorhanden, und der entsprechenden Unkenntnis wurde zu wenig Beachtung geschenkt.

Zu den Aspekten der Dauerhaftigkeit gesellte sich eine weitere Problematik, deren Bedeutung sich in den letzten Jahren im Zusammenhang mit der Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten deutlich zeigte. Es handelt sich um das Bemessungskonzept für schubbeanspruchte Träger und Platten. Basierte in früheren Normengenerationen die Bemessung von Stahlbeton auf dem Konzept der zulässigen Spannungen, so hielt mit der Aufnahme plastischer Bemessungsmethoden in die heutigen Konstruktionsnormen [58,59,60] eine grundsätzlich andere Denk- und Betrachtungsweise des Tragverhaltens von Stahlbetonkonstruktionen Einzug. Die Richtlinie 17 [56] enthielt noch grösstenteils

empirische Ansätze für die Ermittlung der Schubtragsicherheit, wie dies auch im Ausland üblich war und teilweise heute noch ist. Mit der Richtlinie 34 [57] zur Norm SIA 162 [54] wurde schon früh den Erkenntnissen aus der Forschung Rechnung getragen, welche die Plastizitätstheorie für die Bemessung von Stahlbeton einführten. Der eigentliche Durchbruch zum heutigen Bemessungskonzept erfolgte mit der Einführung der Norm SIA 162 [60]. Für den Nachweis der Schubtragsicherheit von Trägern wurde das Fachwerkmodell mit innerhalb bestimmter Grenzen frei wählbarer Druckdiagonalenneigung als Grundlage eingeführt. Für Neubauten wurde damit eine einheitliche Basis geschaffen, bei der rechnerischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten besteht jedoch Handlungsbedarf. Es darf nicht sein, dass Tragwerke bloss anhand einer Norm für Neubauten statisch beurteilt werden. Vielmehr ist die Beurteilung der Tragsicherheit auf geeignete verfeinerte rechnerische Überprüfungen abzustellen.

Neben den veränderten Bemessungskonzepten wurden mit der Überarbeitung der Norm SIA 160 [58] auch die Einwirkungen neu definiert. Für die Strassenlasten bedeutet dies beispielsweise, dass die Achslasten mit einem konstanten, von der Spannweite unabhängigen, dynamischen Beiwert erhöht werden und zu erhöhten Beanspruchungen von Fahrbahnplatten führen. In Kapitel 2 wird deshalb auf die Entwicklung der einzelnen Normengenerationen eingegangen, und entsprechende Auswirkungen auf die Bemessung werden kommentiert.

## 1.2 Zielsetzung und Übersicht

Ziel der vorliegenden Untersuchung ist es, einen Beitrag zur Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten zu leisten. Zu diesem Zweck werden in Kapitel 2 neben der oben erwähnten Entwicklung der Konstruktionsnormen das Materialverhalten von Stahl und Beton beschrieben sowie die Grundlagen der Traglastverfahren dargestellt. Daran schliessen sich Überlegungen zur Vorspannung an. Insbesondere wird der Einfluss plastischer Verformungen im Zusammenhang mit dem Lastfall Vorspannung untersucht, und auf die Wichtigkeit einer sinnvollen Berücksichtigung dieses Lastfalls bei der rechnerischen Überprüfung wird hingewiesen.

In Kapitel 3 werden rechnerische Überprüfungsverfahren ausführlich dargestellt. Ausgehend von vergleichsweise einfachen, ebenen Spannungsfeldern für Stahl- und Spannbetonträger werden Spannungsfelder für vorgespannte Träger ohne und mit zusätzlicher schlaffer Bewehrung entwickelt. Zur Veranschaulichung des Kräfteflusses und damit zur Klärung der Frage, wo im Tragwerk mit einer Änderung der Kräfte in den Bewehrungen und im Beton zu rechnen ist, wird die Wirkung der Vorspannung im Detail untersucht. Es werden Lösungen zur Berechnung des Zugkraftverlaufs vorgespannter Zugglieder mit gekrümmter Spanngliedachse präsentiert, bei denen die Effekte der Kraftzunahme im Spannglied und den damit hervorgerufenen zusätzlichen Umlenkkraften in die Berechnung miteinbezogen werden. Ferner wird untersucht, in welchen Trägerbereichen eine

Veränderung der Spanngliedkraft zu erwarten ist, und ob das Spannglied im angenommenen Bruchzustand überhaupt ins Fließen gebracht werden kann.

Anschliessend werden räumliche Spannungsfelder untersucht, wie sie beispielsweise bei indirekt gelagerten Trägerstegen vorkommen. Es wird gezeigt, dass auch für Verhältnisse ohne Aufhängebewehrung statisch zulässige Spannungsfelder denkbar sind. Insbesondere wird in solchen Fällen auf die gegenseitige Beeinflussung der Längs- und Quertragwirkung hingewiesen.

Neben der Anwendung von Spannungsfeldern im Rahmen der statischen Methode der Plastizitätstheorie wird in Kapitel 3 die Wichtigkeit kinematischer Grenzwerte bei der Beurteilung der Tragsicherheit erörtert. Dazu werden für Translations- und Rotationsmechanismen die Dissipationsanteile der Bewehrung und des Betons getrennt angegeben. Ausgehend von ebenen Mechanismen für Stabtragwerke und deren Anwendungen werden Hinweise auf räumliche Mechanismen gegeben, und die Problematik der kinematischen Zulässigkeit wird besprochen.

Die am Schluss von Kapitel 3 dargestellte Aufteilung der Belastung bei der Bestimmung der Traglast in einzelne Lastanteile erlaubt es, anhand einer mehrdimensionalen Fließfigur die Signifikanz der einzelnen Lasten für die Grösse der Tragsicherheit aufzuzeigen. Im selben Abschnitt wird der Einfluss von Zwängungsschnittgrössen auf den Verformungsbedarf statisch unbestimmt gelagerter Tragwerke erörtert.

In Kapitel 4 wird ein mögliches Vorgehen bei der rechnerischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten vorgeschlagen. Ausgehend von der Richtlinie 162/5 [63] werden getrennt für den Gebrauchs- und Bruchzustand Anforderungen an die statische Zustandserfassung und Zustandsbeurteilung formuliert. Darin einbezogen sind die in Kapitel 3 erwähnten rechnerischen Überprüfungen, die den Rahmen der aktuellen Norm SIA 162 [60] bewusst erweitern. Schliesslich werden quantitative Anhaltspunkte für eine Klassifikation von Tragwerken nach Tragsicherheitsklassen gegeben, welche die Zustandsbeurteilung nach rein statischen Gesichtspunkten zusammenfassen.

In Kapitel 5 wird schliesslich anhand dreier konkreter Beispiele das Vorgehen bei der Beurteilung bestehender Stahlbetonbauten diskutiert, und die Resultate entsprechender rechnerischer Überprüfungen werden dargestellt. Dieses Kapitel dürfte als Hilfsmittel für Fachleute, die mit der Beurteilung bestehender Stahlbetonbauten konfrontiert sind, von direktem Interesse sein.

### **1.3 Abgrenzung**

Im Rahmen dieser Arbeit wird in erster Linie die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahl- und Spannbetonbrücken behandelt. Schon heute ist dieser Problemkreis von grosser Wichtigkeit. Mit Blick auf die Vielzahl bestehender Stahlbetonbauten, die

im Laufe ihrer Lebensdauer bezüglich ihrer Tragsicherheit zu beurteilen sein werden, ist davon auszugehen, dass diese Problemstellung noch an Bedeutung gewinnen wird. Das Hauptaugenmerk richtet sich auf parallelgurtige Trägerkonstruktionen. Die grundsätzlichen Überlegungen sind aber auch auf Voutenträger anwendbar.

Der Begriff der Tragsicherheit wird in dieser Arbeit als deterministischer Wert aufgefasst. Dessen Grösse gibt darüber Auskunft, wie gross unter vorgegebenen Kennwerten das Verhältnis zwischen Materialwiderständen und nominellen Bruchbelastungen ist. Der Wert probabilistischer Untersuchungen wird nicht in Frage gestellt; ihre Anwendung kann bei komplexen Problemen durchaus sinnvoll sein. Im Normalfall stellen jedoch verfeinerte statische Überprüfungen für die Mehrheit der involvierten Fachleute wohl einen gangbareren Weg dar als probabilistische Berechnungen.

Die Ausführungen dieser Arbeit beschränken sich auf die Normengeneration des SIA seit dem Jahr 1956. Die grundsätzlichen Überlegungen zum Vorgehen und zur Beurteilung der einzelnen Stahlbetonbauten sind jedoch auch auf Stahlbetonbauten aus früherer Zeit oder auf solche anwendbar, die nicht nach den Normen des SIA bemessen wurden.

Hinweise, die im Zusammenhang mit Brückenbauten gegeben werden, sind ebenso auf andere Stahlbetonbauten übertragbar, denn die Problematik und die systematische Methodik bei der Überprüfung der Tragsicherheit bleiben grundsätzlich dieselben. Die Ausführungen beziehen sich im Rahmen dieser Arbeit auf Belastungssituationen mit monotoner Laststeigerung. Auf Effekte dynamischer und zyklischer Belastungen oder aussergewöhnlicher Einwirkungen wie Anprall oder Erdbeben wird nicht näher eingegangen. Einflüsse 2. Ordnung werden ebenfalls ausser acht gelassen, d.h. es wird angenommen, dass die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System formuliert werden können.

Abschliessend ist hervorzuheben, dass diese Arbeit primär Untersuchungen im Zusammenhang mit der Beurteilung der Tragsicherheit enthält. Hinweise bezüglich Problemen der Gebrauchstauglichkeit und der Dauerhaftigkeit werden nur am Rande gegeben.

## 2 Grundlagen

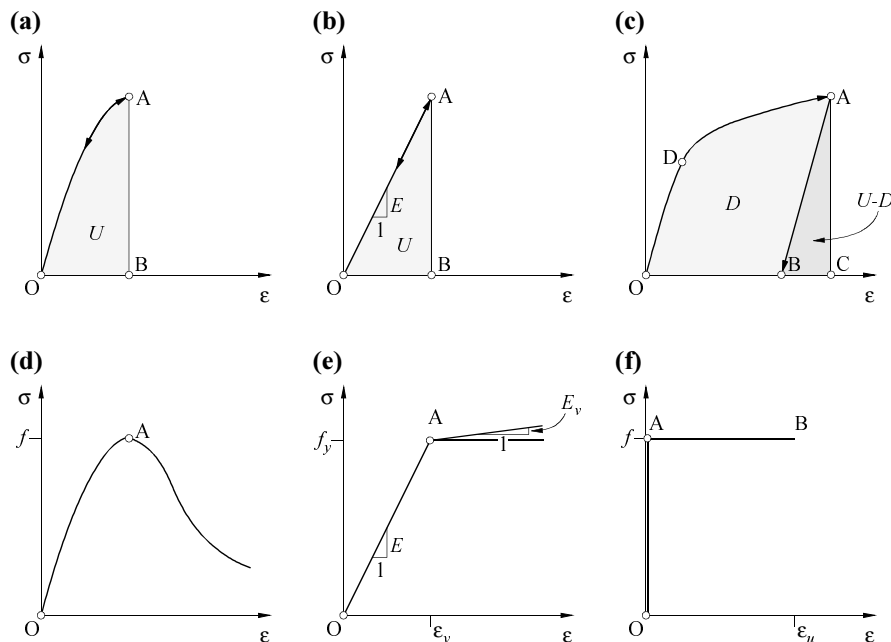
### 2.1 Verhalten von Stahl und Beton

#### 2.1.1 Stoffgesetze

In diesem Kapitel werden Stoffgesetze erläutert, wie sie zur Beschreibung des mechanischen Materialverhaltens von Stahl und Beton Verwendung finden.

Bild 2.1(a) repräsentiert ein elastisches Stoffgesetz. Zwischen beliebigen aufgebrachtten Spannungen und Dehnungen besteht eine eindeutige Beziehung. Die Deformationen sind vollkommen reversibel, d.h. nach erfolgter Entlastung sind keine bleibenden Verformungen vorhanden. Während des Belastungsvorganges wird lediglich Formänderungsenergie  $U$  gespeichert. Pro Einheitsvolumen beträgt diese

$$U = \int_{\epsilon} \sigma(\epsilon) d\epsilon \quad (2.1)$$



**Bild 2.1** – Stoffgesetze unter einachsiger Beanspruchung: (a) elastisch; (b) linear elastisch; (c) elastisch-plastisch; (d) entfestigend; (e) bilinear mit und ohne Verfestigung; (f) starr-plastisch.

und entspricht der schraffierten Fläche OAB. Im Falle eines linear elastischen Materialverhaltens gemäss Bild 2.1(b) sind die aufgebrachten Spannungen und Dehnungen durch den Elastizitätsmodul  $E$  miteinander verknüpft. (2.1) vereinfacht sich zu

$$U = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.2)$$

Bild 2.1(c) zeigt ein elastisch-plastisches Stoffgesetz. Ein Teil der Deformationen ist irreversibel. Während der Belastung wird die Energie  $U$  aufgebracht, die der Fläche ODAC entspricht. Wieviel von dieser Energie als elastisch gespeicherte Energie erhalten bleibt (Fläche ABC), lässt sich nach vollständiger Entlastung des Prüfkörpers angeben. Die restliche Energie  $D$ , welche der Fläche ODAB entspricht, wird in Form von Wärme dissipiert.

Das Stoffgesetz in Bild 2.1(d) veranschaulicht ein entfestigendes Materialverhalten. Nach Überschreiten der Festigkeit  $f$  sind zunehmende Verformungen mit abnehmenden Spannungen gekoppelt. Voraussetzung für die Ermittlung entfestigender Stoffgesetze ist eine konsequente Wegsteuerung. Die Ermittlung des Verlaufs des absteigenden Astes eines entfestigenden Werkstoffgesetzes ist somit nicht allein von der reinen Materialeigenschaft abhängig, sondern sie steht immer im Zusammenhang mit der Prüfeinrichtung.

Die Bilder 2.1(e) und (f) zeigen Idealisierungen üblicher Stoffgesetze. Bilineare Stoffgesetze sind bis zum Erreichen der Fließspannung  $f_y$  durch die Beziehung  $\sigma = E\varepsilon$  charakterisiert. Können die Spannungen nach dem Erreichen von  $f_y$  bei gleichzeitiger Zunahme der Deformationen nicht mehr gesteigert werden, so spricht man von einem ideal plastischen Materialverhalten. Verfestigungseigenschaften des Materials werden durch den Verfestigungsmodul  $E_v$  erfasst. Die Verwendung starr-plastischer Stoffgesetze als Idealisierung des Materialverhaltens setzt voraus, dass die elastischen Deformationen im Vergleich zu den plastisch auftretenden Verformungen ausreichend klein sind, vgl. Bild 2.1(f).

Für die ingenieurmässige Umsetzung von Stoffgesetzen ist in der Regel von einer Idealisierung auszugehen, welche hervorstechende Eigenschaften respektiert und untergeordnete Einflüsse vernachlässigt. Mathematisch "genau" beschriebene Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen erhöhen meist nur den Rechenaufwand, ohne die Ergebnisse grundsätzlich zu verbessern. Eine grössere Bedeutung kommt der angemessenen Berücksichtigung von Steifigkeitsänderungen zu, wie sie beispielsweise der Punkt D in Bild 2.1(c) repräsentiert. Spannungserhöhungen sind in solchen Fällen nur durch eine beträchtliche Steigerung der Deformationen zu erreichen.

### 2.1.2 Bewehrungsstahl

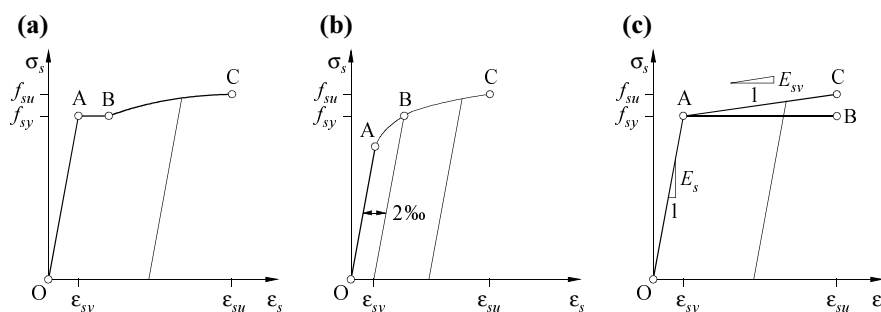
Bewehrungsstahl wird seit Ende des letzten Jahrhunderts als Baustoff eingesetzt. Heute verwendeter Bewehrungsstahl umfasst Stäbe mit kreisförmigem Querschnitt als schlaaffe Bewehrung. Vorgespannte Bewehrung wird ausschliesslich aus hochfestem Stahl herge-

stellt. Man unterscheidet zwischen gereckten Stangen und kabelförmigen Spanngliedern aus gezogenen Drähten oder Litzen. Letztere setzen sich aus sieben gezogenen und miteinander verwundenen Drähten zusammen. Die Bemessung der Bewehrung erfolgt in der Regel durch die vereinfachende Annahme, dass der Bewehrungsstahl bloss Kräfte in der Stab- oder Spanngliedlängsrichtung aufnimmt und somit einachsig beansprucht ist. Seine regelmässige Verteilung über einen Bereich oder eine Länge führt zur Annahme von Linien- oder Flächenkräften in Richtung der Bewehrungsstäbe.

Die Norm SIA 162 [53,54,60] regelt die Klassifikation der Betonstähle. Sie legt Prüf- und Mindestwerte fest und regelt die Duktilitätseigenschaften. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Eigenschaften für Betonstähle ist Tabelle 2.1 zu entnehmen. Kennwerte der Fließgrenze und der Zugfestigkeit und Mindestwerte der Fließgrenze entsprechen üblicherweise der 5%-Fraktile der Gauss'schen Normalverteilung.

Bis zur Einführung der Richtlinie 34 [57] im Jahre 1975 wurden Stahlbetontragwerke beinahe ausschliesslich aufgrund von zulässigen Spannungen bemessen. Die der Bemessung zugrundegelegten Spannungen resultierten in der Regel aus einer linear elastischen Analyse des Tragwerks unter Gebrauchslasten und Zwangseinflüssen. Bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten rückt die Bestimmung mobilisierbarer Tragreserven solcher Tragkonstruktionen in den Vordergrund. Aus diesem Grunde sind die Stoffgesetze älterer Bewehrungsstähle und deren mögliche rechnerische Idealisierung von grossem Interesse.

Typische, aus Zugversuchen an Stabproben gewonnene Spannungs-Dehnungs-Diagramme sind in Bild 2.2 dargestellt. Es wird zwischen naturharten, wärmebehandelten oder vergüteten Stählen und kaltverformten Stählen oder Ringmaterial unterschieden. Bild 2.2(a) zeigt das Stoffgesetz eines naturharten oder vergüteten Stahles. Solche Stähle weisen nach einer linear elastischen Phase mit  $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$ , die mit dem Erreichen der Fließspannung  $f_{sy}$  in Punkt A endet, ein ausgeprägtes Fließplateau auf. In dieser Phase verhält sich der Stahl näherungsweise ideal plastisch. Der Vorgang des Fließens erfolgt nicht über die gesamte Stablänge gleichzeitig, sondern er findet lokal in sogenannten



**Bild 2.2** – Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Bewehrungsstahl unter einachsiger Beanspruchung: (a) Naturharter oder vergüteter Stahl; (b) kaltverformter Stahl oder Ringmaterial; (c) bilineare Idealisierung ohne und mit Verfestigung.



Lüders-Bändern statt. In diesen gleiten die Kristallebenen bei einer kritischen Beanspruchung übereinander ab und führen somit zu einer Veränderung des Kristallgitters. Wegen der unterschiedlichen Grösse der Fließgrenze über die Stablänge ist die Ausbreitung der Lüders-Bänder über die ganze Stablänge nur dann möglich, wenn in Zonen, wo Fließvorgänge bereits abgeschlossen sind, lokale infinitesimale Verfestigungen des ganzen Kristalls festzustellen sind. Diese Verfestigungen führen dazu, dass Bereiche mit einer erhöhten Fließgrenze  $f_{sy}$ , die sich bis zu diesem Zeitpunkt noch nicht im Fließen befanden, auch ihr Fließplateau erreichen. Der Fließvorgang ist abgeschlossen, wenn sich die Lüders-Bänder über die gesamte Stablänge ausgebreitet haben. Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm des ganzen Stabes ist mit Beendigung des Fließens der Punkt B erreicht. In der Verfestigungsphase wird der Stab als Ganzes unter einer Spannungszunahme verlängert. Entlang BC verlängert sich der Stab unter Spannungserhöhung praktisch ohne Volumenänderung. In C erreicht der Stab die Zugfestigkeit  $f_{su}$  mit der zugehörigen Bruchdehnung  $\epsilon_{su}$ . Der Bruchvorgang findet in einer stark begrenzten Zone statt. Die konzentrierten, grossen Verformungen führen dazu, dass sich der Stab in dieser sogenannten Einschnürungszone schlagartig entzweit.

Bild 2.2(b) stellt das typische Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines kaltverformten Stahles oder von Ringmaterial dar. Wegen der grossen, teilweise bis in den Verfestigungsbereich reichenden Beanspruchungen während des Herstellungsprozesses ist in solchen Stählen das plastische Dehnvermögen des Fließplateaus bereits aufgebraucht. Der Übergang zwischen elastischer und plastisch-verfestigender Phase ist mehr oder weniger fließend. Ein eigentlicher Fließpunkt ist nicht genau zu eruieren. Als Fließgrenze wird deshalb konventionell diejenige Spannung definiert, nach deren Entlastung 2‰ Dehnung im Stab verbleiben.

Bild 2.2(c) zeigt mögliche Idealisierungen zur Beschreibung der Stoffgesetze von Bewehrungsstahl. Unter Vernachlässigung der Verfestigungsphase wird von einem linear elastisch-ideal plastischen Stoffgesetz gesprochen. Dieses genügt in der Regel zur Lösung von Verformungs- und Rissbildungsproblemen. Für die Ermittlung von Tragwiderständen kann die Verwendung eines starr-plastischen Stoffgesetzes wie in Bild 2.1(f) bereits ausreichen. Bei der Berücksichtigung plastischer Verformungen sind Verfestigungsprozesse unter Berücksichtigung des Verfestigungsmoduls  $E_{sv}$  miteinzubeziehen.  $E_{sv}$  ergibt sich zu

$$E_{sv} = \frac{f_{su} - f_{sy}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sy}} \quad (2.3)$$

Die Grösse der Bruchdehnung  $\epsilon_{su}$  sowie das Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und Fließgrenze  $f_{su}/f_{sy}$  sind ein Mass für die Duktilität des Stahls, siehe z.B. [6]. Naturharte, wärmebehandelte oder vergütete Stähle weisen üblicherweise höhere Werte für  $\epsilon_{su}$  und  $f_{su}/f_{sy}$  auf als kaltverformte Stähle oder Ringmaterial.

Muttoni [39] und Sigrist [67] haben in ihren Arbeiten mit Nachdruck auf den wichtigen Aspekt der Verfestigung von Bewehrungsstählen hingewiesen. Sind beispielsweise

Norm	Stahlsorte	Stahlbezeichnung	$f_{syk}$ [MPa]	$f_{sy,min}$ [MPa]	$f_{su}$ [MPa]
[53]	I	Normaler Baustahl, naturhart	-	240	360
	IIa	Kaltgereckter Baustahl	-	350	420
	IIb	Hochwertiger Baustahl	-	350	520
[54]	I	Armierungsstahl	-	240	370
	IIIa	Armierungsstahl naturhart	460	430	560
	IIIb	Armierungsstahl kaltverformt	460	430	480
	IV	Armierungsnetze	540	500	570
[60]	S 235	-	-	235	360
	S 500a	naturhart bzw. mirkolegiert	500	460	600
	S 500b	kaltverformt	500	460	550
	S 500c	vergütet	500	460	580
	S 500d	Ringmaterial	500	460	550

**Tabelle 2.1** – Betonstahlklassifikation nach [53,54,60].

grosse materialspezifische oder geometrische Unregelmässigkeiten vorhanden, so wird das Last-Verformungsverhalten im wesentlichen durch die Eigenschaften  $A_S$ ,  $f_{yS}$ ,  $f_{uS}$  und  $\epsilon_{uS}$  der Störungszone bestimmt. Ist die in der Störungszone der Länge  $l_S$  aufnehmbare maximale Zugkraft  $f_{uS}A_S$  kleiner als die Fließzugkraft des restlichen Stabes  $f_{y0}A_0$ , so verhält sich der Stab mit Ausnahme der Störungszone linear elastisch. Die Gesamtverlängerung  $\Delta l_u$  des Stabes beim Erreichen der Zugfestigkeit  $f_{uS}$  in der Störungszone beträgt somit

$$\Delta l_u = l_S \epsilon_{uS} + \frac{(l - l_S)}{A_0 E_s} \cdot F_u \quad (2.4)$$

Man spricht in solchen Fällen von einer Verformungslokalisierung. Naturharte Betonstähle weisen üblicherweise Verfestigungseigenschaften auf, die eine ausreichende Verteilung der Verformungen über die Stablänge sicherstellen und bis zum Erreichen der Zugfestigkeit die Verwendung mittlerer Dehnungen erlauben. Forschungsergebnisse, z.B. [1,67], zeigen, dass der in letzter Zeit festgestellten Verwendung von niedrigduktilen Stählen erhöhter Festigkeit Einhalt geboten werden sollte, da solche Stähle das Verformungsvermögen und die Robustheit von Stahlbetontragwerken entscheidend verschlechtern.

Spannstahl weist grundsätzlich eine mit kaltverformtem Betonstahl vergleichbare Charakteristik auf. Die Klassifikation erfolgt einerseits nach dem Rechenwert der Fließgrenze (2‰-Dehngrenze) und andererseits nach der Zugfestigkeit sowie der Bruchdehnung  $\epsilon_{10}$ . Obwohl in [53] schon Bestimmungen über die Verwendung von Spannstahl

verankert sind, erfolgten quantifizierte Klassifizierungen erst in [54,60]. Eine Zusammenstellung ist der Tabelle 2.2 zu entnehmen. Üblicherweise liegen die Festigkeitswerte von Spannstahl zwei- bis dreimal höher als vergleichbare Werte von Betonstahl. Die Elastizitätsmoduli  $E_p$  liegen bei 195 GPa für Litzen und 205 GPa für einzelne Drähte und Spannstäben. Die Differenz rührt daher, dass sich Litzen infolge seitlicher Kontraktion beim Spannen stärker verlängern und somit ein weiches Verformungsverhalten aufweisen als gerade Drähte.

Norm	$\varnothing$ [mm]	$A_{p2}$ [mm <sup>2</sup> ]	Stahlbezeichnung	$f_{py}$ [MPa]	$f_{tk}$ [MPa]
[54]	$\leq 8$	-	Spanndrähte, Litzendrähte	1190÷1330	1400
	$8 < \varnothing < 15$	-	Spanndrähte, Spannstäbe	1105÷1170	1300
	$\geq 15$	-	Spannstäbe	750÷850	1000
[60]	3 4 5÷6 7÷8 9÷12	-	Drähte gezogen	1670 1640 1590 1500 1410	1860 1820 1770 1670 1570
	-	$\leq 60$ 60÷100 > 100	siebendrähtige Litzen aus gezogenen Drähten	1670 1640 1590	1860 1820 1770
	20 26 26 32 32 36	-	Stangen gereckt	1000 1000 830 1000 830 830	1230 1230 1030 1230 1030 1030

**Tabelle 2.2** – Spannstahlklassifikation nach [54,60].

### 2.1.3 Beton

Das Last-Verformungs-Verhalten des Baustoffs Beton wird in der Regel für ein- und mehrachsige Beanspruchungszustände getrennt untersucht. Im vorliegenden Abschnitt werden die wesentlichen Eigenschaften des Betons für diese Beanspruchungszustände erläutert.

#### Einachsige Zugbeanspruchung

Die Zugfestigkeit des Betons  $f_{ct}$  ist eine stark streuende Eigenschaft, die von verschiedenen Faktoren beeinflusst wird. Sie ist verglichen mit der Druckfestigkeit sehr klein. Bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten werden Widerstandsmodelle verwendet, welche die Betonzugfestigkeit in der Regel vernachlässigen. Es gibt jedoch Fälle, wie z.B. die Schubtragsicherheit von Decken [60], wo der Nachweis der Tragsicherheit unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit oder einer darauf abge-

stützten Materialfestigkeit erbracht werden muss. Beim Nachweis der Gebrauchstauglichkeit (Rissweiten, Rissabstände, Durchbiegungen, Stahl- und Betonspannungen) eines Betontragwerkes ist die Grösse der Zugfestigkeit von beträchtlichem Interesse.

Die Bestimmung der Betonzugfestigkeit kann anhand verschiedener Versuche erfolgen. Direkte Zugversuche an Betonprismen werden eher selten verwendet, da sekundäre Einflüsse die Grösse der Zugfestigkeit stark beeinflussen und zu grossen Streuungen führen. Aus diesem Grunde haben sich indirekte Versuche zur Bestimmung der Zugfestigkeit durchgesetzt. Dazu gehören z.B. Biegezugversuche, Stempeldruckversuche oder Spaltzugversuche. Für übliche Anwendungen lässt sich die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  näherungsweise als Funktion der Zylinderdruckfestigkeit  $f'_c$  angeben:

$$f_{ct} = 0.3(f'_c)^{2/3} \quad \text{in MPa} \quad (2.5)$$

Bei experimentellen Untersuchungen des Verhaltens von Beton auf Zug nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit werden mit steifen Versuchseinrichtungen und feiner Messapparatur die besten Resultate erzielt. Theoretische Arbeiten zur Beschreibung der Rissbildung orientieren sich hauptsächlich an der nichtlinearen Bruchmechanik. Ein einfaches Modell zur Beschreibung der Rissbildung geht auf Hillerborg [15] zurück. Sein sogenanntes "fictitious crack model" basiert auf der Überlegung, dass sich nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  in der Bruchzone eine Verformungslokalisierung mit entfestigendem Materialverhalten einstellt. Die übrigen Bereiche des Versuchskörpers werden dabei elastisch entlastet. Für die Bruchzone wird von einer angenommenen Spannungs-Rissöffnungsbeziehung ausgegangen. Die beim Versagen des Betons auf Zug dissipierte spezifische Bruchenergie  $G_F$  ist gleich der über die Rissöffnung integrierten Spannung. Da die elastisch gespeicherte Energie in einem Versuchskörper proportional zu seiner Länge zunimmt, die beim Bruch dissipierte Bruchenergie jedoch konstant gleich  $A_c G_F$  bleibt, lässt sich das zunehmend sprödere Verhalten längerer Versuchskörper gegenüber kurzen Probestücken erklären. Zudem nimmt die spezifische Bruchenergie  $G_F$  hochfesten Betons gegenüber derjenigen normalfesten Betons nur geringfügig zu, so dass hochfester Beton unter Zugbeanspruchung grundsätzlich wesentlich spröder entfestigt als vergleichbarer normalfester Beton. Eine ausführliche Beschreibung ist in [30,67] gegeben.

### Einachsige Druckbeanspruchung

Im Gegensatz zur einachsigen Zugbeanspruchung lokalisieren sich die Verformungen bei einachsiger Druckbeanspruchung nicht in einem einzelnen Querschnitt. Gleichwohl kann, steife Prüfeinrichtungen und feine Messapparatur vorausgesetzt, ein entfestigendes Materialverhalten festgestellt werden. Somit stellt ein an Proben gemessenes Tragverhalten nicht ein eigentliches Materialverhalten dar, sondern es handelt sich um die Untersuchung des Zusammenwirkens von Betonprüfkörper und Prüfeinrichtung.

Das Verhalten des Betons unter einachsiger Druckbeanspruchung wird in der Regel anhand von Zylindern untersucht. Diese sind üblicherweise 300 mm hoch und weisen ei-

nen Durchmesser von 150 mm auf. Die im Versuch erreichte Maximalspannung entspricht der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$ . Produktionskontrollen und die Norm SIA 162 [53,54,60] sehen bei der Bestimmung der Betondruckfestigkeit Prüfungen an Würfeln vor, die der Ermittlung der Würfeldruckfestigkeit  $f_{cw}$  dienen. Im Gegensatz zu Zylinderkörpern, deren Enden plangeschliffen werden müssen, sind bei der Verwendung von Würfeln keine vorgängigen Bearbeitungsschritte nötig.

Bei der Auswertung von Versuchen an Zylindern und Würfeln fällt auf, dass die Würfeldruckfestigkeit  $f_{cw}$  höher ausfällt als die Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$ . Dies liegt daran, dass die steifen Lasteinleitplatten der Prüfeinrichtung bei Würfeln eine bedeutendere Behinderung der Querdehnungen verursachen als bei zylinderförmigen Prüfkörpern. Approximativ lässt sich folgende Beziehung angeben:

$$f_{cc} \approx 0.8 f_{cw} \quad (2.6)$$

Versuche zeigen, dass die Differenz zwischen Würfeldruckfestigkeit  $f_{cw}$  und Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  mit zunehmender Festigkeit abnimmt, so dass (2.6) eine Annahme auf der sicheren Seite darstellt.

Der Bruchvorgang im Beton spielt sich nicht in einem einzelnen Querschnitt ab, sondern in einer Bruchzone. Mikrorisse zwischen Zuschlag und Zementmatrix sind bereits initial wegen unterschiedlicher Eigenschaften der Komponenten vorhanden. Bei zunehmender Belastungsintensität erhöhen sich die Querzugspannungen, und die Mikrorisse dringen in die Matrix vor und spalten den Betonkörper parallel zur Beanspruchungsrichtung auf. Die Bruchzone setzt sich schliesslich aus einer Serie von lasttragenden Lamellen zusammen, deren Tragkapazität mit dem Erreichen der Druckfestigkeit erschöpft ist. Sie scheren ab, werden instabil und führen zur Entfestigung des Betons. Die im Betonkörper gespeicherte Energie wächst mit der Länge des Prüfkörpers und mit seiner Festigkeit. Die während des Bruchvorgangs dissipierte Energie ist hingegen nahezu unabhängig von der Betonfestigkeit [67]. Deshalb entfestigen sowohl hochfeste als auch lange Prüfkörper rascher als solche mit geringerer Festigkeit oder Länge. Auf diesen Umstand hat insbesondere Muttoni [39] hingewiesen.

Neben dem Bruchvorgang durch laminares Aufspalten des Betonprüfkörpers wird unter gewissen Bedingungen auch ein Gleitbruch beobachtet. Kaufmann [18] erkannte, dass Gleitbrüche sich nur dann einstellen, wenn an den Enden des Prüfkörpers eine geringe Querdehnungsbehinderung vorliegt und wenn die Zylinderfestigkeit  $f_{cc}$  weniger als ungefähr 60 MPa beträgt. Bei hohen Festigkeiten hat die Querdehnungsbehinderung keinen Einfluss auf das Bruchverhalten des Prüfkörpers, d.h. es tritt in jedem Fall ein Versagen durch laminares Aufspalten ein.

Die effektive Druckfestigkeit  $f_c$  des Betons ist zur Hauptsache von der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  abhängig. Bis zum Erreichen von  $f_{cc}$  folgt das Stoffgesetz des Betons in guter Näherung der Parabelgleichung

$$\sigma_{c3} = f_{cc} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}^2 + 2\varepsilon_{c3}\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{c0}^2} \quad (-\varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_{c0}) \quad (2.7)$$

Der Index 3 in  $\sigma_{c3}$  besagt, dass der Beton einer Hauptdruckspannung unterworfen ist.  $\varepsilon_{c0}$  beschreibt die Betonstauchung beim Erreichen von  $f_{cc}$ . Grenzen für  $\varepsilon_{c0}$  liegen etwa zwischen 2‰ für  $f_{cc} \leq 30$  MPa und 3‰ für  $f_{cc} = 100$  MPa.

Basierend auf einer Auswertung einer Fülle von Versuchen schlugen Muttoni et al. [38,40] für Bauteile, deren Bruch sich durch laminares Aufspalten vollzieht, die Beziehung

$$f_c = 2.7(f_{cc})^{2/3} \quad \text{in MPa} \quad (f_c \leq f_{cc}) \quad (2.8)$$

vor. Sie trägt dem Umstand Rechnung, dass die effektive Druckfestigkeit  $f_c$  weniger als proportional mit der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  anwächst.

Die Verläufe der Querdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  stellen signifikante Grössen für das Verhalten des Betons unter Druckbeanspruchung dar. Anfänglich verhält sich der Beton nahezu linear elastisch, so dass die Querdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  über die Querdehnungszahl  $\nu \approx 1/6$  direkt mit der Dehnung in Belastungsrichtung gekoppelt werden können ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_3$ ). Bei etwa 80% der Druckfestigkeit  $f_{cc}$  wachsen die Querdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  überproportional an, so dass das bis dahin reduzierte Volumen seine Ausgangsgrösse wieder erreicht und schliesslich sogar überschreitet.

### Ebener Spannungszustand

Im Stahlbetonbau werden viele Tragelemente als Scheiben modelliert. Die Kenntnis des Tragverhaltens zweiachsig beanspruchter Scheiben ist deshalb von besonderem Interesse. Ziel zahlreicher Forschungsarbeiten war hauptsächlich die Ermittlung entsprechender Festigkeitswerte.

Scheiben unter ebener Zug-Druck-Beanspruchung weisen gegenüber einer einachsigen Zugbeanspruchung eine reduzierte Betonzugfestigkeit auf, weil sich zur äusseren Zugbeanspruchung die aus der Druckbeanspruchung herrührenden Querzugspannungen addieren. Nach dem Erreichen der Betonzugfestigkeit findet eine Entfestigung statt, die sich in einem parallel zur Druckbeanspruchungsrichtung gerichteten Trennriss manifestiert. Die Druckbeanspruchung kann in der Folge bis nahezu zur einachsigen Druckfestigkeit gesteigert werden. Bei sehr geringen Zugbeanspruchungen, die zu keinen eigentlichen Trennbrüchen führen, versagen Scheiben durch das Erreichen der Druckfestigkeit; diese liegt üblicherweise unterhalb der einachsigen Druckfestigkeit. Im Stahlbetonbau liegen solche Verhältnisse überall dort vor, wo ein Betondruckfeld von einer Zugbewehrung gequert wird. Die Verbundwirkung zwischen dem Beton und dem Bewehrungsstahl zwingt dem Beton zwischen den sich bildenden Rissen Verformungen auf.

Das Ziel der Beurteilung des Tragwiderstands von Stahlbetonscheiben liegt in einer adäquaten Wahl von  $f_c$ . Sie muss insbesondere dort vorsichtig gewählt werden, wo we-

gen fortgeschrittener Rissbildung und damit verbundener grösster Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  die Zylinderdruckfestigkeit  $f'_c$  des Betons nicht erreicht werden kann. Vecchio und Collins [73,74] schlugen, basierend auf der Auswertung einer Fülle von experimentellen Untersuchungen, verschiedene Ausdrücke für die effektive Betondruckfestigkeit vor, die schliesslich zur Beziehung

$$f_c = \frac{f_{cc}}{0.8 + 170\varepsilon_1} \leq f_{cc} \quad (2.9)$$

fürten. Basierend auf einer Vielzahl von Versuchen an Scheiben schlug Kaufmann [18] die Beziehung

$$f_c = \frac{f_{cc}^{2/3}}{0.4 + 30\varepsilon_1} \quad \text{in MPa} \quad (f_c \leq f_{cc}) \quad (2.10)$$

vor. Sie trägt zum einen dem Umstand Rechnung, dass die effektive Betondruckfestigkeit  $f_c$  nicht proportional zur Zylinderdruckfestigkeit zunimmt; zum anderen berücksichtigt sie die vorhin erwähnte Abhängigkeit der effektiven Druckfestigkeit vom Verzerrungszustand.

Für die praktische Anwendung empfiehlt es sich, in einem ersten Schritt auf vorsichtige und damit verlässliche Werte für die effektive Druckfestigkeit  $f_c$  zurückzugreifen. Muttoni [39] schlug, basierend auf der Auswertung einer Vielzahl von Schubversuchen, die Beziehung

$$f_c = 1.6 \cdot f_{cc}^{2/3} \quad \text{in MPa} \quad (f_c \leq 0.6 \cdot f_{cc}) \quad (2.11)$$

vor. Sigrist [65,67] stellte fest, dass mit der Beziehung

$$f_c = 1.25 \cdot f_{cc}^{2/3} \quad \text{in MPa} \quad (2.12)$$

eine untere Grenze für die effektive Druckfestigkeit  $f_c$  angegeben werden kann. Für die Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten sei in diesem Sinne zunächst von letzterem Wert auszugehen, bevor detailliertere Untersuchungen angestellt werden.

### Dreiachsige Druckbeanspruchung

Gegenüber einachsiger Druckbeanspruchung mit der Betondruckfestigkeit  $f_{cc}$  und der Bruchstauchung  $\varepsilon_{c0}$  ändert sich das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton unter dreiachsiger Druckbeanspruchung. Es resultieren sowohl höhere Festigkeiten als auch höhere Stauchungen beim Erreichen der dreiachsigen Druckfestigkeit.

Versuche mit unterschiedlichen Druckbeanspruchungsintensitäten ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) waren bisher nur an würfelförmigen Prüfkörpern durchführbar. In der Regel werden zylindrische Prüfkörper unter einem konstanten Manteldruck  $-\sigma_1 = -\sigma_2$  und mit monotoner Steigerung der Spannung  $-\sigma_3$  zum Bruch gefahren. Unter dieser Voraussetzung und ba-

sierend auf Versuchsergebnissen [47] kann die dreiaxiale Betondruckfestigkeit  $f_{c3}$  mit ausreichender Genauigkeit durch die Beziehung

$$f_{c3} = f_c - 4\sigma_1 \quad (2.13)$$

ausgedrückt werden. Sie entspricht einem Coulomb-Material mit einem durch  $\tan \varphi = 3/4$  definierten Winkel der inneren Reibung und einer Kohäsion von  $f_c/4$ . Eine zusammenfassende Beschreibung dieser Zusammenhänge folgt in Kapitel 2.2.5.

Die beim Erreichen der dreiaxialen Betondruckfestigkeit  $f_{c3}$  gemessenen Stauchungen  $\varepsilon_{c3}$  können ebenfalls als lineare Funktion des Querdruckes angegeben werden. Wie Versuche von Richart, Brandtzaeg und Brown [47] zeigten, liegt die Proportionalität jedoch etwa fünfmal höher als der für die Ermittlung der Druckfestigkeit angegebene Faktor vier. Demzufolge lässt sich die Stauchung  $\varepsilon_{c3}$  beim Erreichen der Druckfestigkeit  $f_{c3}$  näherungsweise mit

$$\varepsilon_{c3} = \varepsilon_{c0} \left( 1 - 20 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c} \right) \quad (2.14)$$

angeben. Mit steigendem Manteldruck resultiert somit ein deutlich duktileres Verhalten.

### 2.1.4 Verbund

Die Verbundwirkung zwischen Bewehrungsstahl und Beton ist die letztlich entscheidende Grösse für das Zusammenwirken des Verbundwerkstoffes Stahlbeton. Sie stellt eine einwandfreie Kraftübertragung vom Beton auf die Bewehrung sicher und steuert den Vorgang der Rissbildung. Die Annahme plastischer Berechnungsmethoden setzt voraus, dass sich die zum Erreichen der Traglast notwendigen Verformungen einstellen können. Über die Verbundwirkung und die Charakteristik der verwendeten Bewehrung wird dies entscheidend beeinflusst.

Im Rahmen verschiedener Forschungsarbeiten [1,18,67] wurde das Verformungsvermögen von Stahlbeton untersucht. Mit einem vergleichsweise einfachen, auf klaren physikalischen Annahmen beruhenden Modell, dem sogenannten Zuggurtmodell [28], wurde den aus Versuchen gewonnenen Resultaten Rechnung getragen, dass beim Erreichen der Fließspannung in der Bewehrung eine deutliche Abnahme der Verbundschubspannung  $\tau_b$  erfolgt. In der plastischen Phase führen stark anwachsende Längsdehnungen und Querkontraktionen der Bewehrung zu einer deutlich verminderten Verzahnungswirkung. Aus diesem Grunde wurde ein abgetreppter Verlauf der Verbundschubspannungs-Schlupf-Beziehung vorgeschlagen. Für Stahlspannungen unterhalb der Fließgrenze ( $\sigma_s \leq f_{sy}$ ) wird als Verbundschubspannung  $\tau_{b0} = 2f_{ct}$  angesetzt, währenddem für Stahlspannungen oberhalb der Fließgrenze ( $f_{sy} < \sigma_s$ ) dieser Wert auf die Hälfte reduziert wird ( $\tau_{b1} = f_{ct}$ ). Für die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  wird (2.5) verwendet.

Für rechnerische Überprüfungen bestehender Betonbauten liefert das Zuggurtmodell eine wertvolle Ergänzung zu den in [60] enthaltenen Verankerungslängen  $l_b$  für Beweh-



rungsstäbe. Eine Verankerungslänge von  $60 \varnothing$  entspricht einer Verbund Schubspannung  $\tau_b$  von  $f_{sy}/(60 \cdot 4)$ . Dies entspricht für übliche Werte von  $f_{sy}$  etwa 2 MPa. Im Gegensatz dazu können mit den Beziehungen für  $\tau_{b0}$  und  $\tau_{b1}$  von der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  abhängige Verankerungslängen  $l_b$  definiert werden. Sie nehmen im Gegensatz zu [60] auf die objektspezifischen Eigenschaften des Betons Rücksicht und erlauben so eine differenziertere Beurteilung der Verankerungslängen  $l_b$ .

## 2.2 Traglastberechnungen

### 2.2.1 Einleitung

Traglastverfahren stellen seit langer Zeit ein leistungsfähiges Hilfsmittel bei der Lösung von Ingenieurproblemen dar. Über deren geschichtliche Entwicklung geben Arbeiten von Prager [46] und Chen [4] einen ausführlichen Überblick. Zwischen den ersten, auf den Grenzwertsätzen der Plastizitätstheorie basierenden Arbeiten aus den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts und den heute gebräuchlichen Anwendungen von Traglastverfahren sind Jahre vergangen, in denen weiterhin die lineare Elastizitätstheorie in der Bemessung und Überprüfung von Stahl- und Spannbetonbauten dominierte. Erst seit relativ kurzer Zeit gewannen die Traglastverfahren grössere Aufmerksamkeit der Ingenieure. Dies wirkte sich nicht zuletzt auf die einschlägigen Normen aus.

Wie Melan [32] schon 1938 bemerkte, ist es unsinnig, den wahren zu einer äusseren Belastung gehörenden Spannungszustand eines Tragwerks beschreiben zu wollen. Diesem können stets beliebige Kombinationen lastfreier Spannungszustände überlagert werden. Tatsächlich sind stets Eigenspannungszustände vorhanden, diese sind aber praktisch nicht erfassbar. Spannungszustände, die anhand der Elastizitätstheorie ermittelt werden und die meist von einem anfänglich spannungsfreien Zustand des Tragwerks ausgehen, können somit nicht für sich in Anspruch nehmen, den wahren, zu einer äusseren Belastung gehörenden Spannungszustand darzustellen. Für eine gegebene äussere Belastung gibt es unendlich viele mögliche Spannungszustände.

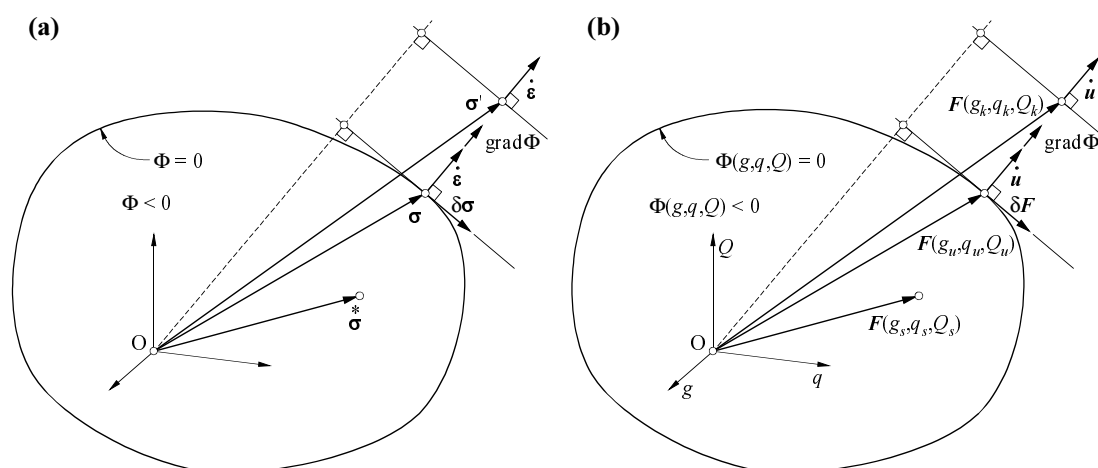
Der Erfolg der Plastizitätstheorie beruht auf der Verfügbarkeit einheitlicher und physikalisch nachvollziehbarer Methoden, welche es erlauben, die Traglasten von Tragwerken oder einzelnen Bauteilen zu ermitteln. Entscheidende Bedeutung kommt der mechanischen Eigenschaft des Fließens zu. Viele Baustoffe weisen einen bedeutenden Steifigkeitsverlust beim Erreichen einer bestimmten Belastungsintensität auf. Dieser Belastungsintensität entspricht die Fließgrenze des Materials, bei welcher die Belastung nicht weiter gesteigert werden kann, die Verformungen jedoch stetig zunehmen. Unter Berücksichtigung des Fließens ergibt sich die Erkenntnis, dass beliebig viele Spannungszustände erzielt werden können, wenn einem initialen Spannungszustand beliebig viele Eigenspannungszustände superponiert werden. Dies bedeutet auch, dass für eine gegebene Belastung nicht ein eindeutiger Spannungszustand angegeben werden kann. Eine Er-

mittlung der Spannungsgeschichte anhand von verschiedenen Nutzungszuständen kann und soll nicht im Mittelpunkt statischer Untersuchungen stehen. Vielmehr sollte man sich darauf beschränken, die Zustände nach dem ersten Auftreten plastischer Verformungen genauer zu untersuchen. Bis zu diesem Zeitpunkt der Belastungsgeschichte vorhandene Eigenspannungszustände werden durch plastische Verformungen verändert, und die Traglast ist unter der Voraussetzung einer ausreichenden Duktilität der plastisch verformten Bereiche unabhängig von jeden Eigenspannungen. Die Traglast wird jedoch nur dann erreicht, wenn die plastischen Verformungen und damit das Verformungsvermögen des Tragwerks von solcher Grösse sind, dass Umlagerungen der Beanspruchungen stattfinden können. Je grösser das Verformungsvermögen eines Tragwerks ist, desto besser ist die Übereinstimmung zwischen den Berechnungen und den effektiv mobilisierbaren Widerständen. Traglastverfahren ermöglichen dem Ingenieur zudem ein vertieftes Verständnis für das Tragverhalten und für mögliche Kollapsmechanismen eines Tragwerks.

### 2.2.2 Fließbedingung und zugeordnetes Fließgesetz

Für die Bestimmung der Traglast ist die Kenntnis der Fließfläche im Spannungsraum von zentralem Interesse. Sie beschreibt die Summe aller möglichen Spannungskombinationen im Spannungsraum, unter welchen Fließen stattfindet.

Zur Veranschaulichung dient Bild 2.3(a). Die Abbildung besteht aus einer konvexen Fließfläche, die der sogenannten Fließbedingung  $\Phi = \Phi(\boldsymbol{\sigma}) = 0$  genügt, und aus dem darin enthaltenen aplastischen Raum  $\Phi(\boldsymbol{\sigma}) < 0$ . Für alle Spannungszustände im aplastischen Raum bleibt der Körper starr oder elastisch. In Spannungspunkten auf der Fließfläche  $\Phi(\boldsymbol{\sigma}) = 0$  kann plastisches Fließen auftreten. Nach der Theorie des verallgemeinerten plastischen Potentials [45] dürfen infinitesimale Spannungsänderungen  $\delta\boldsymbol{\sigma}$  während des Fließvorgangs keine elastische Entlastung unterhalb die Fließgrenze



**Bild 2.3** – Traglastberechnung: (a) Fließbedingung und Fließgesetz im Spannungsraum; (b) untere und obere Grenzwerte für die Traglast im Belastungsraum.

bewirken. Dies ist nur gewährleistet, wenn beim Fliessen der Vektor der Spannungsänderungen  $\delta\sigma$  tangential zur Fliessfläche  $\Phi(\sigma) = 0$  gerichtet ist. Des weiteren dürfen die Spannungsänderungen  $\delta\sigma$  während des Fliessvorgangs mit den plastischen Verzerrungsincrementen oder Verzerrungsgeschwindigkeiten  $\dot{\epsilon}$  keine Arbeit leisten. Somit stehen die Vektoren  $\delta\sigma$  und  $\dot{\epsilon}$  orthogonal zueinander, und das zugeordnete Fliessgesetz lässt sich mit  $\lambda$  als nicht negativem Proportionalitätsfaktor wie folgt formulieren:

$$\dot{\epsilon} = \lambda \cdot \text{grad}\Phi \quad (2.15)$$

Das Fliessgesetz wird auch als Normalitätsbedingung bezeichnet und führt dazu, dass für alle Spannungszustände  $\sigma^*$  innerhalb des aplastischen Raums die Beziehung

$$(\sigma - \sigma^*) \cdot \dot{\epsilon} \geq 0 \quad (2.16)$$

gilt. (2.16) entspricht dem von Mises'schen Prinzip der maximalen Dissipationsenergie [34]. Dieses besagt, dass der mit einem gegebenen plastischen Verzerrungsincrement  $\dot{\epsilon}$  verträgliche Spannungszustand  $\sigma$  einer spezifischen Dissipation  $\sigma \cdot \dot{\epsilon}$  entspricht, welche die fiktiven spezifischen Dissipationen  $\sigma^* \cdot \dot{\epsilon}$  aller möglicher aplastischer Spannungszustände  $\sigma^*$  übertrifft. Grössere Dissipationen, wie sie für den nicht realisierbaren Spannungsvektor  $\sigma'$  gemäss Bild 2.3(a) resultieren würden, sind nicht möglich. Aus (2.15) und (2.16) bestätigt sich zudem die Konvexität der Fliessfläche. Nur Gradienten von konvexen Potentialfunktionen  $\Phi(\sigma) \leq 0$  weisen vom Koordinatenursprung O weg.

Auf analoge Weise kann man sich gemäss Bild 2.3(b) statt des Spannungsraumes einen Belastungsraum vorstellen. Die Belastungsanteile  $g$ ,  $q$  und  $Q$  repräsentieren Dauerlasten, verteilte Nutzlasten und punktuelle Nutzlasten und sind Komponenten des Belastungsvektors  $F$ . Der betrachtete Belastungsraum ist durch eine Fliessfläche mit der Fliessbedingung  $\Phi(g,q,Q) = 0$  begrenzt und enthält einen aplastischen Belastungsraum  $\Phi(g,q,Q) < 0$ , in welchem jede Belastungskombination aus  $g$ ,  $q$  und  $Q$  kein Fliessen des untersuchten Körpers verursacht. Die Übertragung des Spannungsraums auf einen Belastungsraum setzt voraus, dass sich die Fliessbedingung  $\Phi = 0$  eindeutig als Funktion der Belastungen  $\Phi(g,q,Q) = 0$  ausdrücken lässt. Die plastischen Verzerrungsincremente  $\dot{\epsilon}$  werden durch verallgemeinerte Verschiebungsincremente  $\dot{u}$  ersetzt und die Spannungen  $\sigma$  durch verallgemeinerte Lasten  $F$ . (2.15) und (2.16) behalten ihre Gültigkeit [23].

Auf die üblichen Nachweise nach [58,60] übertragen lässt sich folgendes bemerken: Alle Belastungsvektoren mit den Komponenten  $g_d\gamma_R$ ,  $q_d\gamma_R$  und  $Q_d\gamma_R$ , die innerhalb der Fliessfläche liegen, erfüllen die Anforderungen einer ausreichenden Tragsicherheit. Die Fliessbedingung  $\Phi(g,q,Q) = 0$  lässt rein theoretisch unendlich viele Belastungskombinationen zu. In Wirklichkeit liegen sowohl Richtung als auch Betrag der zu berücksichtigenden Belastungsvektoren  $F$  in engen Grenzen, und rechnerische Überprüfungen können sich dementsprechend auf einen kleinen Bereich der Fliessfläche beschränken.

Der Vorteil der Verwendung eines Belastungsraumes liegt darin, dass die Signifikanz der einzelnen Belastungsanteile einfach ermittelt und beurteilt werden kann. Detailliertere Angaben hierzu sind dem Kapitel 3.8 zu entnehmen.

### 2.2.3 Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie

Die Anwendung der Theorie des verallgemeinerten plastischen Potentials [45] sowie die Voraussetzung, dass die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System formuliert werden dürfen, führen zu den beiden Grenzwertsätzen der Plastizitätstheorie. Sie basieren auf den Arbeiten von Hill [14] und von Drucker, Greenberg und Prager [9,11]:

- *Statischer Grenzwertsatz*: Jede Belastung, zu der ein stabiler, statisch zulässiger Spannungszustand angegeben werden kann, ist nicht grösser als die Traglast.
- *Kinematischer Grenzwertsatz*: Jede Belastung, zu der ein instabiler, nichttrivialer kinematisch zulässiger Verschiebungszustand angegeben werden kann, ist nicht kleiner als die Traglast.

Ein Spannungszustand ist *statisch zulässig*, wenn er überall die Gleichgewichtsbedingungen und die statischen Randbedingungen erfüllt. Er ist *stabil*, wenn die Fließbedingungen an keiner Stelle verletzt werden. Ein Verschiebungszustand ist dann *kinematisch zulässig*, wenn die kinematischen Relationen und die kinematischen Randbedingungen erfüllt sind. Er ist *nichttrivial*, wenn die Verschiebungsinkremente ungleich null sind, und *instabil*, wenn bei der Verschiebung die Arbeit der äusseren Lasten grösser oder gleich der von den inneren Kräften verrichteten Dissipationsarbeit ist.

Die Grenzwertsätze sind direkte Folgen des Prinzips der virtuellen Arbeit und der maximalen Dissipationsarbeit. Die Verträglichkeit eines Spannungs- und Verschiebungszustandes ist dann gewährleistet, wenn die Theorie des plastischen Potentials, d.h. die Konvexität der Fließfläche sowie die Orthogonalität der plastischen Verzerrungsincremente, ihre Gültigkeit hat [10]. Daraus lässt sich der Verträglichkeitssatz ableiten [50]:

- *Verträglichkeitssatz*: Jeder nichttriviale, kinematisch zulässige Verschiebungszustand, der mit einem stabilen, statisch zulässigen Spannungszustand verträglich ist, ist instabil, und die zugehörige Belastung stellt die Traglast dar. Man spricht in einem solchen Fall auch von der *vollständigen Lösung*.

Man beachte bei der Anwendung des Verträglichkeitssatzes, dass sich die untersuchten Spannungs- und Verschiebungszustände im Kollapszustand nicht unbedingt einstellen. Für die Angabe einer vollständigen Lösung ist es lediglich nötig, einen mit einem instabilen nichttrivialen, kinematisch zulässigen Verschiebungszustand verträglichen stabilen, statisch zulässigen Spannungszustand anzugeben. Dies entspricht dem Vorgehen bei sogenannten Plastizitätskontrollen.

Mithilfe von Bild 2.3(b) lassen sich statisch und kinematisch ermittelte Grenzwerte für die Traglast graphisch deuten. Die Belastungskonfiguration  $F(g_s, q_s, Q_s)$  repräsentiert

einen stabilen, statisch zulässigen Spannungszustand. Die Belastungskonfiguration  $F(g_k, q_k, Q_k)$  stellt hingegen einen instabilen, statisch unzulässigen Spannungszustand dar, dessen Dissipation grösser ausfiele als diejenige der Belastungskonfiguration  $F(g_u, q_u, Q_u)$ , die auf der Fliessfläche liegt. Für beliebige nichttriviale Verschiebungszustände  $\dot{\mathbf{u}}$  kann man folgern

$$F(g_s, q_s, Q_s) \cdot \dot{\mathbf{u}} \leq F(g_u, q_u, Q_u) \cdot \dot{\mathbf{u}} \leq F(g_k, q_k, Q_k) \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (2.17)$$

Ziel von rechnerischen Untersuchungen ist es, die Differenz zwischen statischen und kinematischen Grenzwerten zu minimieren.

## 2.2.4 Spannungsfelder

Spannungsfelder stellen eine Anwendung des statischen Grenzwertsatzes bzw. der sogenannten statischen Methode dar. Man sucht dabei Spannungszustände, welche die Gleichgewichtsbedingungen sowie die statischen Randbedingungen erfüllen und die Fliessgrenzen nirgends verletzen. Im Hinblick auf eine grösstmögliche Aussagekraft über die effektive Traglast ist zu versuchen, einen Spannungszustand anzugeben, der eine möglichst grosse äussere Belastung aufnehmen kann. Kinematische Relationen und Randbedingungen sind nicht zu berücksichtigen.

Bei der Entwicklung von Spannungsfeldern ist es meistens sinnvoll, von einem initialen Spannungszustand auszugehen und ihm entsprechend dem Grad der statischen Unbestimmtheit Eigenspannungszustände zu überlagern. Auf diese Weise werden Spannungszustände generiert, die auf einer plausiblen Grundlage basieren. Da in der Praxis bei der Bestimmung des Spannungszustandes häufig von linear elastischen Materialgesetzen ausgegangen wird, kann ein solches Vorgehen grundsätzlich empfohlen werden.

Das in der Schweiz gängige Bemessungskonzept [58,60] sieht vor, Tragwerke nach Gefährdungsbildern und den damit verknüpften Einwirkungen zu dimensionieren. Dieses Konzept setzt voraus, dass sich der Ingenieur über die zu berücksichtigenden Gefährdungsbilder Klarheit verschafft. Diese an sich klare Bemessungsphilosophie wird in der Praxis erfahrungsgemäss meist nur mangelhaft umgesetzt. Insbesondere verleiten die rasanten Entwicklungen bei den elektronischen Rechenhilfen oft zur Betrachtung einer Vielzahl von Lastfällen und dementsprechend zu einer qualitativ fragwürdigen Flut von Resultaten. Zusätzlich leidet die Übersichtlichkeit darunter, dass für benachbarte Schnitte im Tragwerk unter Umständen nicht zusammengehörige Einwirkungskombinationen verwendet werden. Dieser Effekt fällt insbesondere bei der Berücksichtigung von beweglichen grossen Einzellasten ins Gewicht. Bei der Beurteilung der Tragsicherheit von im Entwurf vorliegenden oder bestehenden Tragwerken ist es deshalb weitaus sinnvoller, ein Spannungsfeld für eine als massgebend erkannte Konfiguration von Einwirkungen zu entwickeln anstatt eine Vielzahl von Lastfällen zu untersuchen. Unterschiede zu einer "genauen" Lastanordnung fallen in der Regel marginal aus. Die statische Analyse gewinnt dadurch an Übersichtlichkeit, und der Verlauf der inneren Kräfte kann anhand entsprechender Spannungsfelder bis in den Baugrund verfolgt werden. Auf die Wichtigkeit die-

ser konzeptionellen Überlegungen zur Entwicklung von Spannungsfeldern wurde in [31] hingewiesen.

### 2.2.5 Bruchmechanismen

#### Allgemeines

Mit Bruchmechanismen untersucht man nach dem kinematischen Grenzwertsatz bzw. nach der sogenannten kinematischen Methode einen nichttrivialen, instabilen, kinematisch zulässigen Verschiebungszustand, unter welchem die Struktur kollabiert. Die bei einem solchen Verschiebungszustand in der Bewehrung und im Beton dissipierte Energie wird mit der Arbeit der äusseren Kräfte verglichen. Die Grösse der Dissipation ist immer mit der geometrischen Lage der plastisch verformten Gelenke und damit mit der Art des Verschiebungszustandes verbunden. Eine optimale Lösung mit der geringsten Belastung wird gefunden, indem nach einem Minimum für den Quotienten aus Dissipation und Arbeit der äusseren Kräfte gesucht wird. Sigrist [67] schlug vor, für einen möglichen Verschiebungszustand von einem vorgängig ermittelten Spannungszustand auszugehen, der die Orte maximaler Beanspruchung eindeutig definiert. Im selben Sinne ist der umgekehrte Ansatz denkbar. Eine mögliche Belastungskonfiguration wird nach einem zuvor gefundenen Verschiebungszustand mit minimaler Last gefunden. Letzteres Vorgehen hat den Vorteil, dass obere Grenzwerte in der Regel rascher zu bestimmen sind als untere Grenzwerte. Zudem können die Beanspruchungen in einem Tragwerk aufgrund eines oberen Grenzwertes der Traglast einfach und ohne elektronische Rechenhilfe überprüft werden. Solche sogenannten Plastizitätskontrollen sollten für die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten vermehrt zur Anwendung gelangen.

Für stabförmige Tragwerke lassen sich in der Regel vollständige Lösungen angeben, sofern die Randbedingungen und Materialkenngrössen eindeutig definiert sind. In Wirklichkeit vorhandene geometrische Verhältnisse und konstruktive Details erschweren jedoch dieses Vorgehen. Meist reichen schon Überprüfungen anhand einfacher Spannungsfelder und Verschiebungszustände aus, untere und obere Grenzwerte von ähnlicher Grösse zu finden, die weitere Untersuchungen hinfällig machen und die eine praktisch ausreichende Beurteilung der Tragsicherheit des untersuchten Stahlbetontragwerks erlauben. Im Falle grosser Diskrepanzen zwischen den nach der statischen und kinematischen Methode ermittelten Grenzwerten der Traglast empfehlen sich verfeinerte rechnerische Untersuchungen, wie sie in Kapitel 3 vorgestellt werden.

Die statische Methode und die kinematische Methode stellen für den Ingenieur wichtige Instrumente zur Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten dar. Sie gestatten es, anhand eines verantwortbaren Rechenaufwandes stichhaltige Aussagen zu machen und Entscheidungshilfen für das weitere Vorgehen zu liefern. Die besten Ergebnisse resultieren im allgemeinen aus einer Kombination beider Methoden, je nach Bedarf ergänzt durch verfeinerte Untersuchungen von Detailaspekten.

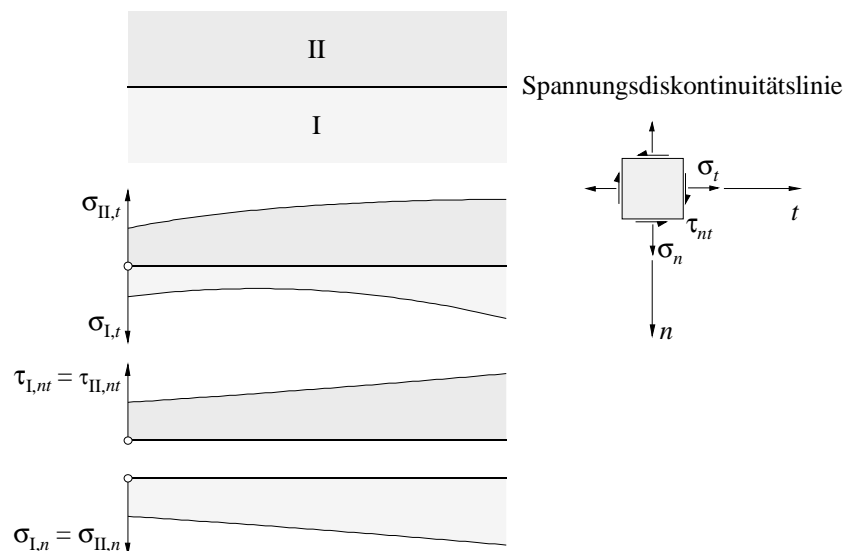
### Statische Diskontinuität

Ebene Spannungsfelder weisen in der praktischen Anwendung üblicherweise Diskontinuitäten auf. Man spricht in solchen Fällen von diskontinuierlichen Spannungsfeldern. Diese setzen sich aus verschiedenen, durch Diskontinuitätslinien getrennten kontinuierlichen Spannungsfeldern zusammen. Diskontinuitäten innerhalb von Spannungsfeldern sind erlaubt, da lediglich die Gleichgewichtsbedingungen, nicht jedoch Verträglichkeitsbedingungen entlang der Diskontinuitätslinien eingehalten werden müssen. Dieser Sachverhalt geht aus Bild 2.4 hervor. Im ebenen Spannungszustand müssen die entlang einer Diskontinuitätslinie auftretenden Normal- und Schubspannungen  $\sigma_n$  und  $\tau_{nt}$  der Bereiche I und II übereinstimmen. Tangential zur Diskontinuitätslinie wirkende Normalspannungen  $\sigma_t$  dürfen hingegen unstetig sein. Sofern der Beton in ebenen diskontinuierlichen Spannungsfeldern einer einachsigen (Haupt-)Druckbeanspruchung ( $\sigma_t = \sigma_{c3}$ ) unterworfen ist, was oft der Fall ist, weisen Diskontinuitätslinien dieselbe Richtung auf wie unmittelbar angrenzende Betondruckspannungstrajektorien, so dass  $\tau_{nt}$  entlang der Diskontinuitätslinie verschwindet.

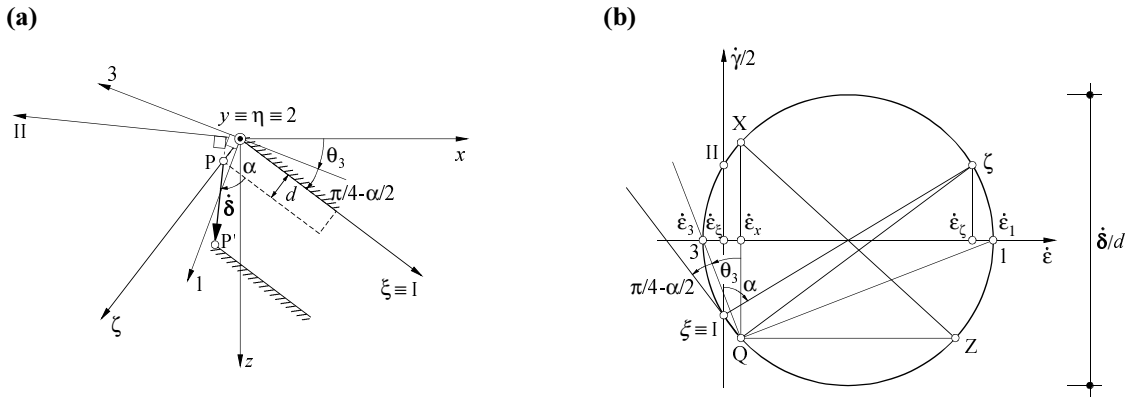
### Kinematische Diskontinuität

In Analogie zu diskontinuierlichen Bereichen im ebenen Spannungszustand werden auch im Verzerrungszustand Diskontinuitäten toleriert.

Bild 2.5(a) zeigt eine kinematische Diskontinuität im Punkt P. Die  $\zeta$ -Achse verläuft senkrecht zur Diskontinuitätslinie, und die Dicke der Diskontinuitätslinie beträgt  $d$ . Der Verschiebungsvektor  $\hat{\delta}$  liegt in der  $(\xi, \zeta)$ -Ebene und spannt mit der parallel zur Diskontinuität verlaufenden  $\xi$ -Achse einen Winkel  $\alpha$  auf. Für die Verschiebungskomponenten  $\dot{u}_\xi$  und  $\dot{u}_\zeta$  in  $\xi$ - und  $\zeta$ -Richtung findet man die Ausdrücke



**Bild 2.4** – Spannungsdiskontinuität im ebenen Spannungszustand.



**Bild 2.5** – Kinematische Diskontinuität: (a) Bezeichnungen; (b) Mohr'scher Kreis für Verzerrungsincremente.

$$\dot{u}_\xi = \frac{|\dot{\delta}| \zeta \cos \alpha}{d}, \quad \dot{u}_\zeta = \frac{|\dot{\delta}| \zeta \sin \alpha}{d} \quad (2.18)$$

Diese Verschiebungskomponenten entsprechen einem über die Dicke  $d$  konstanten Verzerrungszustand, d.h. es liegt eine Zone homogener Deformationen vor, für die folgende Beziehungen gelten:

$$\dot{\epsilon}_\xi = \frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial \xi} = 0, \quad \dot{\epsilon}_\zeta = \frac{\partial \dot{u}_\zeta}{\partial \zeta} = \frac{|\dot{\delta}| \sin \alpha}{d}, \quad \dot{\gamma}_{\xi\zeta} = \frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial \zeta} + \frac{\partial \dot{u}_\zeta}{\partial \xi} = \frac{|\dot{\delta}| \cos \alpha}{d} \quad (2.19)$$

Unter Verwendung des Mohr'schen Kreises gemäss Bild 2.5(b) erhält man

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{|\dot{\delta}|}{2d}(1 + \sin \alpha), \quad \dot{\epsilon}_3 = -\frac{|\dot{\delta}|}{2d}(1 - \sin \alpha) \quad (2.20)$$

Die Hauptrichtungen 1 und 3 halbieren die Winkel zwischen der Parallelen zur Diskontinuität (I) und der Normalen zur Verschiebungsrichtung (II). In diesen sogenannten Gleitlinien treten reine Schiebungen auf.

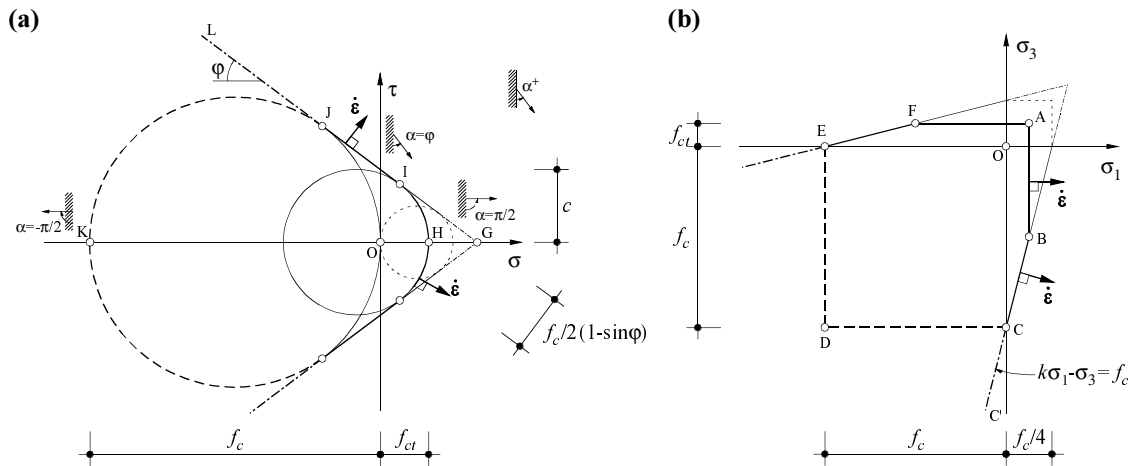
Lässt man die Schichtdicke  $d$  gegen null gehen, so degeneriert die Diskontinuitätszone zu einer Linie, und sowohl  $\dot{\epsilon}_1$  als auch  $\dot{\epsilon}_3$  erreichen unendlich grosse Werte.

### Dissipation im Beton

Das Coulomb'sche Bruchkriterium  $|\tau| + \sigma \tan \varphi - c = 0$  wird sowohl in der Bodenmechanik als auch im Betonbau verwendet. Es ermöglicht zuverlässige Aussagen über das Tragverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung. Hingegen führt dessen konsequente Anwendung zu einer Überschätzung der Betonzugfestigkeit. Aus diesem Grunde wurde von Chen und Drucker [5] das Gleitkriterium um eine Begrenzung der Zugfestigkeit zum modifizierten Coulomb'schen Bruchkriterium gemäss Bild 2.6 erweitert.

$$|\tau| + \sigma \tan \varphi - c = 0, \quad \sigma - f_{ct} = 0 \quad (2.21)$$





**Bild 2.6** – Modifiziertes Coulomb'sches Fließgesetz für Beton: (a) Spannungsebene und (b) Hauptspannungsraum für  $\tan\varphi = 0.75$ .

Im Hauptspannungsraum lässt sich (2.21)<sub>1</sub> durch

$$k\sigma_1 - \sigma_3 = f_c \quad , \quad k = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad , \quad f_c = \frac{2c \cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (2.22)$$

ausdrücken.  $f_c$  bezeichnet die einachsige Betondruckfestigkeit.  $c$  und  $\varphi$  stehen für die Kohäsion respektive den Winkel der inneren Reibung des Betons. Versuche [33,47] zeigen, dass für beliebige Betonsorten ein nahezu konstanter Wert von  $\tan\varphi = 0.75$  und damit  $k = 4$  sowie  $c = f_c/4$  resultieren. Die mittlere Hauptspannung  $\sigma_2$  ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) hat nach der Coulomb'schen Bedingung keinen Einfluss auf das Fließen bzw. auf den Bruch.

Die spezifische Dissipation im Beton wird als Skalarprodukt von Spannungs- und Verzerrungsvektoren berechnet. Sowohl im ebenen Spannungszustand ( $\sigma_2 = 0$ ) als auch im ebenen Verzerrungszustand ( $\dot{\epsilon}_2 = 0$ ) verschwinden die Dissipationsanteile der zweiten Hauptrichtung. Es genügt also, die Projektionen der Fließfläche auf die  $(\sigma_1, \sigma_3)$ -Ebene zu betrachten. Für die Dissipation pro Einheitsfläche folgt mit (2.20) die Beziehung

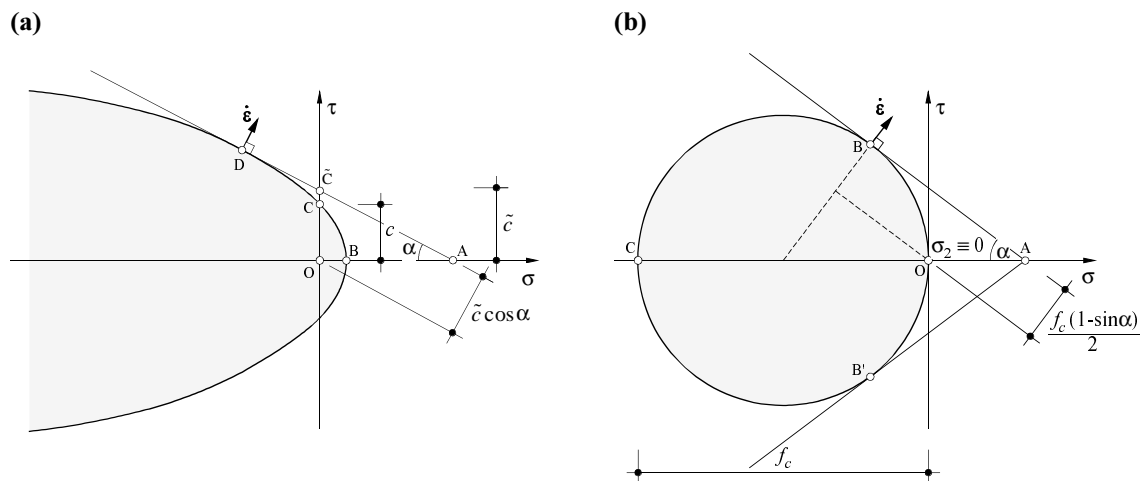
$$D \cdot d = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot d = \frac{|\dot{\boldsymbol{\delta}}|}{2} [\sigma_1(1 + \sin\alpha) - \sigma_3(1 - \sin\alpha)] \quad (2.23)$$

In Tabelle 2.3 sind die zu verschiedenen Verzerrungs- und Spannungszuständen gehörenden Dissipationen pro Einheitsfläche angegeben. Vernachlässigt man die Zugfestigkeit des Betons, so reduziert sich die Fließfläche im ebenen Spannungszustand auf das Quadrat OCDE in Bild 2.6(b), und (2.23) vereinfacht sich für alle Winkel  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$  zu

$$D \cdot d = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot d = \frac{|\dot{\boldsymbol{\delta}}|}{2} f_c (1 - \sin\alpha) \quad (2.24)$$

$\alpha$	Lage in Bild 2.6(a)	Lage in Bild 2.6(b)	$D \cdot d$
$\pi/2$	H	A	$ \dot{\delta} f_{ct}$
$\pi/2$	H	AB	$ \dot{\delta} f_{ct}$
$\varphi < \alpha < \pi/2$	HI	B	$ \dot{\delta}  \left[ \frac{f_c}{2}(1 - \sin \alpha) + f_{ct} \cdot \frac{\sin \alpha - \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right]$
$\varphi$	IJL	BCC'	$ \dot{\delta}  \frac{f_c}{2} (1 - \sin \varphi)$
$-\pi/2 < \alpha < \varphi$	JK	C	$ \dot{\delta}  \frac{f_c}{2} (1 - \sin \alpha)$
$-\pi/2$	K	CD	$ \dot{\delta} f_c$

**Tabelle 2.3** – Dissipation im Beton in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$ .



**Bild 2.7** – Mohr'sche Hüllkurven: (a) Allgemeine Darstellung in der Spannungsebene; (b) quadratische Fließbedingung im ebenen Spannungszustand.

Im Falle von  $\alpha = \pi/2$  tritt keine Dissipation im Beton auf. Müller [41] führte für eine solche Bruchlinie den Ausdruck "Kollapsriss" ein, und man spricht in Fällen ohne Dissipation im Beton von sogenannten Kollapsrissmechanismen.

Wie von Marti [23] gezeigt wurde, lässt sich für isotropes Material und allgemeine, räumliche kinematische Diskontinuitäten jede Fließbedingung durch eine zugehörige Mohr'sche Hüllkurve

$$|\tau| - f(\sigma) = 0 \tag{2.25}$$

ersetzen, vgl. Bild 2.7(a). Jedem Punkt D auf der Hüllkurve kann dabei eine umschriebene Coulomb'sche Fließbedingung der Form (2.21)<sub>1</sub> zugeordnet werden. Der Betrag des plastischen Verzerrungsvektors  $\dot{\epsilon}$  beträgt für  $|\dot{\delta}| = 1$  gerade  $1/d$  und entspricht dem

Durchmesser des Mohr'schen Kreises gemäss Bild 2.5(b). Über die Dicke  $d$  integriert beträgt die Dissipation pro Einheitsfläche in einer kinematischen Diskontinuität [23]:

$$D = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{c} \cos \tilde{\alpha} \quad (2.26)$$

Die fiktive Kohäsion  $\tilde{c}$  mit dem zugehörigen fiktiven Reibungswinkel  $\tilde{\alpha}$  beschreiben das aktuelle Bruchkriterium im Punkt D.

## 2.3 Vorspannung

### 2.3.1 Einleitung

Die ersten entscheidenden Erkenntnisse für den Einsatz vorgespannter Bewehrungen im Betonbau fallen in die Zeit vor dem Zweiten Weltkrieg. Der nachhaltige und weltweite Erfolg der Vorspanntechnik ist vor allem auf deren rasche technische Entwicklung sowie die Erfüllung der Forderung nach grösseren Spannweiten und Schlankheiten bei hoher Wirtschaftlichkeit zurückzuführen. Der technische Fortschritt wurde parallel von verschiedenen Firmen vorangetrieben, so dass sich auch heute noch unterschiedliche Vorspannsysteme auf dem Markt behaupten.

Grundsätzlich werden Vorspannsysteme nach dem Zeitpunkt des Vorspannens der Bewehrung bezüglich des Betonierens unterschieden. Die Spannbettvorspannung oder Vorspannung mit direktem Verbund sieht ein Vorspannung der Bewehrung vor dem Betonieren vor (*Pretensioning*), währenddem sämtliche Spanngliedverfahren, z.B. Litzen-spannglieder, Paralleldrahtspannglieder oder Spannstrahlen, eine Vorspannung nach dem Betonieren vorsehen (*Posttensioning*). Des weiteren wird bei den Spanngliedverfahren unterschieden, ob die Spannglieder im (nachträglich durch Injektion hergestellten) Verbund mit dem Betonkörper wirken oder nicht. Der Verbund stellt sicher, dass sich gegenüber dem initialen Vorspannzustand lokale Änderungen der Spanngliedkraft ergeben können und in den Zonen extremer Beanspruchung die Spannglieder ins Fließen gebracht werden können. Bei einer Vorspannung ohne Verbund zwischen Spannglied und Betonkörper muss die im Bruchzustand erreichte Spannung im Spannglied anhand von Verformungsberechnungen am Gesamttragwerk berechnet werden, da sich das Spannglied über seine ganze Länge verlängern muss, um eine Spannungsänderung zu erfahren. Die folgenden Überlegungen beschränken sich auf Tragwerke mit gekrümmten Spanngliedern, die im Verbund mit dem Betonkörper wirken. Sie stellen weitaus den grössten Anteil bestehender Spannbetontragwerke dar.

### 2.3.2 Lastfall Vorspannung

Unabhängig vom Spannverfahren erzeugen die auf die Bewehrungen aufgebrauchten Spannkraft eine entgegengesetzt gerichtete, auf den Betonkörper wirkende Kraft gleichen Betrags und gleicher Richtung. Der entsprechende Eigenspannungszustand, der bei

statisch bestimmter Lagerung keine Auflagerkräfte bewirkt, ruft im Betonkörper Schnittgrössen hervor, die üblicherweise den Schnittgrössen aus äusserer Belastung entgegenwirken und somit das Gebrauchsverhalten gegenüber einem reinen Stahlbetontragwerk entscheidend verbessern.

Zur Bestimmung dieser Schnittgrössen im Betonkörper haben sich zwei grundsätzliche Verfahren durchgesetzt. Beide setzen voraus, dass man den Betonkörper und den Spannstahl getrennt voneinander betrachtet:

- *Deutung als Eigenspannungszustand*: Die auf den Betonkörper wirkenden Schnittgrössen sind entgegengesetzt gleich gross wie die aus der Kraft im Spannstahl resultierenden Beanspruchungen.
- *Deutung der Wirkung der Vorspannung als äussere Kräfte*: Die auf den Betonkörper wirkenden Schnittgrössen resultieren aus den durch den Spannstahl auf den Betonkörper aufbrachten Anker-, Umlenk- und Reibungskräften.

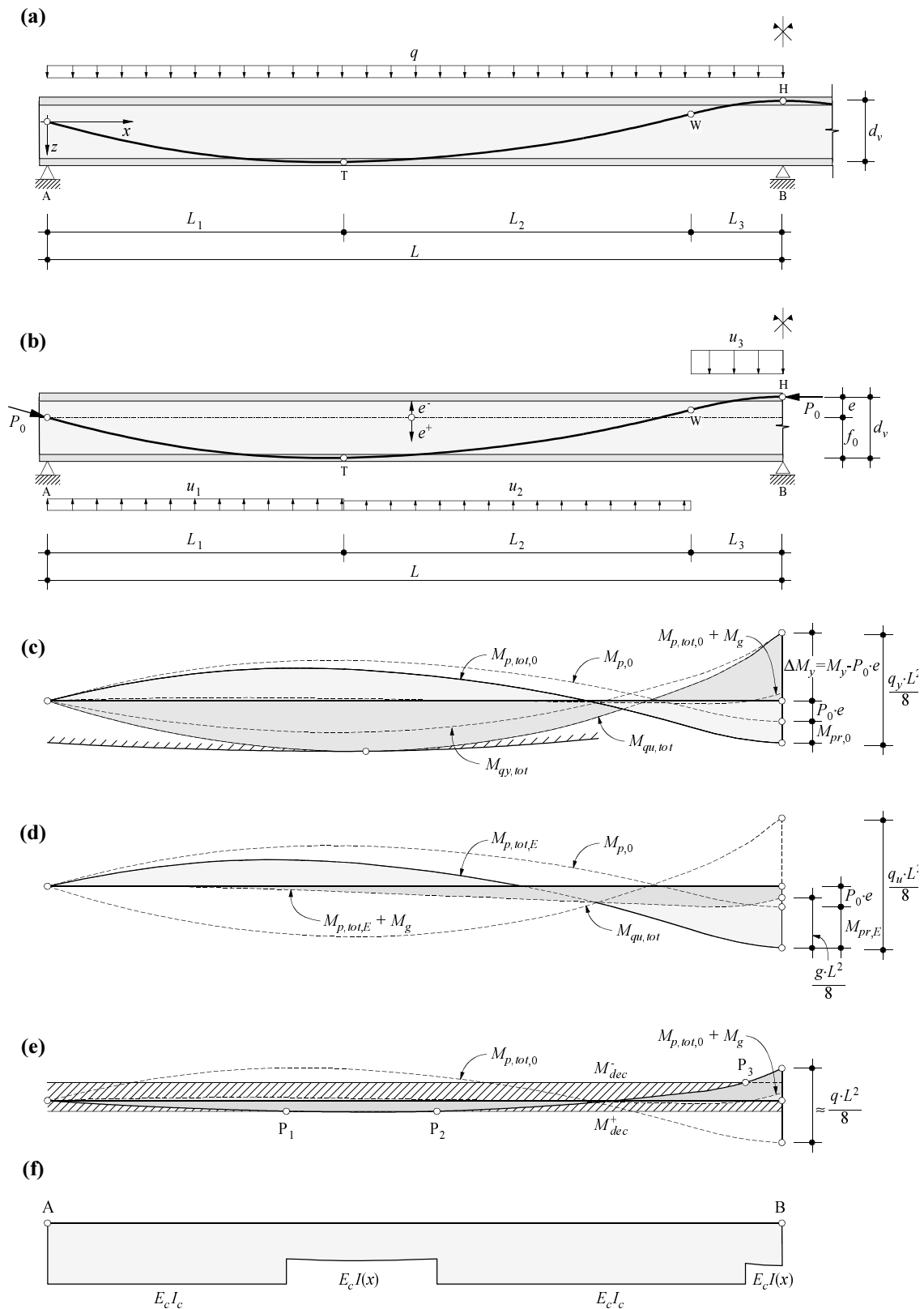
Die erste Deutung ist strenggenommen nur dann gültig, wenn das untersuchte Tragwerk statisch bestimmt ist. Bei statisch unbestimmten Systemen sind wegen des Lastfalls Vorspannung in der Regel Auflagerkräfte nötig, um die geometrischen Randbedingungen zu befriedigen. Die Wirkungslinien der resultierenden Kräfte in Beton und Spannstahl fallen im allgemeinen nicht zusammen. Für die praktische Anwendung hat sich weitgehend die zweite Deutung des Lastfalls Vorspannung durchgesetzt. Unabhängig von der statischen Bestimmtheit des betrachteten Systems lassen sich Schnittgrössen im Betonkörper bestimmen.

Der Eigenspannungszustand aus der Vorspannung beeinflusst bei linear elastisch-ideal plastischem Materialverhalten die Grösse der Traglast nicht. Dieses Erkenntnis ist keineswegs neu, hingegen lässt sich der Verformungsbedarf bis zum Erreichen der Traglast nur unter Berücksichtigung des Lastfalls Vorspannung quantifizieren. Im weiteren interessieren die Veränderungen des Eigenspannungszustands und damit der Schnittgrössen aus der Wirkung der Vorspannung infolge plastischer Verformungen des Gesamttragwerks.

### 2.3.3 Einfluss plastischer Verformungen

Als Beispiel für die nachfolgenden Betrachtungen dient ein Zweifeldträger gemäss Bild 2.8. Er ist mit einem Spannglied von konstantem Querschnitt vorgespannt. Es wird vereinfachend angenommen, der Träger weise über die ganze Länge eine konstante Biegesteifigkeit  $E_c I_c$  auf, und plastische Verformungen lokalisieren sich in punktförmigen Gelenken. Die Vorspanngeometrie ist Bild 2.8(a) zu entnehmen; sie setzt sich aus drei unterschiedlichen Parabeln zusammen und bewirkt die in Bild 2.8(b) angegebenen Kräfte auf den Betonkörper. Als Belastung wirkt bloss eine symmetrische, gleichmässig verteilte Linienlast  $q$ .

Unter den oben angeführten Annahmen resultiert aus dem Lastfall Vorspannung die auf den Betonquerschnitt wirkende Biegemomentenverteilung  $M_{p,tot,0}$  gemäss Bild



**Bild 2.8** – Vorgespannter Zweifeldträger: (a) Geometrie und Belastung; (b) Lastfall Vorspannung; Biegemomente (c) bis zum Erreichen der Traglast und (d) nach vollständiger Entlastung; (e) Biegemomente und (f) Biegesteifigkeiten nach lokalem Überschreiten des Dekompressionsmomentes.

2.8(c). Sie berücksichtigt die Bedingung einer horizontalen Tangente an die Biegelinie über dem Auflager B und weicht somit von der Biegebeanspruchung  $M_{p,0}$  am statisch bestimmten Grundsystem ab. Die Differenz  $M_{p,tot,0} - M_{p,0} = M_{pr,0}$  entspricht dem Einfluss der statisch unbestimmten Lagerung. Die in der Ingenieurwelt etablierte Bezeichnung für diesen Biegemomentenanteil lautet “Zwängungs-”, “Sekundär-” oder früher “Parasitärmoment”. Insbesondere erstere Bezeichnung kann Verwirrung stiften. Zwang resultiert allgemein aus den Gegebenheiten des statischen Systems, wie z.B. bei behinderter Verkürzung aus Temperatur oder Schwinden. Strenggenommen müssten gemäss dieser Nomenklatur auch die Schnittgrössen aus der äusseren Belastung  $q$  in einen Zwängungsanteil und einen Anteil am Grundsystem aufgeteilt werden. Von dieser Unterscheidung wird aber sinnvollerweise abgesehen.

In der heutigen Ausgabe der Norm SIA 162 [60] wird die Berücksichtigung dieser “Zwängungsschnittgrössen” aus der Wirkung der Vorspannung für den Nachweis der Tragsicherheit freigestellt. Für ein vertiefteres Verständnis des Tragverhaltens einer vorgespannten Tragkonstruktion und damit für eine fundiertere Aussage bezüglich der Tragsicherheit eines bestehenden Betontragwerks kann nur eine angemessene Berücksichtigung des gesamten Lastfalls Vorspannung dienen. Auf diese Weise wird nicht nur das Verständnis für das mögliche Tragverhalten und die Versagensmechanismen gefördert, sondern der Verformungsbedarf zum Erreichen der Traglast kann besser und zuverlässiger berücksichtigt werden.

Zur Frage, ob “Zwängungsschnittgrössen” aus dem Lastfall Vorspannung wegplastifiziert werden können, sind differenzierte Überlegungen notwendig. Zu diesem Zweck wird ein vorgespanntes Zugglied mit einer Betonquerschnittsfläche  $A_c$  und einem Spannglied der Fläche  $A_p$  untersucht. Die Last-Verformungscharakteristik ist dem Bild 2.9(a) zu entnehmen. Die Zugfestigkeit des Betons  $f_{ct}$  wird der Einfachheit halber vernachlässigt. Seine Mitwirkung zwischen den Rissen entfällt somit, und die Dehnungen sind gleichförmig über die ganze Stablänge  $l$  verteilt. Der Lastfall Vorspannung mit der Vorspannkraft  $P_0 = \sigma_{p0}A_p$  erzeugt einen Eigenspannungszustand, in welchem sich die Druckkraft im Betonkörper und die Zugkraft in der Vorspannbewehrung Gleichgewicht halten. Dabei wird das Betonzugglied infolge der Vorspannkraft  $P_0$  gestaucht. In erster Näherung beträgt die Verkürzung des Betonzuggliedes

$$\Delta l_0 = -\frac{\sigma_{p0} \rho_p^n}{E_p} l \quad (2.27)$$

wobei  $\rho_p$  den geometrischen Bewehrungsgehalt  $A_p/A_c$  und  $n$  die Wertigkeit  $E_p/E_c$  darstellen. Üblicherweise sind diese Verkürzungen sehr gering und fallen lediglich bei äusserst stark vorgespannten schlanken Zuggliedern ins Gewicht.

Bei der Belastung des vorgespannten Zuggliedes mit der Zugkraft  $F$  wird die auf den Beton wirkende Vorspannkraft  $P_0$  sukzessive reduziert. Da der Beton des Zuggliedes voraussetzungsgemäss keine Zugfestigkeit aufweist, verändert sich die Steifigkeit bei Erreichen der Dekompression in Punkt B schlagartig. Als Steifigkeit ist bloss noch die

Dehnsteifigkeit des Spannstahles  $E_p A_p$  vorhanden. Bei weiterer Laststeigerung wird in C der Fließbeginn des Spannstahls und bei der Annahme eines linear elastisch-ideal plastischen Materialverhaltens die rechnerische Traglast des Zuggliedes erreicht. Die Verlängerungen des Zuggliedes zwischen der Dekompression und dem Erreichen der Fließlast bzw. in der plastischen Phase betragen

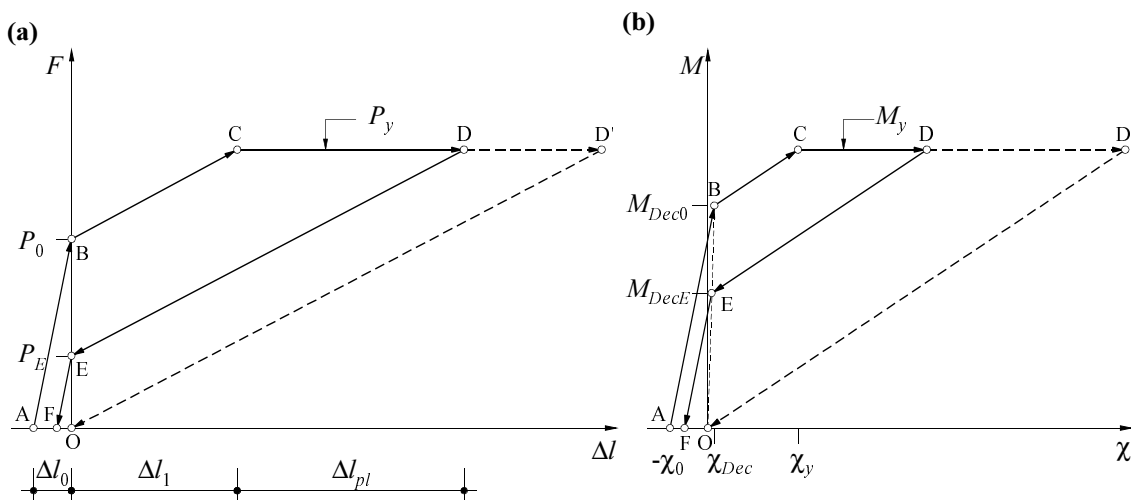
$$\Delta l_1 = \frac{f_{py} - \sigma_{p0}}{E_p} l, \quad \Delta l_{pl} = \epsilon_{pl} l \quad (2.28)$$

Wird das plastische Fließen in D unterbrochen und das Zugglied entlastet, so wird es sich bis zum Punkt E mit der Steifigkeit des nackten Spannstahlquerschnitts verkürzen. Dort wird der Querschnitt wieder komprimiert und folgt somit der ideellen Steifigkeit des Betonquerschnitts. Die Grösse der Kraft  $F$  in E entspricht gleichzeitig der nach vollständiger Entlastung im Zugglied verbleibenden Vorspannkraft  $P_E$ . Die Grösse dieser Kraft lässt sich anhand von (2.28) angeben mit

$$P_E = E_p A_p (\epsilon_{p0} - \epsilon_{pl}) \quad (2.29)$$

Dies bedeutet, dass zu einem vollständigen Wegplastifizieren der Vorspannkraft eine der initial im Spannglied vorhandenen Dehnung entsprechende gleich grosse plastische Dehnung erreicht werden muss. Ist dies nicht der Fall, so verbleibt die Vorspannkraft  $P_E$  im Spannglied und erzeugt im Betonzugglied nach wie vor einen Eigenspannungszustand, wenn auch einen solchen von geringerer Intensität. In Grossversuchen [13] wurde dieses Verhalten ausgeprägt festgestellt.

Im allgemeinen sind Spannglieder nicht unbedingt zentrisch im Querschnitt angeordnet, sondern ihre geometrische Konfiguration folgt den aus äusseren Belastungen hervorgerufenen Beanspruchungen. Dies bedeutet, dass sich üblicherweise in jedem untersuchten Schnitt die Grösse des Dekompressions- und des Fließmomentes sowie der



**Bild 2.9** – Vorgespannte Betonquerschnitte: (a) Last-Verformungscharakteristik eines Zuggliedes; (b) Momenten-Krümmungsbeziehung eines Biegeträgers.

jeweiligen Krümmung ändern. Bild 2.9(b) stellt eine Momenten-Krümmungsbeziehung in einem Schnitt eines als Stringerträger idealisierten Biegeträgers dar. Der Lastfall Vorspannung erzeugt im Betonquerschnitt eine initiale Vorkrümmung  $\chi_0$ . Das initiale Dekompressionsmoment  $M_{Dec,0}$  wird dank der äusseren Normalkraft aus der Vorspannung erst beim Punkt B erreicht, wo in der Folge für gesteigerte Momentenbeanspruchungen und bei unverändert vernachlässigter Betonzugfestigkeit eine Abnahme der Biegesteifigkeit stattfindet. Diese Abnahme richtet sich in erster Linie nach der geometrischen Lage des Spanngliedes im Querschnitt. Durchbiegungsberechnungen von vorgespannten Stahlbetonträgern mit variabler Spannglied geometrie sind somit sehr aufwendig, da das zugrundegelegte Momenten-Krümmungsverhalten für jeden Schnitt variiert. Bei statisch unbestimmten Systemen erschwert sich dieser Umstand zusätzlich, da für die Bestimmung überzähliger Grössen Verformungen berechnet werden müssen.

Mit dem Erreichen des Fliessmomentes in C kann die Biegebeanspruchung bei stetiger Zunahme der Krümmung nicht mehr gesteigert werden. In Analogie zum vorgespannten Zugglied wird diese Fliessbeanspruchung in Gedanken nur bis zum Punkt D aufrechterhalten, und der Querschnitt anschliessend wieder entlastet. Diese Entlastung DE findet mit derselben Steifigkeit statt wie bei der Belastung nach Überschreiten des Dekompressionsmomentes. Im Punkt E wird erneut die Kompression des Querschnitts erreicht, und die anschliessende Entlastung EF findet unter Beachtung einer ideellen Biegesteifigkeit  $\approx E_c I_c$  statt.

In einem Tragwerk sind auch unter rechnerischen Bruchlasten ( $\gamma_R$ -fache Bemessungslasten) die Zonen plastischer Verformungen in der Regel eindeutig lokalisierbar. In den übrigen Bereichen liegen die Biegebeanspruchungen  $M$  unterhalb des jeweiligen Fliessmomentes  $M_y$ . In jedem Schnitt lässt sich dem Biegemoment  $M$  eine entsprechende Krümmung  $\chi$  zuordnen. Da alle möglichen Wertepaare  $M, \chi$  irgendwo auf der Strecke ABC liegen, sind Entlastungen reversible Vorgänge, d.h. der Eigenspannungszustand aus der Vorspannung wird in diesen Bereichen nicht verändert. Für die “Zwängungsmomente” aus dem Lastfall Vorspannung bedeutet dies, dass die Wirkung der Vorspannung nur in solchen Bereichen teilweise verloren geht, wo plastische Verformungen zu einem teilweisen “Wegplastifizieren” des Eigenspannungszustandes geführt haben.

Die Behandlung des vorgespannten Zweifeldträgers von Bild 2.8 wird unter diesem Gesichtspunkt wieder aufgenommen. Als totale Vorspannmomente wirken die zuvor besprochenen  $M_{p,tot,0}$ . Der Träger wird nun ausgehend von diesem initialen Eigenspannungszustand belastet, bis über dem Mittelaufleger das Fliessmoment erreicht wird. Da die Wirkung der Vorspannung auf der Lastseite berücksichtigt ist, beträgt der mobilisierbare Biege widerstand durch die Zunahme der Zugkraft im Spannglied

$$\Delta M_y = M_y - P_0 e = (P_y - P_0) \cdot e + P_y f_0 = P_y d_v - P_0 e \quad (2.30)$$

Wegen der konstanten Biegesteifigkeit des Trägers gilt ferner



$$\frac{q_y l^2}{8} = \Delta M_y + M_{p,tot,0}(l) = P_y d_v + M_{pr,0} \quad (2.31)$$

d.h. die Grösse der FlieSSLast  $q_y$  ist direkt von den Zwangbeanspruchungen abhängig. Sämtliche Lasten  $\Delta q = q - q_y > 0$  werden vom Träger als einfachen Balken abgetragen. In B bildet sich für solche Verhältnisse ein plastisches Gelenk aus, dessen erforderlicher Gelenkwinkel

$$\Theta_B = \frac{\Delta q l^3}{24 E_c I_c} \quad (2.32)$$

beträgt. Dieser plastische Gelenkwinkel  $\Theta_B$  muss auch nach erfolgter vollständiger Entlastung im Gelenk B vorhanden bleiben. Die Annahme eines punktförmigen plastischen Gelenkes setzt voraus, dass die Vorspannkraft bereits unmittelbar neben dem Gelenk wieder als voll wirksam angenommen werden darf. Diese Voraussetzung bedeutet, dass der Eigenspannungszustand der Vorspannung mit Ausnahme der Gelenkzone nicht tangiert wird, d.h. sämtliche Vorspannkabel entlang OTWH verhalten sich bis zum Erreichen der Traglast  $q_u$  elastisch. Mit der Arbeitsgleichung findet man den Ausdruck

$$[M_{p,tot,E}(l) - M_{p,tot,0}(l)] \frac{l}{3 E_c I_c} = \frac{\Delta q l^3}{24 E_c I_c} \quad (2.33)$$

Das verbleibende Moment aus dem Lastfall Vorspannung  $M_{p,tot,E}(l)$  kann auch so berechnet werden, indem man den Träger nach dem Überschreiten der FlieSSLast  $q_y$  mit einer nach oben gerichteten Last  $q$  belastet. Das Biegemoment über der Stütze wird somit zu

$$M_{p,tot,E}(l) = -\Delta M_y + \frac{q l^2}{8} = -[(P_y - P_0) \cdot e + P_y f_0] + P_y d_v + M_{pr,0} + \frac{\Delta q l^2}{8} \quad (2.34)$$

und die Ausdrücke (2.33) und (2.34) stimmen miteinander überein. Die Veränderung der ‘‘Zwängungsmomente’’ lässt sich beschreiben als

$$M_{pr,E} = \frac{\Delta q l^2}{8} + M_{pr,0} \quad (2.35)$$

Gleichung (2.35) verdeutlicht, dass sich ‘‘Zwängungsmomente’’ aus dem Lastfall Vorspannung beim Auftreten plastischer Verformungen, d.h.  $\Delta q = q - q_y > 0$  immer verändern. Müssen initiale ‘‘Zwängungsmomente’’ zur Wahrung der Kompatibilität eine Rotation erzwingen, die denselben Drehsinn aufweist, wie spätere plastische Verdrehungen, so ist nach vollständiger Entlastung mit einer Vergrößerung der ‘‘Zwängungsmomente’’ und demnach mit einer Vergrößerung der totalen Stützenmomente aus dem Lastfall Vorspannung  $M_{p,tot,E}(l)$  zu rechnen. In Wirklichkeit ist eine vollständig Entlastung des Trägers kaum möglich, da zumindest seine Eigenlasten  $g$  wirken. Die Möglichkeit, dass die

Beanspruchung  $M_{p,tot,E} + M_g$  im Bereich der Zwischenstütze B den Tragwiderstand des Trägers erreicht, ist somit eher gering.

Der plastische Gelenkwinkel  $\Theta_B$  erreicht seinen Maximalwert mit dem Erreichen der Traglast  $q_u$ . Da aber bloss die Differenz  $\Delta q_u = q_u - q_y$  einen Einfluss auf  $\Theta_B$  ausübt, können durch geschickte Wahl der Vorspannkonfiguration die erforderlichen plastischen Gelenkwinkel  $\Theta_B$  reduziert werden, indem die Fliesslant  $q_y$  und die Traglast  $q_u$  von ähnlicher Grösse sind.

Bis hierher wurde ausschliesslich von einem Träger mit linear elastisch-ideal plastischer Momenten-Krümmungsbeziehung ausgegangen. Diese Annahme ist im Grunde genommen nur bis zum Erreichen des Dekompressionsmomentes in einem beliebigen Schnitt gerechtfertigt. Wie sich die Berücksichtigung einer variablen Biegesteifigkeit  $E_c I_c(x)$  auf die Grösse der ‘‘Zwängungsmomente’’ auswirkt, soll anhand der Bilder 2.8(e) und (f) erläutert werden.

Liegen bei vorgespannten Querschnitten die initial vorhandenen Druckresultierenden im Beton und die resultierende Zugkraft in den Spanngliedern auf derselben Höhe, so erzeugen sie am Gesamtsystem keine Schnittgrössen. Das Aufbringen der Vorspannkraft ist immer mit der Kompensation eines gewissen Teils der Eigenlast verbunden, so dass die Druckresultierende nach oben wandert. Das positive Dekompressionsmoment wird dann erreicht, wenn die Druckresultierende im oberen Kernpunkt  $k_{sup}$  des Querschnitts zu liegen kommt. Entsprechendes gilt für das negative Dekompressionsmoment. Die Grösse der Dekompressionsmomente lässt sich somit beschreiben als:

$$M_{Dec}^+ = (k_{sup} + e^+)P_0 \quad , \quad M_{Dec}^- = -(k_{inf} + e^-)P_0 \quad (2.36)$$

Anders als bei nicht vorgespannten Trägern sind Dekompressionsmomente bei der Anwendung von Vorspannung nicht allein von der Querschnittsform sondern insbesondere auch von der Vorspanngeometrie abhängig. Sobald die Momente aus äusseren Lasten und aus allfälligen ‘‘Zwängungsmomenten’’ das Dekompressionsmoment erreicht haben, geht der Querschnitt vom homogenen in den gerissenen Zustand über. Dies ist dann der Fall, wenn folgende Bedingungen gelten:

$$M_q + M_{pr,0} > (k_{sup} + e^+)P_0 \quad , \quad M_q + M_{pr,0} < -(k_{inf} + e^-)P_0 \quad (2.37)$$

Wird wie beim untersuchten Zweifeldträger die Wirkung der Vorspannung auf den Betonquerschnitt allein z.B. durch die Einführung von Anker- und Umlenkkräften auf der Lastseite bereits berücksichtigt, so reduzieren sich die Dekompressionsmomente selbstverständlich ebenfalls um den Anteil  $e^+P_0$  bzw.  $-e^-P_0$ . (2.37) lässt sich demnach auch wie folgt formulieren:

$$M_q + M_{p,tot,0} > k_{sup}P_0 = M_{Dec}^+ \quad , \quad M_q + M_{p,tot,0} < -k_{inf}P_0 = M_{Dec}^- \quad (2.38)$$

Die Biegebeanspruchung  $M_g + M_{p,tot,0}$  aus Eigenlast und Vorspannung liegt gemäss Bild 2.8(e) innerhalb der Grenzen gemäss (2.38). Die Annahme einer homogenen Biege-

steifigkeit ist somit berechtigt. Wird die Belastung auf den Wert  $q$  erhöht, so wird in den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  das positive und in  $P_3$  das negative Dekompressionsmoment überschritten. Da die gerissenen Steifigkeiten wegen der unterschiedlichen Lage der Vorspannbewehrung für jeden Querschnitt ändern, ist zur Bestimmung einer beliebigen Momentenverteilung  $M_q$  ein iteratives Vorgehen nötig. Erst beim Erreichen der Fließlast  $q_y$  ist die Momentenverteilung für zusätzliche Belastungen eindeutig definiert. Die plastischen Verformungen bis zum Erreichen der Traglast bleiben jedoch steifigkeitsabhängig. Üblicherweise fällt die Veränderung der “Zwängungsmomente” durch plastische Verformungen geringer aus, als bei einer analogen Rechnung mit konstanter Steifigkeit.

Die Überlegungen zum Lastfall Vorspannung lassen folgende Schlüsse zu:

- In einem statisch unbestimmten System treten aus dem Lastfall Vorspannung in der Regel immer “Zwängungsschnittgrößen” auf.
- Der Eigenspannungszustand aus der Vorspannung wird nur in Zonen plastischer Verformungen im Spannstahl verändert.
- Nach dem Überschreiten der Fließlast auftretende plastische Verformungen führen nicht zum Verschwinden der “Zwängungsmomente”, da in den Bereichen ohne plastische Verformungen der Eigenspannungszustand aus der Vorspannung nicht verändert wird.
- Müssen initiale “Zwängungsmomente” zur Wahrung der Kompatibilität eine Rotation erzwingen, die denselben Drehsinn aufweist, wie spätere plastische Verdrehungen, so ist nach vollständiger Entlastung mit einer Vergrößerung der “Zwängungsmomente” zu rechnen. Die Vergrößerung ist dann ausgeprägter, wenn zur Bestimmung der plastischen Verformungen von konstanten Biegesteifigkeiten ausgegangen wird.

## 2.4 Einwirkungen

### 2.4.1 Einleitung

Die Norm SIA 160 [52,55,58] legt die bei der Bemessung von Tragkonstruktionen zu berücksichtigenden Einwirkungen fest. Im Laufe der Zeit haben sich die Lastmodelle und die zugehörigen Kennwerte verändert. Im Sinne einer vergleichenden Analyse werden diese Veränderungen rechnerisch erfasst und anhand von Parameterstudien mit den heute gültigen Grundlagen der Norm SIA 160, Ausgabe 1989 [58] verglichen. Auf diese Weise können Verluste oder Gewinne an rechnerischer Tragsicherheit eines Tragwerks abgeschätzt werden, die allein auf die zur Zeit der Projektierung gültigen Belastungsannahmen zurückzuführen sind und nichts mit dem Bemessungskonzept der untersuchten Tragkonstruktion zu tun haben.

Die dargelegten Untersuchungen beschränken sich auf Brückenbauten. Deshalb werden im folgenden Strassenlasten sowie Bahnlasten für Normal- und Schmalspurbahnen der einzelnen Normengenerationen miteinander verglichen. Es wird sowohl auf die Entwicklung der Lastanordnung und der Kennwerte als auch auf die geometrischen Randbedingungen eingegangen. Sowohl Strassenlasten als auch Bahnlasten sind in dieser Hinsicht bereits an anderer Stelle untersucht worden [48,51]. Die hier aufgeführten Überlegungen stellen somit eine ergänzende Betrachtung dar und konzentrieren sich ausschliesslich auf die Brückenlängsrichtung. Ferner vernachlässigen sie Partialsicherheitsfaktoren und Widerstandsbeiwerte, d.h. der Vergleich konzentriert sich auf Gebrauchslasten.

Als massgebende Vergleichsgrösse wird die gesamte über die Brückenfläche einer einzelnen Spannweite integrierte Nutzlast definiert. Für die Bahnlasten fliesst anstelle der Brückenbreite die Anzahl der Gleise in die Berechnung ein. Dynamische Effekte werden durch die Stosszuschläge  $\varphi$  [52,55] respektive den dynamischen Beiwert  $\Phi_{dyn}$  [58] berücksichtigt und zu Vergleichszwecken jeweils direkt in die Kennwerte miteinbezogen. Dabei werden die Stosszuschläge  $\varphi$  in eine mit  $\Phi_{dyn}$  direkt vergleichbare Form gebracht.

#### 2.4.2 Strassenlasten

Die Entwicklung der Strassenlasten gemäss der Norm SIA 160 ist Bild 2.10 zu entnehmen. Eine Zusammenstellung und gewisse Parameterstudien sind in [48] veröffentlicht worden. In der Norm SIA 160, Ausgabe 1956 und 1970 [52,55] wird die Fahrbahn getrennt von den Gehwegen behandelt; ebenso wird zwischen Haupt- und Nebenstrassen [52], respektive Normalbelastung und herabgesetzter Belastung [55] unterschieden. Solche Fallunterscheidungen sind in der heutigen Norm SIA 160 [58] nicht mehr zu finden.

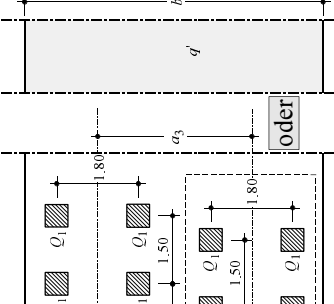
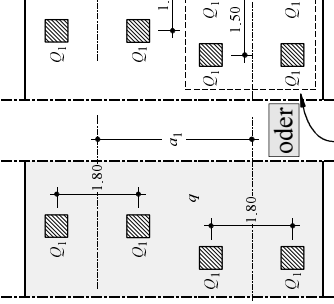
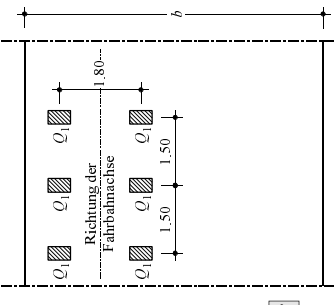
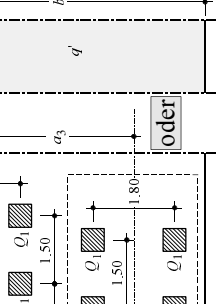
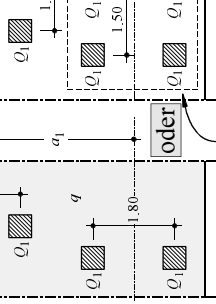
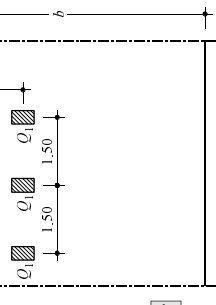
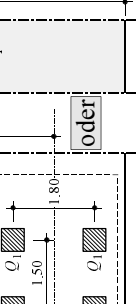
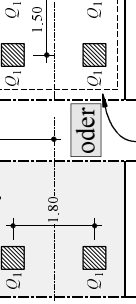
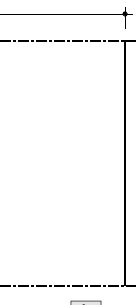
Ähnlich geblieben hingegen sind sich die Modellvorstellungen der einzelnen Lastmodelle. In allen drei Normen werden Achslasten, verteilte Lasten und Achslastgruppen berücksichtigt. Diese Lasten repräsentieren folgende Verkehrs- und Belastungszustände:

- Achslasten: Konzentrierte Wirkung einer Achse oder Achsgruppe.
- Verteilte Lasten: stillstehender oder langsam fahrender Personen- und/oder Lastwagenverkehr.
- Achslastgruppen: Normlastenzüge auf Routen für Ausnahmetransporte.

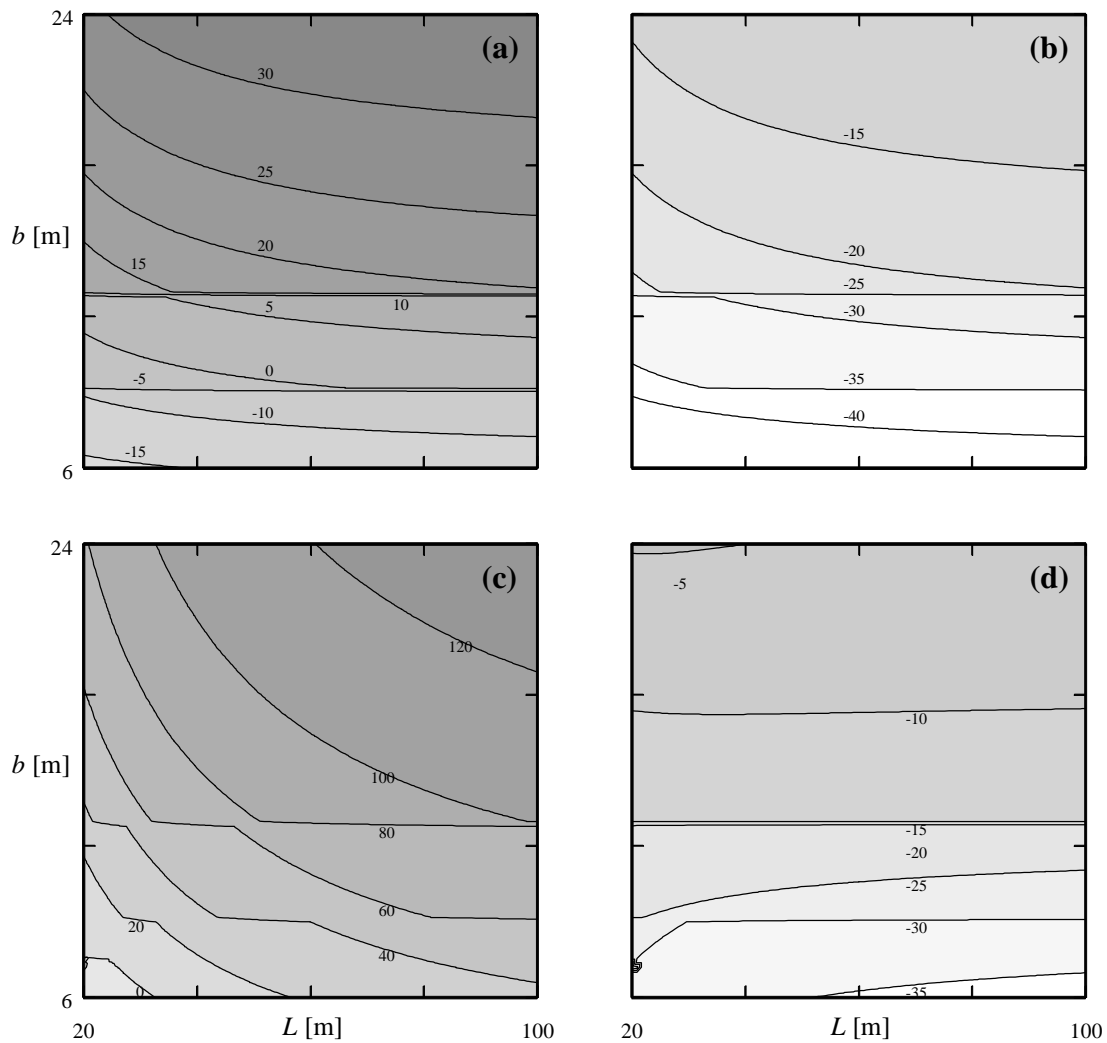
Für die Ausgaben 1956 und 1970 der Norm SIA 160 lässt sich die über die Fläche  $A$  eines Brückenfeldes integrierte Nutzlast  $Q$  angeben als

$$Q = \max \left( \int_A (q \cdot \Phi_{dyn}) dA + \sum Q \cdot \Phi_{dyn} \right) \quad (2.39)$$

Diese in der Folge mit  $Q_{1956}$  und  $Q_{1970}$  bezeichneten Grössen werden mit dem heutigen Normwert  $Q_{1989}$  verglichen. Die prozentualen Abweichungen gegenüber letzterem wer-

SIA Norm 160 Strassenlasten	Ausgabe 1956 [52]	Ausgabe 1970 [55]	Ausgabe 1989 [58]
<p>Fahrbahn</p>	 <p><math>\alpha_1 \geq 2.5 \text{ m}</math>  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\Phi_2}{100}</math>  <math>\Phi_2 = 5 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math>  <math>L</math>: Stützweite [m]  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\Phi_2}{100} \cdot \frac{1}{3}</math></p>	 <p>zusätzliche Lastengruppe bei vier und mehr Fahrspuren  <math>\alpha_1 \geq 2.5 \text{ m}</math>; <math>\alpha_3 \geq 5.0 \text{ m}</math> <math>b</math>: Breite der Verkehrsfläche  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\Phi_2}{100}</math>  <math>\Phi_2 = 5 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math> <math>L</math>: Stützweite [m]  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\Phi_2}{100} \cdot \frac{1}{3}</math></p>	 <p><math>b''</math>: Breite der Verkehrsfläche (inkl. Gehwege)</p>
<p>Gehwege</p>	 <p><math>a_2 \geq 0.35 \text{ m}</math>  <math>\Phi_{dyn} = 1</math></p>	 <p><math>b'</math>: Breite des Gehweges  <math>\Phi_{dyn} = 1</math></p>	
<p>Kennwerte</p>	<p>Hauptstrassen</p> <p><math>Q_1 = 75 \text{ kN}</math>  <math>Q_2 = 60 \text{ kN}</math>  <math>q = 3.6 \text{ kNm}^{-2}</math></p>	<p>Nebenstrassen</p> <p><math>Q_1 = 50 \text{ kN}</math>  <math>Q_2 = 40 \text{ kN}</math>  <math>q = 2.4 \text{ kNm}^{-2}</math></p>	<p>herabgesetzte Belastung</p> <p><math>Q_1 = 75 \text{ kN}</math>  <math>Q_2 = 50 \text{ kN}</math>  <math>q = 2.5 \text{ kNm}^{-2}</math>  <math>q' = 0.0 \text{ kNm}^{-2}</math></p>
<p>Aufsitzflächen</p>			

**Bild 2.10** – Norm SIA 160 – Strassenlasten: Entwicklung seit 1956. Abmessungen in m.



**Bild 2.11** – Strassenlasten, Norm SIA 160, Ausgaben 1956 [52] und 1970 [55]: Prozentuale Abweichungen  $\Delta Q_{1956}$  und  $\Delta Q_{1970}$  von den Kennwerten gemäss [58] für (a) Hauptstrassen [52]; (b) Nebenstrassen [52]; (c) Normalbelastung [55]; (d) herabgesetzte Belastung [55].

den mit  $\Delta Q_{1956}$  respektive  $\Delta Q_{1970}$  bezeichnet. Bild 2.11 stellt diese Abweichungen für verschiedene Brückenbreiten  $b$  und Spannweiten  $L$  dar. Der Einfachheit halber werden Gehwege unabhängig von der Brückenbreite vernachlässigt. Es fällt auf, dass die maximalen Nutzlasten  $Q$  gemäss (2.39) in beiden früheren Ausgaben der Norm SIA 160 für grosse Brückenbreiten und Spannweiten z.T. massiv über den heute zu verwendenden Werten zu liegen kommen. Demgegenüber ist bei Brücken von Nebenstrassen [52] oder solchen mit herabgesetzter Belastung [55] ein Defizit von 10 bis 30% der Nutzlasten gemäss [58] vorhanden.

### 2.4.3 Bahnlasten Normalspur

In Bild 2.12 ist die Entwicklung der Bahnlasten in der Norm SIA 160 seit 1956 festgehalten. Eine quantitative Beurteilung dieser Entwicklung ist in [51] publiziert worden. Darin werden die verschiedenen Lastmodelle miteinander verglichen und für verschiedene Spannweiten und Brückentypen quantifiziert. An dieser Stelle soll im Sinne einer Ergänzung auf die wichtigsten Entwicklungen seit 1956 hingewiesen werden.

In der Ausgabe 1956 [52] werden Kennwerte für Bahnlasten von Normalspurbahnen sehr detailliert beschrieben. Bezüglich der Grösse der Kennwerte wird zwischen Haupt- und Nebenbahnen unterschieden, die ihrerseits zum einen Hauptbahnen im Flachland und im Gebirge und zum anderen Nebenbahnen mit normalem und reduziertem Güterverkehr berücksichtigen. Für die Lastmodelle geht man von Achslasten für die Lokomotiven sowie Achs- oder verteilten Lasten für die Güterwagen aus, die auf verschiedene Weise geometrisch konfiguriert werden.

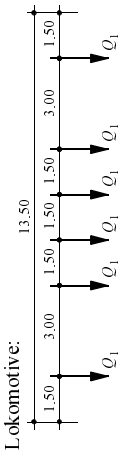
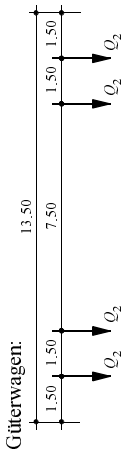
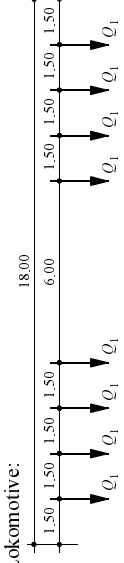
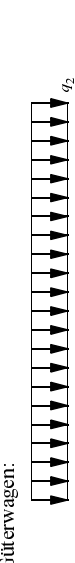
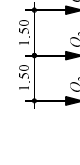
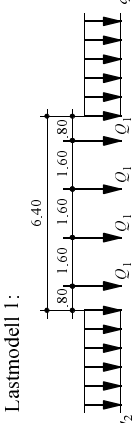
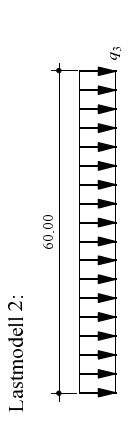
Die Ausgabe 1970 [55] verzichtet auf eine Unterscheidung zwischen Haupt- und Nebenbahnen. Üblicherweise wird der Bemessung eine Kombination aus Lokomotiv- und Güterwagenbelastung zugrundegelegt. Lokale Beanspruchungsspitzen werden durch eine alternativ anzuordnende Dreiachsgruppe berücksichtigt. Güterwagenbelastungen werden in dieser Ausgabe bloss noch durch eine verteilte Belastung berücksichtigt, auf eine Betrachtung von Achslasten ist verzichtet worden.

In der heute gültigen Ausgabe [58] wird zwischen einem Lastmodell 1 und 2 unterschieden. Das Lastmodell 1 beschreibt das Zusammenwirken einer Lokomotive mit beidseitig angehängten Güterwagen, ist aber selber kein direktes Abbild eines Nutzungszustandes, da sowohl die im Lastmodell 1 berücksichtigte Länge einer Lokomotive als auch beidseitig angehängte Güterwagen einer vereinfachenden Modellbildung der in der Regel komplexen Betriebslasten entsprechen. Das Lastmodell 2 repräsentiert einen Schwervertransportwagen, der je nach Verkehrs- und Bahnverhältnissen zu berücksichtigen ist. Zusätzlich wird die Belastungskonfiguration für mehrspurige Bauwerke spezifiziert. Die dynamischen Stosszuschläge  $\phi$  wurden für die Ausgabe 1970 unverändert von der Ausgabe 1956 übernommen. Erst in der Ausgabe 1989 [58] wurde der dynamische Beiwert  $\Phi_{dyn}$  in Abhängigkeit der Einflusslänge  $L_\phi$  neu definiert.

Die maximale Nutzlast  $Q$  der Ausgaben 1956 und 1970 lässt sich für Bahnbrücken mit  $i$  Gleisen wie folgt definieren:

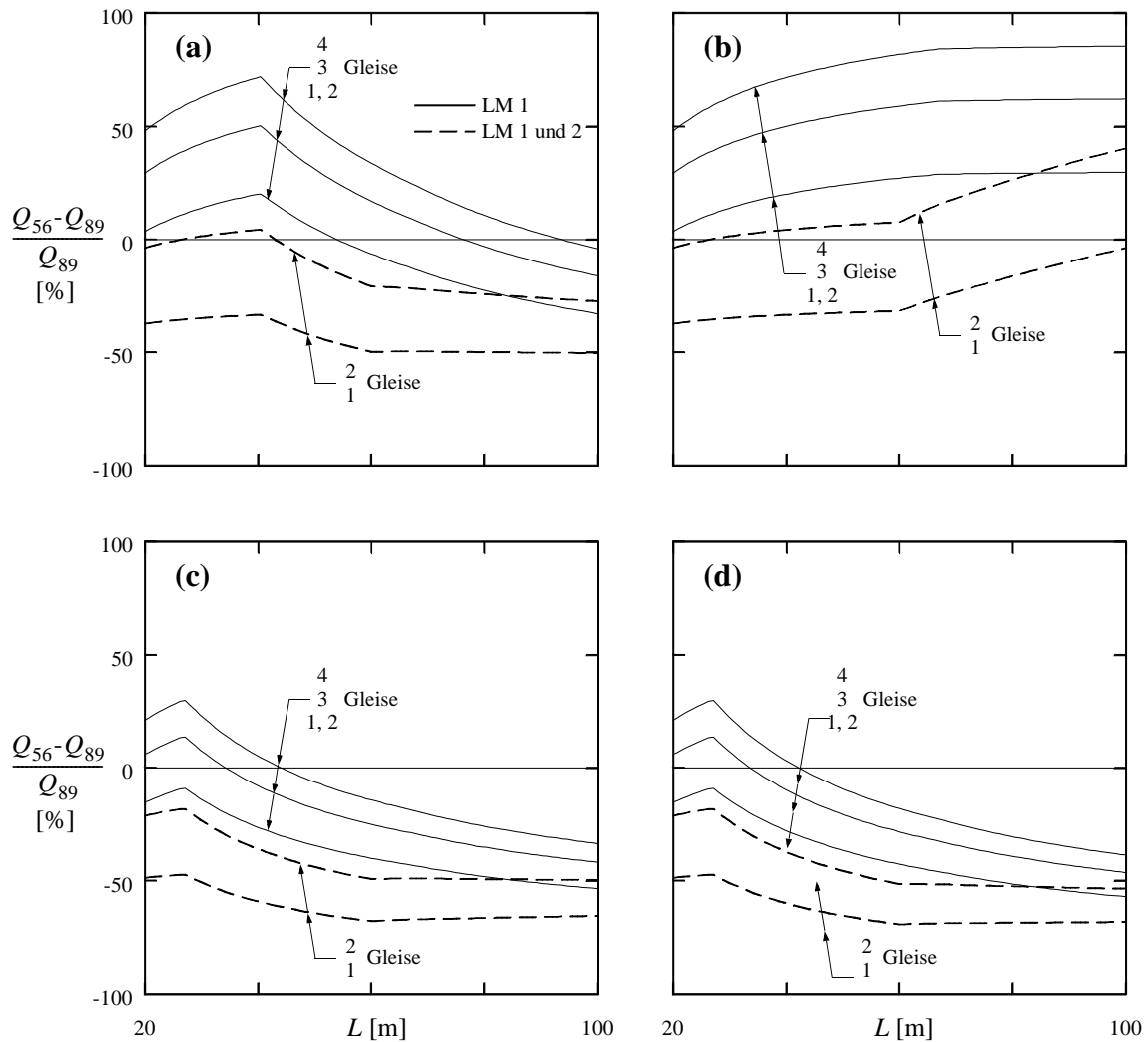
$$Q = \max \left( \int_L (q \cdot \Phi_{dyn} \cdot i) dL + \sum Q \cdot \Phi_{dyn} \cdot i \right) \quad (2.40)$$

Erst in der aktuellen Ausgabe der Norm SIA 160 wurde für Tragwerke mit mehr als zwei Gleisen eine Reduktion ( $\lambda(i)$ ) der Nutzlasten vorgesehen, so dass (2.40) für die Ausgabe 1989 modifiziert werden muss:

SIA Norm 160 Bahnlasten Normalspur	Ausgabe 1956 [52]	Ausgabe 1970 [55]	Ausgabe 1989 [58]
Geometrie	<p>Lokomotive: </p> <p>Güterwagen: </p> <p><math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\varphi_1}{100}</math> <math>\varphi_1 = 7 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math> <math>L</math>: Stützweite [m]</p>	<p>Lokomotive: </p> <p>Güterwagen: </p> <p>Achsgruppe: </p> <p><math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\varphi_1}{100}</math> <math>\varphi_1 = 7 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math> <math>L</math>: Stützweite [m]</p>	<p>Lastmodell 1: </p> <p>Lastmodell 2: </p> <p><math>\Phi_{dyn} = \frac{1.44}{\sqrt{\varphi}} - 0.2 + 0.82</math> <math>\varphi</math>: Einflusslänge [m]  <math>1.0 \leq \Phi_{dyn} \leq 1.67</math></p>
Beschreibung	<p>Hauptbahnen</p> <p>3 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl einseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_2</math>) <b>oder</b> auf Bergstrecken: unbeschränkte Anzahl Lokomotiven (<math>Q_1</math>)</p> <p>Nebenbahnen</p> <p>2 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl einseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_2</math>) <b>oder</b> bei reduziertem Güterverkehr: 2 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl einseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_{2,red}</math>)</p>	<p>2 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl beidseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_2</math>) <b>oder</b> 1 Achsgruppe (<math>Q_3</math>)</p>	<p>Lastmodell 1: 1 Lokomotive (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Länge beidseitig angehängter Wagen (<math>Q_2</math>) <b>oder</b> Lastmodell 2: 1 Schwervertransportwagen (<math>Q_3</math>)</p> <p>mehrspurige Bauwerke (Lasten pro Gleis):  zweigleisig: je 1 Lastmodell 1 <b>oder</b> je 1 Lastmodell 1 oder 2  dreigleisig: je 1 Lastmodell 1 <math>\times</math> 0.8  vier- und mehrgleisig: je 1 Lastmodell 1 <math>\times</math> 0.7</p>
Kennwerte	<p><math>Q_1 = 220</math> kN  <math>Q_2 = 250</math> kN  <math>Q_{2,red} = 200</math> kN</p>	<p><math>Q_1 = 230</math> kN  <math>q_2 = 80</math> kNm<sup>-1</sup>  <math>Q_3 = 250</math> kN</p>	<p><math>Q_1 = 250</math> kN  <math>q_2 = 80</math> kNm<sup>-1</sup>  <math>q_3 = 150</math> kNm<sup>-1</sup></p>

ild 2.12 – Norm SIA 160 – Bahnlasten Normalspur: Entwicklung seit 1956. Abmessungen in m.

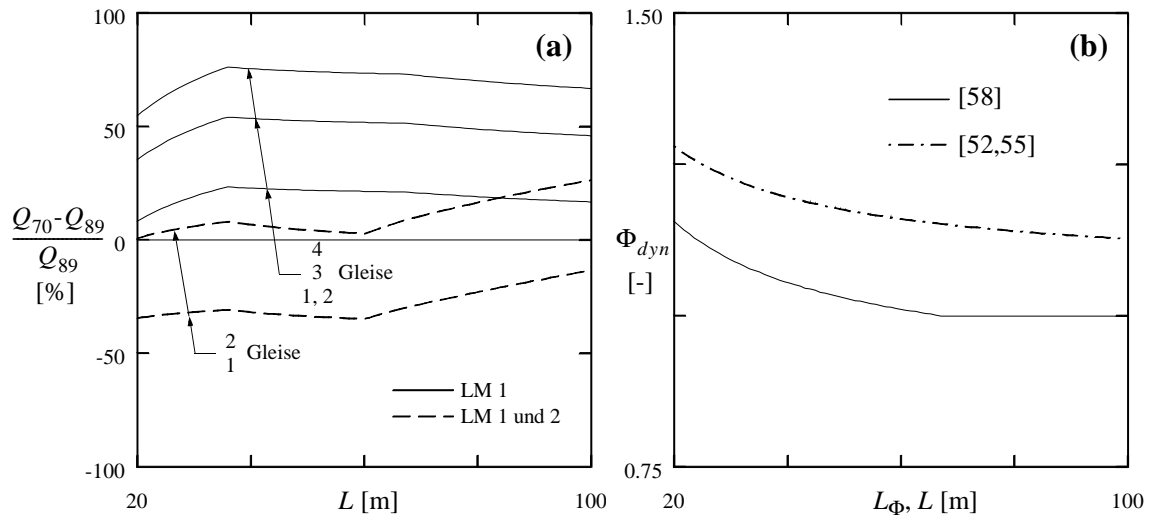




**Bild 2.13** – Bahnlasten für Normalspur, Norm SIA 160, Ausgabe 1956 [52]: Prozentuale Abweichungen von den Kennwerten gemäss [58] für (a) Hauptbahnen; (b) Hauptbahnen auf Bergstrecken; (c) Nebenbahnen; (d) Nebenbahnen mit reduziertem Güterverkehr.

$$Q_{1989} = \max \left( \int_L (q \cdot \lambda(i) \cdot \Phi_{dyn} \cdot i) dL + \sum Q \cdot \lambda(i) \cdot \Phi_{dyn} \cdot i \right) \quad (2.41)$$

Bild 2.12 zeigt einen Vergleich zwischen der Norm SIA 160, Ausgabe 1956 [52] und der aktuellen Ausgabe [58]. Die Ordinaten beschreiben die prozentualen Abweichungen zwischen den beiden Ausgaben. Beschränkt man sich als Vergleichsgrösse zunächst auf das Lastmodell 1 [58], so liegen insbesondere die Kennwerte für Hauptbahnen [52] teilweise beträchtlich über den heute zu berücksichtigenden Werten. Für Tragwerke mit mehreren Gleisen verstärkt sich dieser Trend noch durch die aktuell gültigen Reduktionen



**Bild 2.14** – Bahnlasten für Normalspur, Norm SIA 160, Ausgabe 1970 [55]: (a) Prozentuale Abweichungen von den Kennwerten gemäss [58]; (b) dynamische Beiwerte.

der Kennwerte. Nebenbahnbrücken [52] weisen dagegen insbesondere in der Form ein- oder zweigleisiger, weitgespannter Tragwerke ein Nutzlastdefizit von rund 40% auf.

Wird als Vergleichsbasis für Tragwerke mit einem oder zwei Gleisen das Lastmodell 2 [58] herangezogen, so liegen mit Ausnahme von weitgespannten Brücken auf Bergstrecken überall Nutzlastdefizite gegenüber der aktuellen Ausgabe der Norm SIA 160 vor. Dies schlägt sich wegen des grossen Anteils der Nutzlasten an den Gesamtlasten direkt auf die rechnerisch ausgewiesene Tragsicherheit nieder und verdient entsprechende Beachtung.

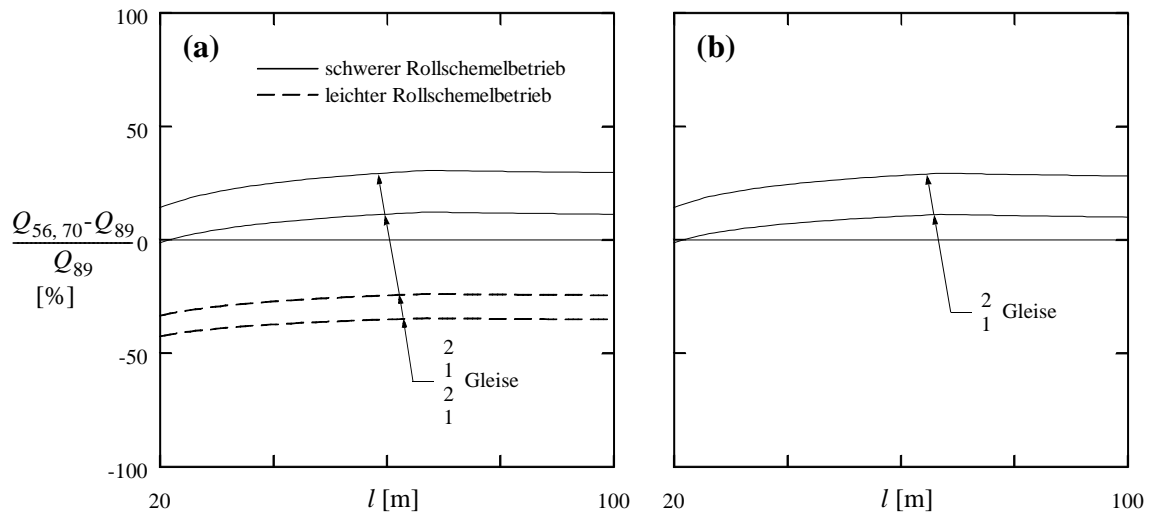
Bild 2.14 veranschaulicht die Verhältnisse für die Ausgabe 1970 der Norm SIA 160. Grundsätzlich liegen ähnliche Verhältnisse vor wie für die Ausgabe 1956. Für Tragwerke mit drei oder vier Gleisen liegen die früheren Kennwerte höher als die aktuell zu berücksichtigenden, währenddem für Brücken mit einem oder zwei Gleisen Nutzlastdefizite von bis zu 35% vorliegen können. Dass in früheren Ausgaben der Norm SIA 160 zum Teil höhere Nutzlasten als heute zu berücksichtigen gewesen sind, lässt sich auch anhand von Bild 2.14(b) verdeutlichen. Währenddem in der aktuellen Ausgabe für  $L_{\Phi} \geq 67.24$  m der dynamische Beiwert  $\Phi_{dyn}$  1.0 beträgt, liegen für diese Grenzlänge die in beiden früheren Ausgaben zu berücksichtigenden Beiwerte 17% höher.

#### 2.4.4 Bahnlasten Schmalspur

Bahnlasten für Schmalspurbahnen werden seit der Ausgabe 1956 der Norm SIA 160 [52] grundsätzlich nach dem Kriterium beurteilt, ob Rollschemelbetrieb berücksichtigt werden muss. In der aktuellen Ausgabe der Norm SIA 160 [58] wird zusätzlich zum Rollbockverkehr auch der Stadt- und Agglomerationsverkehr mit eigenen Kennwerten aufge-

SIA Norm 160 Bahnlasten Schmalspur	Ausgabe 1956 [52]	Ausgabe 1970 [55]	Ausgabe 1989 [58]
<p><b>Geometrie</b></p> <p>                     Lokomotive: 13,50                      Güter- und Motorwagen: 13,50                      Rollscheme: 13,50  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\varphi_1}{100}</math> <math>\varphi_1 = 7 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math> <math>L</math>: Stützweite [m]                 </p>	<p>                     Lokomotive: 13,50                      Güterwagen:                      Vierachs fahrzeug: 13,50  <math>\Phi_{dyn} = 1 + \frac{\varphi_1}{100}</math> <math>\varphi_1 = 7 \cdot \frac{100 + L}{10 + L}</math> <math>L</math>: Stützweite [m]                 </p>	<p>                     Lastmodell 3 und 4:                      Lastmodell 5:                      Lastmodell 6:  <math>\Phi_{dyn} = \frac{1.44}{\sqrt{I_{\Phi}}} + 0.82</math> <math>I_{\Phi}</math>: Einflusslänge [m]  <math>1.0 \leq \Phi_{dyn} \leq 1.67</math> </p>	
<p><b>Beschreibung</b></p>	<p><b>Lokomotivbetrieb</b></p> <p>2 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl einseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_2</math>)                      oder                      bei Motorwagenbetrieb: unbeschränkte Anzahl Güter- und Motorwagen (<math>Q_2</math>)</p>	<p><b>Normalbelastung</b></p> <p>2 Lokomotiven (<math>Q_1</math>) mit unbeschränkter Anzahl beidseitig angehängter Güterwagen (<math>Q_2</math>)                      oder                      bei Motorwagenbetrieb: unbeschränkte Anzahl Vierachs-fahrzeuge (<math>Q_3</math>)</p>	<p>                     Lastmodell 3: Stadt- und Agglomerationsverkehr                      Lastmodell 4: lokomotivbespannte Züge mit/ohne Rollschemeilverkehr                      Lastmodell 5: Rollbockverkehr                      Lastmodell 6: Rollbockverkehr                      mehrspurige Bauwerke:                      ohne Rollbockverkehr: zwei Gleise Lastmodell 3                      oder                      zwei Gleise Lastmodell 4                      mit Rollbockverkehr: ein Gleis Lastmodell 5/6                      ein Gleis Lastmodell 3/4                 </p>
<p><b>Kennwerte</b></p>	<p> <math>Q_1 = 140</math> kN  <math>Q_2 = 140</math> kN  <math>Q_3 = 120</math> kN                 </p>	<p> <math>Q_1 = 160</math> kN  <math>Q_2 = 70</math> kNm<sup>-1</sup>  <math>Q_3 = 140</math> kN                 </p>	<p>                     Lastmodell 3: <math>Q_1 = 130</math> kN <math>q_2 = 25</math> kNm<sup>-1</sup>                      Lastmodell 4: <math>Q_1 = 160</math> kN <math>q_2 = 50</math> kNm<sup>-1</sup>                      Lastmodell 5: <math>Q_1 = 160</math> kN <math>q_2 = 70</math> kNm<sup>-1</sup>                      Lastmodell 6: <math>Q_1 = 200</math> kN                 </p>

**ild 2.15** – Norm SIA 160 – Bahnlasten Schmalspur: Entwicklung seit 1956. Abmessungen in m.



**Bild 2.16** – Bahnlasten für Schmalspur, Norm SIA 160, Ausgaben 1956 [52] und 1970 [55]: Prozentuale Abweichungen von den Kennwerten (Lastmodelle 4 und 5) gemäss [58] für (a) Rollschemelbetrieb [52]; (b) spezielle Belastung [55].

nommen. Insgesamt müssen vier unterschiedliche Lastmodelle unterschieden werden. Tragwerke mit mehrspurigen Gleisanlagen erfordern ausserdem unterschiedliche Kombinationen der vier Lastmodelle. Eine detaillierte Zusammenstellung der Verhältnisse der aktuellen Ausgabe der Norm SIA 160 [58] sowie deren vorangegangenen Ausgaben [52,55] sind in Bild 2.15 zusammengefasst.

Bild 2.16 zeigt einen Vergleich zwischen den drei in Bild 2.15 beschriebenen Ausgaben. Wiederum werden prozentuale Abweichungen zwischen den früheren und der aktuellen Ausgabe festgehalten. Schwerer und leichter Rollschemelbetrieb [52] sowie Normalbelastung [55] werden mit den Lastmodellen 4 und 5 [58] verglichen. Es werden Tragwerke mit einem oder zwei Gleisen berücksichtigt. Es fällt auf, dass wegen des tendenziell höheren dynamischen Beiwerts  $\Phi_{dyn}$  die maximale Nutzlast  $Q$  der früheren Ausgaben leicht höher liegt, vgl. Bild 2.14(b). Dieser Effekt wird überdies verstärkt, wenn mehrere Gleise belastet werden. Bei sehr grossen Spannweiten und zwei Gleisen liegen die maximalen Nutzlasten  $Q_{1956}$  respektive  $Q_{1970}$  um rund 25% über den Werten  $Q_{1989}$ . Auf eine Reduktion des dynamischen Beiwerts  $\Phi_{dyn}$  infolge geringer Ausbaugeschwindigkeit ( $v < 60$  km/h) gemäss [58] wurde im vorliegenden Vergleich verzichtet.



# 3 Rechnerische Überprüfungen

## 3.1 Einleitung

Im Zusammenhang mit der Erhaltung bestehender baulicher Infrastruktur stellt die Beurteilung der Tragsicherheit eine der wichtigsten Aufgaben dar. Sie ist Teil der Zustandsbeurteilung, die ihrerseits mit der Zustandserfassung, der Massnahmenempfehlung und schliesslich mit der Projektierung und Ausführung baulicher Massnahmen in direktem Zusammenhang steht. Die Beurteilung der Tragsicherheit basiert zum grössten Teil auf den Resultaten rechnerischer Überprüfungen, deren Detaillierungsgrad sich in erster Linie nach der Grösse und Art des Bauwerks sowie nach der Schwere der festgestellten Mängel und Schäden richtet.

Für die rechnerischen Überprüfungen orientiert man sich üblicherweise an den gültigen Normen für Neubauten. Die vor rund zehn Jahren beendete grundlegende Überarbeitung der wichtigsten schweizerischen Konstruktionsnormen im Bauwesen [58,59,60] führte dazu, dass Tragwerke, deren Bau in eine Zeit früherer Normengenerationen [52,53,54,55] fiel, nicht nur bezüglich der zu berücksichtigenden Einwirkungen sondern insbesondere auch bezüglich des Bemessungs- und Nachweiskonzeptes markante Unterschiede zu Neubauten unserer Zeit aufweisen. Im Betonbau sind mit der Richtlinie 34 [57] im Jahre 1975 Grundlagen geschaffen worden, die mit gewissen Ausnahmen heute noch ihre Gültigkeit haben.

In Grossbritannien liegt eine spezielle Normen für die Überprüfung bestehender Betonbauten vor [8]. In der Schweiz ist eine Richtlinie [61] vorhanden, die in gewissen Fällen Reduktionen der Lastfaktoren zulässt. Sie sieht hingegen nicht vor, als Ergänzung zur Anwendung von statischen Grenzwerten für die Traglast gemäss [60] auch obere Grenzwerte der Traglast für praktische Anwendungen zu berücksichtigen. Auf diese Weise kann zwar eine Zweiklassengesellschaft der Bauwerke so weit wie möglich verhindert werden, eine Vielzahl von älteren Betonbauten würden jedoch bei einer rechnerischen Überprüfung einzig anhand der vorhin erwähnten Normenwerke und Richtlinien statisch gesehen nicht genügen.

In diesem Kapitel werden ausgehend von der Norm für Neubauten [60] mögliche weiterführende rechnerische Überprüfungen an Betonbauten aufgezeigt. Neben diskontinuierlichen Spannungsfeldern ohne und mit Vorspannbewehrung werden auch obere Grenzwerte aus kinematisch zulässigen Verschiebungszuständen zur Bestimmung der Traglast angewendet. Ziel solcher rechnerischer Überprüfungen ist es, durch sukzessives

Verfeinern der beiden Grenzwerte eine ausreichend schmale Bandbreite definieren zu können, innerhalb welcher die Traglast aller Voraussicht nach liegt.

## 3.2 Grundlagen von Spannungsfeldern

### 3.2.1 Einleitung

Fachwerkmodelle sind seit Hennebique, Ritter [49] und Mörsch [35,36,37] bekannt. Allerdings vermochten sich diese Modelle erst in den letzten Jahrzehnten international durchzusetzen. Hennebique ist es zu verdanken, dass die Fachwerkanalogie im Betonbau Einzug hielt. Ritter bezweifelte jedoch ihre Tauglichkeit zur Modellierung der wirklichen Verhältnisse. Erst Versuche von Mörsch bestätigten die Modellvorstellungen der Fachwerkanalogie. Mit weiteren Verfeinerungen gelang es ihm zudem, Einflüsse des Längs- und Bügelbewehrungsgehaltes, des Gurtkraftverlaufes, der Spannweitenverhältnisse und der Beanspruchungsintensität zu erfassen. Er erörterte auch die Möglichkeit direkter Abstütungen auf das Auflager, die den Schluss zuliessen, dass nicht unbedingt die gesamte Querkraft von der Bügelbewehrung aufgenommen werden musste.

Zunächst wurde ausschliesslich von einem Fachwerk mit unter  $45^\circ$  geneigten Betondruckdiagonalen ausgegangen. Tatsächlich waren in den Versuchen von Mörsch die ersten Schrägrisse unter diesem Winkel aufgetreten. Eine befriedigende Erklärung, weshalb sich während der Versuche Risse bei höherer Lastintensität flacher neigen konnten, konnte er nicht geben. Für die praktische Bemessung der Bügel- und Längsbewehrung von Stahlbetonträgern empfahl er deshalb, von einem  $45^\circ$ -Fachwerkmodell auszugehen.

Eigentliche Spannungsfelder wurden erst 1961 von Drucker [12] vorgestellt. Sie basierten erstmals auf der Grundlage der Plastizitätstheorie und hatten zum Ziel, ausgehend von einer einfachen Gleichgewichtslösung den Kräftefluss zu veranschaulichen und einen unteren Grenzwert für die Traglast zu ermitteln. Etwa gleichzeitig präsentierte Nielsen [43] Fliessbedingungen orthogonal bewehrter Stahlbetonscheiben. Lampert [20] führte den Begriff der variablen Diagonalenneigung ein; er untersuchte den Bruchwiderstand schwach bewehrter, durch Torsion, Biegung und Normalkraft beanspruchter Träger. Müller [42] zeigte den Zusammenhang zwischen der Ermittlung der Druckfeldneigung von Trägern und dem Vorgehen bei der Behandlung von Stahlbetonscheiben. Für dünnwandige, geschlossene Querschnitte unter konstanter Biege- und Torsionsbeanspruchung fand er kinematisch zulässige Verschiebungszustände, die zusammen mit der statischen Lösung gemäss Fachwerkmodell eine vollständige Lösung gemäss Plastizitätstheorie ergaben. Die Vorstellung diskreter Fachwerkmodelle wurde in der Folge auf die Betrachtung diskontinuierlicher Spannungsfelder erweitert, mit welchen nicht nur neue Strukturen bemessen, sondern in gleicher Art und Weise auch bestehende bezüglich ihrer Tragsicherheit beurteilt werden konnten. Einen Überblick über diese Ent-

wicklungen liefern die Publikationen von Thürlimann et al. [72], Marti [24], Muttoni et al. [38,40], Sigrist, Alvarez und Kaufmann [66], Nielsen [44] sowie Marti et al. [30].

Im folgenden werden die wichtigsten Hilfsmittel vorgestellt, die der Beschreibung des Spannungszustandes profilierter Stahlbetonträger dienen. Diskontinuierliche Spannungsfelder erlauben im Gegensatz zu diskreten Fachwerkmodellen neben Aussagen über den Verlauf der inneren Kräfte auch die Bestimmung der erforderlichen Betonabmessungen, des Platzbedarfs und der Verankerung der Bewehrung. Einflüsse aus Vorspannung werden vorerst ausser acht gelassen; eine detaillierte Betrachtung von Spannungsfeldern für vorgespannte Träger erfolgt in Kapitel 3.3.

Die Entwicklung diskontinuierlicher Spannungsfelder basiert auf folgenden grundlegenden Annahmen. Zunächst stellt man sich das in Wirklichkeit dreidimensionale Tragsystem aus mehreren ebenen Tragelementen zusammengesetzt vor. Träger werden mit Ober- und Untergurten sowie einer oder mehreren Stegscheiben modelliert. Das Hauptaugenmerk liegt nun darin, ein diskontinuierliches Spannungsfeld zu finden, das den Spannungszustand im Träger möglichst zweckmässig beschreibt. Mit den Resultaten aus der Spannungsfeldanalyse lassen sich bei der Bemessung die erforderlichen Widerstände der Gurt- und Bügelbewehrung angeben. Umgekehrt lässt sich im Falle vorgegebener Widerstände die statische Zulässigkeit des verwendeten Spannungsfeldes überprüfen. Der Verlauf der Druckgurtkraft dient in der Regel der Kontrolle der Betonabmessungen und kann zu Modifikationen in der für die Bemessung oder die Analyse angenommenen Trägergeometrie führen. Die Bemessung oder Kontrolle der Querbewehrung in den Gurtplatten erfolgt aus dem gefundenen Verlauf der Gurtkräfte in einem zusätzlichen Berechnungsgang. Dieses Kapitel beschränkt sich auf die Entwicklung von Spannungsfeldern in Längsrichtung.

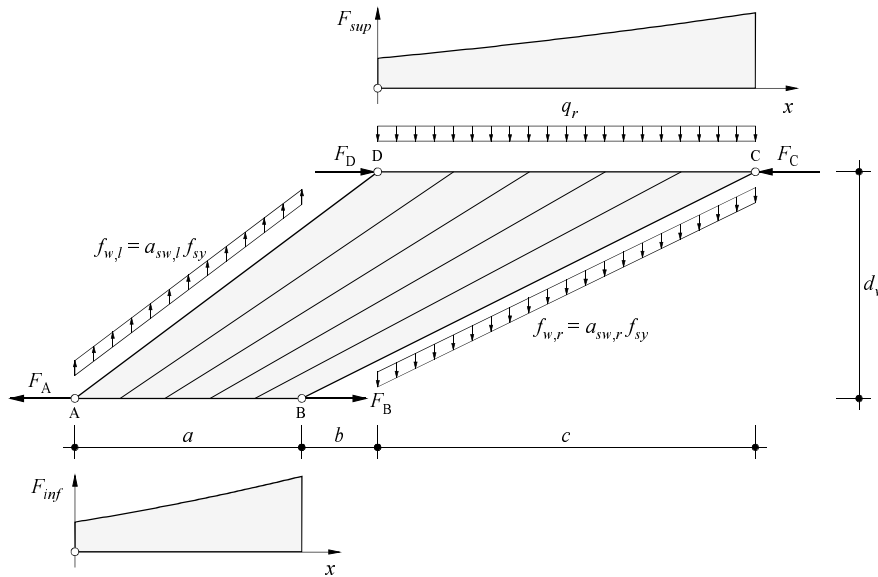
Währenddem Normalkräfte und Biegemomente durch Gurtkräfte im Gleichgewicht gehalten werden, ist der Spannungszustand im Steg durch parallele oder fächerförmige Druckfelder und Knoten für den Beton sowie parallele vertikale oder schräge Zugfelder für die Bügelbewehrung gekennzeichnet. Die Spannungsintensität in diesen Spannungsfeldern ist direkt mit der Grösse der zu übertragenden Querkraft verbunden.

### 3.2.2 Punktzentrierte Fächer

Spannungsfelder werden oft mit konstant gewählter Druckfeldneigung modelliert. Daraus ergeben sich neben konstanten Druckfeldabschnitten und linear veränderlichen Gurtkräften feldweise konstante Bügelbewehrungskräfte  $f_w$  und Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$ . Der abgetreppte Verlauf der Bügelbewehrungskräfte, bei dem jedem Treppenniveau die erforderliche Bügelbewehrungskraft entspricht, fand in der Fachliteratur die Bezeichnung “staggered shear design” [7,25,26].

Aus ausführungstechnischen Gründen sind bei Trägern oft nur wenige Abstufungen in der Bügelbewehrung vorhanden, so dass über möglichst ausgedehnte Bereiche konstante Bügelbewehrungsgehalte und somit konstante Bügelbewehrungswiderstände ge-





**Bild 3.1** – Zentrierter Fächer: Geometrie, Belastung und Spannungsfeld mit qualitativen Gurtkraftverläufen.

schaffen werden. Diesem Umstand soll bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Betonbauten Beachtung geschenkt werden. Im Gegensatz zur Bemessung hat man mit gegebenen Widerständen zu rechnen, eine freie Wahl der Bewehrungsgehalte ist nicht möglich. Durch eine über längere Abschnitte konstante Bügelbewehrung entfallen unter gleichförmiger Belastung und vollständig ausgenützten Bügelbewehrungswiderständen  $f_w$  parallele Druckfelder. Es bilden sich ausschliesslich fächerförmige Druckfelder.

Bild 3.1 zeigt ein solches fächerförmiges Druckfeld mit parallelen Gurten unter gleichmässiger Belastung  $q_r$ . Die Fächerberandungen AD und BC entsprechen Diskontinuitätslinien, vgl. Kapitel 2.2.5. Entlang dieser Diskontinuitätslinien wirken über die Längen  $a$  und  $c$  verteilte konstante Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,r} = a_{sw,r} f_{sy}$  und  $f_{w,l} = a_{sw,l} f_{sy}$ . Normalerweise wird angenommen, dass die Bügelspannung die Fließgrenze  $f_{sy}$  erreicht.  $a_{sw,r}$  und  $a_{sw,l}$  entsprechen den über die Bügelabstände  $s_r$  respektive  $s_l$  verteilten Bügelquerschnittsflächen  $A_{sw,r}$  und  $A_{sw,l}$ . Die Randkräfte  $F_A$  und  $F_D$  sowie die Bügelbewehrungskraft  $f_{w,l}$  seien durch globale Gleichgewichtsbedingungen bestimmt und die Belastung  $q_r$  als bekannt vorausgesetzt. Gleichgewichtsbedingungen am Schnittkörper ABCD liefern dann folgende Beziehungen:

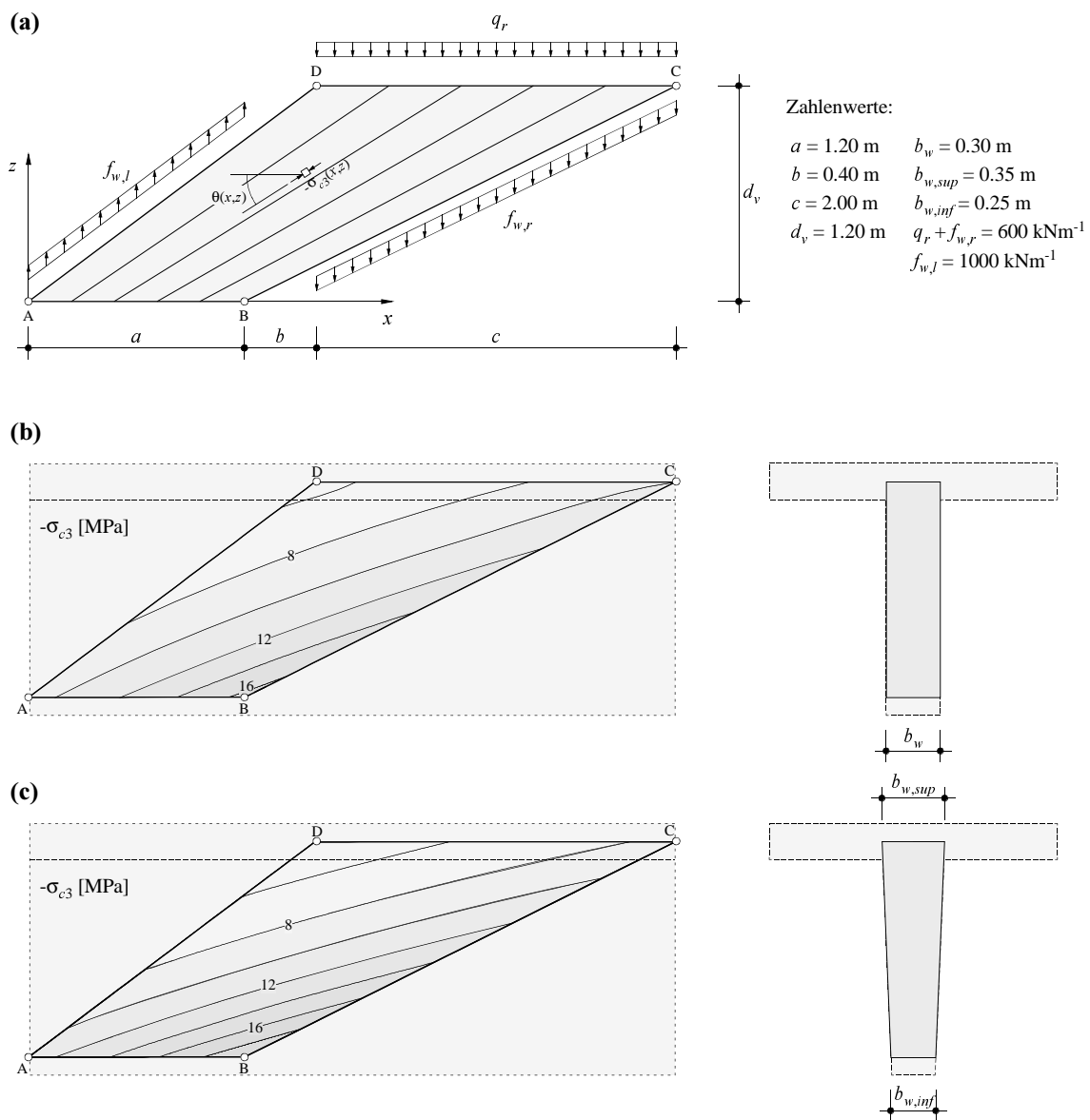
$$f_{w,l} a = (q_r + f_{w,r}) c \quad (3.1)$$

$$F_{sup} = F_D + (q_r + f_{w,r}) \cdot \frac{2(a+b)cx + x^2(c-a)}{2d_v c} \quad (3.2)$$

$$F_{inf} = F_A + f_{w,l} \cdot \frac{2(a+b)ax + x^2(c-a)}{2d_v a} \quad (3.3)$$

Bei konstanter Druckfeldneigung mit  $a = c = d_v \cot \theta$ , gehen die beiden quadratischen Gleichungen (3.2) und (3.3) in lineare Beziehungen über.

In Bild 3.2(a) ist der Beton innerhalb des Schnittkörpers ABCD einachsrig durch die Hauptdruckspannung  $-\sigma_{c3}(x,z)$  beansprucht. Die Hauptspannungstrajektorien verlaufen geradlinig und schneiden sich in einem ausserhalb des Druckfeldes liegenden Punkt. Man spricht aus diesem Grunde von einem punktzentrierten Fächer. Unter konstanten Beträgen der Belastung  $q_r$  und der Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,l}$  und  $f_{w,r}$  sowie bei unveränderlicher Stegbreite ändert die Vertikalbelastung  $q_v(z)$  in einem Druckfeld linear über die Druckfeldhöhe, währenddem die Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  entlang ihrer Wirkungslinie hyperbolisch variieren und im Schnittpunkt der Druckspannungstrajektorien einen unendlich hohen Wert erreichen würden. Die Gleichungen



**Bild 3.2** – Zentrierter Fächer: (a) Geometrie, Belastung und Spannungsfeld; Spannungsisolinien für (b) konstante und (c) variable Stegbreiten.

$$q_v = (q_r + f_{w,r}) \cdot \frac{cd_v - z(c - a)}{ad_v} \quad (3.4)$$

$$\cot \theta = \frac{x(c - a) + a(a + b)}{z(c - a) + ad_v} \quad (3.5)$$

$$-\sigma_{c3}(x, z) = \frac{q_v}{b_w} \cdot (1 + \cot^2 \theta) \quad (3.6)$$

sind in Bild 3.2(b) in Spannungsisolinien für die in Bild 3.2(a) gegebenen Grössen ausgewertet. Von vorrangigem Interesse sind die Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  in den Ecken des Druckfeldes ABCD. Sie sind dort maximal, wo flache Druckfeldneigungen  $\theta(x, z)$  mit grösster Vertikalbelastung  $q_v(z)$  zusammenfallen. Im vorliegenden Fall weist somit der Punkt B die grösste und der Punkt D die geringste Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3}$  auf. In parallelen Druckfeldern ist  $-\sigma_{c3}$  konstant.

Die Verhältnisse werden weiter kompliziert, wenn die Stegbreiten über die Querschnittshöhe variieren. Diese Variante gelangt bei Hohlkastenquerschnitten oft zur Anwendung, da man eine möglichst grosse Einspannwirkung für die Fahrbahnplatte erzielen möchte. Bei stark variierender Stegbreite sollte dies bei der Ermittlung der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  berücksichtigt werden. Für einen linearen Stegbreitenverlauf gilt

$$b_w = b_{w,inf} + \frac{z}{d_v} (b_{w,sup} - b_{w,inf}) \quad (3.7)$$

und der damit bestimmte Wert von  $b_w$  ist anstelle der konstanten Stegbreite  $b_w$  in (3.6) einzusetzen. In Bild 3.2(c) sind Spannungsisolinien der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  für die in Bild 3.2(a) gewählten Grössen  $b_{w,inf}$  und  $b_{w,sup}$  sowie für unveränderte Fächerbelastungen ausgewertet.

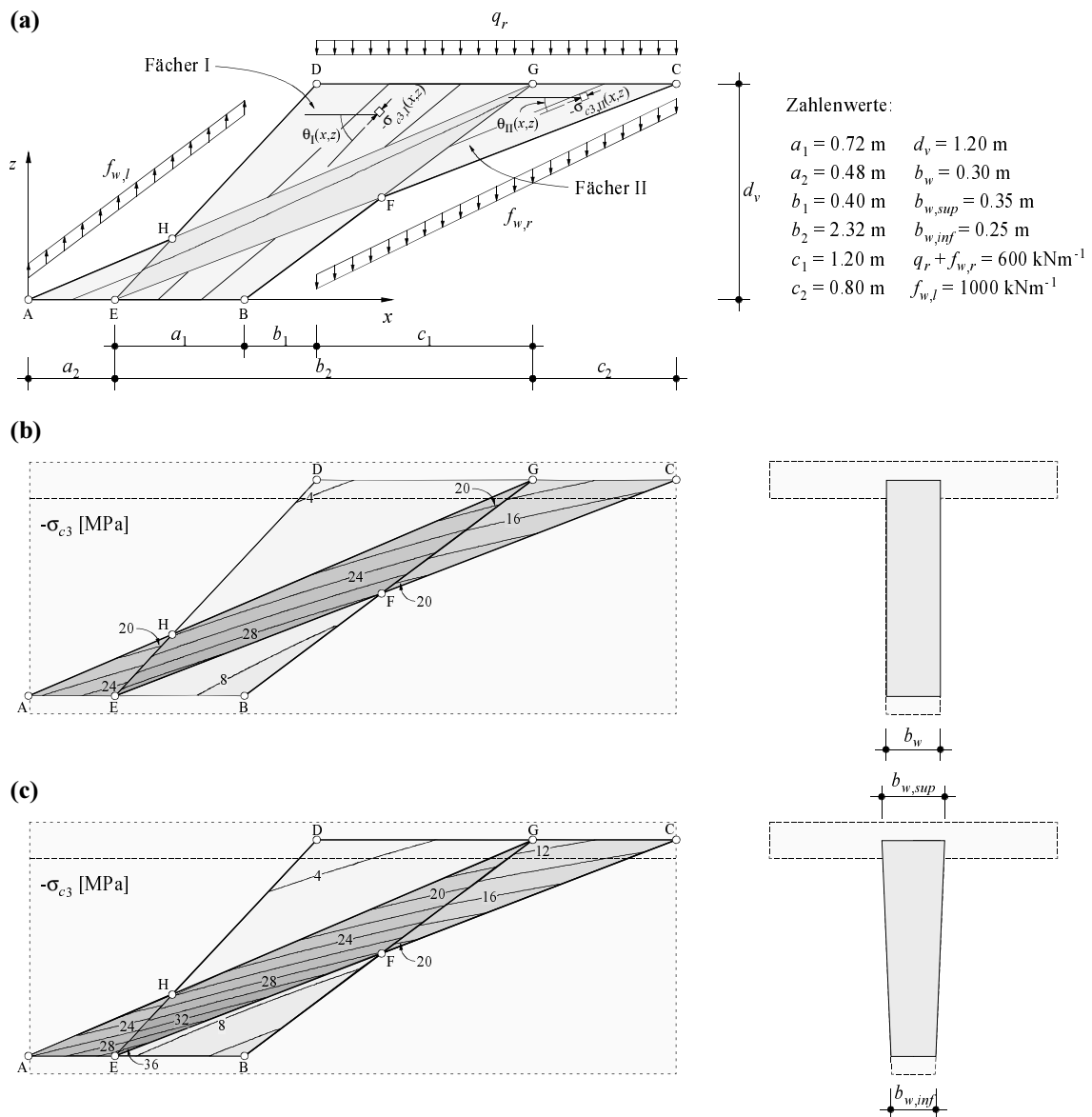
### Durchdringung von Spannungsfeldern

Bild 3.3 zeigt dasselbe Trägersegment ABCD wie Bild 3.2. Das Spannungsfeld setzt sich in diesem Fall aber aus zwei sich überschneidenden Fächern EBGD (Fächer I) und AECG (Fächer II) zusammen. Die Berücksichtigung einer solchen Durchdringung kann nötig werden, wenn z.B. im Punkt E eine sprunghafte Änderung der Bügelbewehrungskräfte  $f_w$  oder der Stegbreiten  $b_w$  vorliegt. Gleichermassen werden die Bereiche BCF und AHD spannungsfrei, d.h. in diesen Bereichen vorhandene Aussparungen oder Schwächungen tangieren das vorausgesetzte Tragverhalten nicht. Selbstverständlich erreichen die Betonspannungen im Überlappungsbereich EFGH markant höhere Werte als bei einem einzelnen punktzentrierten Fächer gemäss Bild 3.2 und erfordern besondere Beachtung. Betonhauptdruckspannungen  $\sigma_{c3,I}$  und  $\sigma_{c3,II}$  sowie Druckfeldneigungen  $\theta_I$  und  $\theta_{II}$  im Überlappungsbereich EFGH sind Funktionen von  $x$  und  $z$ . Gleichgewichtsbedingungen liefern in EFGH für die Druckfeldneigung  $\theta(x, z)$  und für die Betonhauptspannungen  $\sigma_{c1}$  und  $\sigma_{c3}$  die Beziehungen

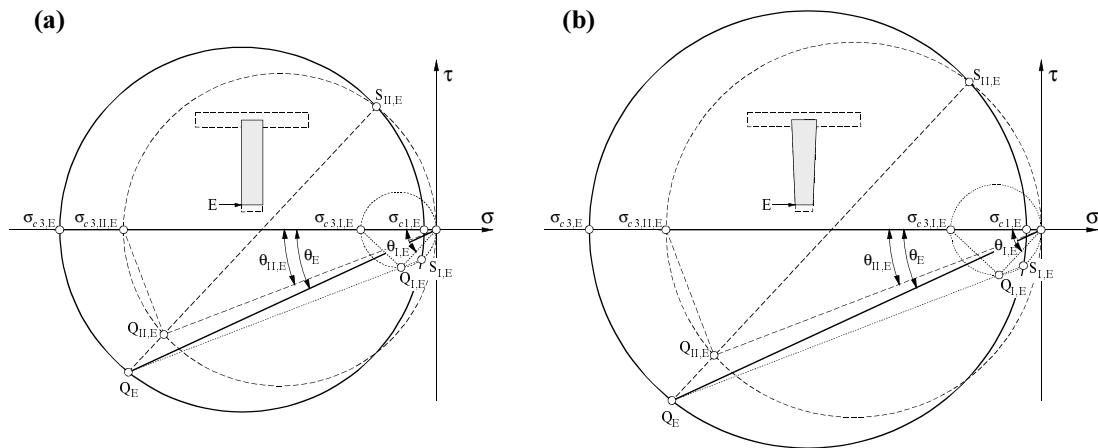
$$\tan 2\theta = \frac{\sigma_{c3,I} \sin 2\theta_I + \sigma_{c3,II} \sin 2\theta_{II}}{\sigma_{c3,I} \cos 2\theta_I + \sigma_{c3,II} \cos 2\theta_{II}} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{c1,c3} = \frac{1}{2} [\sigma_{c3,I} + \sigma_{c3,II} \pm \sqrt{(\sigma_{c3,I} - \sigma_{c3,II})^2 + 4\sigma_{c3,I}\sigma_{c3,II} \cos(\theta_I - \theta_{II})^2}] \quad (3.9)$$

Diese Resultate lassen sich einfach anhand Mohr'scher Spannungskreise veranschaulichen. Das Vorgehen zur graphischen Konstruktion der Kreise ist analog demjenigen zur Bestimmung des Spannungszustandes zweiachsig beanspruchter Knoten [23,66,72]. In Bild 3.4 ist stellvertretend für beliebige Punkte des Überlappungsbereichs EFGH der



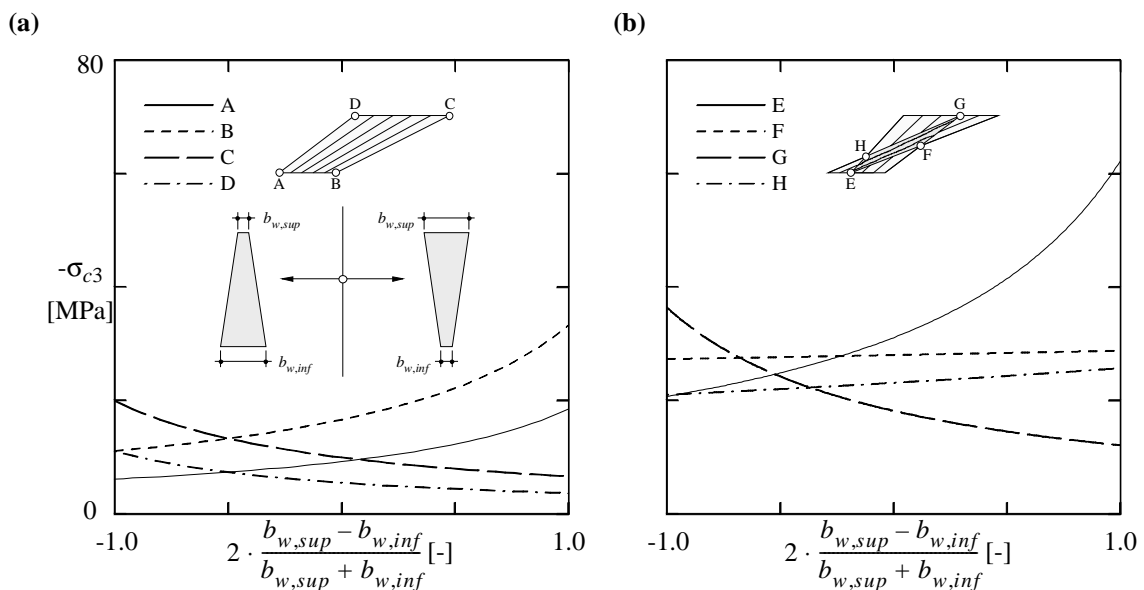
**Bild 3.3** – Durchdringung zweier punktzentrierter Fächer: (a) Geometrie, Belastung und Spannungsfeld; Spannungsisolinien für (b) konstante und (c) variable Stegbreiten.



**Bild 3.4** – Mohr'sche Spannungskreise: Resultierende Hauptspannungen aus Fächerüberlappung im Punkt E für (a) konstante und (b) variable Stegbreiten.

Spannungszustand im Punkt E festgehalten. Daraus lässt sich erkennen, dass sich für alle Punkte in EFGH ein zweiachsialer Druckbeanspruchungszustand ergibt. Treffen zwei Druckspannungstrajektorien orthogonal aufeinander, so entsprechen ihre Betondruckspannungen  $\sigma_{c3,I}$  und  $\sigma_{c3,II}$  gerade den Hauptdruckspannungen  $\sigma_{c1}$  respektive  $\sigma_{c3}$  des gemeinsamen Überlappungsbereichs.

Für eine variable Stegbreite  $b_w$  resultieren unter Umständen noch beträchtlichere Veränderungen der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$ . In Bild 3.5 sind diese Einflüsse ausgewertet. Die Zahlenwerte werden unverändert von den Bildern 3.2 respektive 3.3 übernommen. Die Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  werden schon bei geringen Varia-



**Bild 3.5** – Fächerrandspannungen in den Punkten A bis H für variable Stegbreiten: (a) ohne und (b) mit Durchdringung der Fächer.

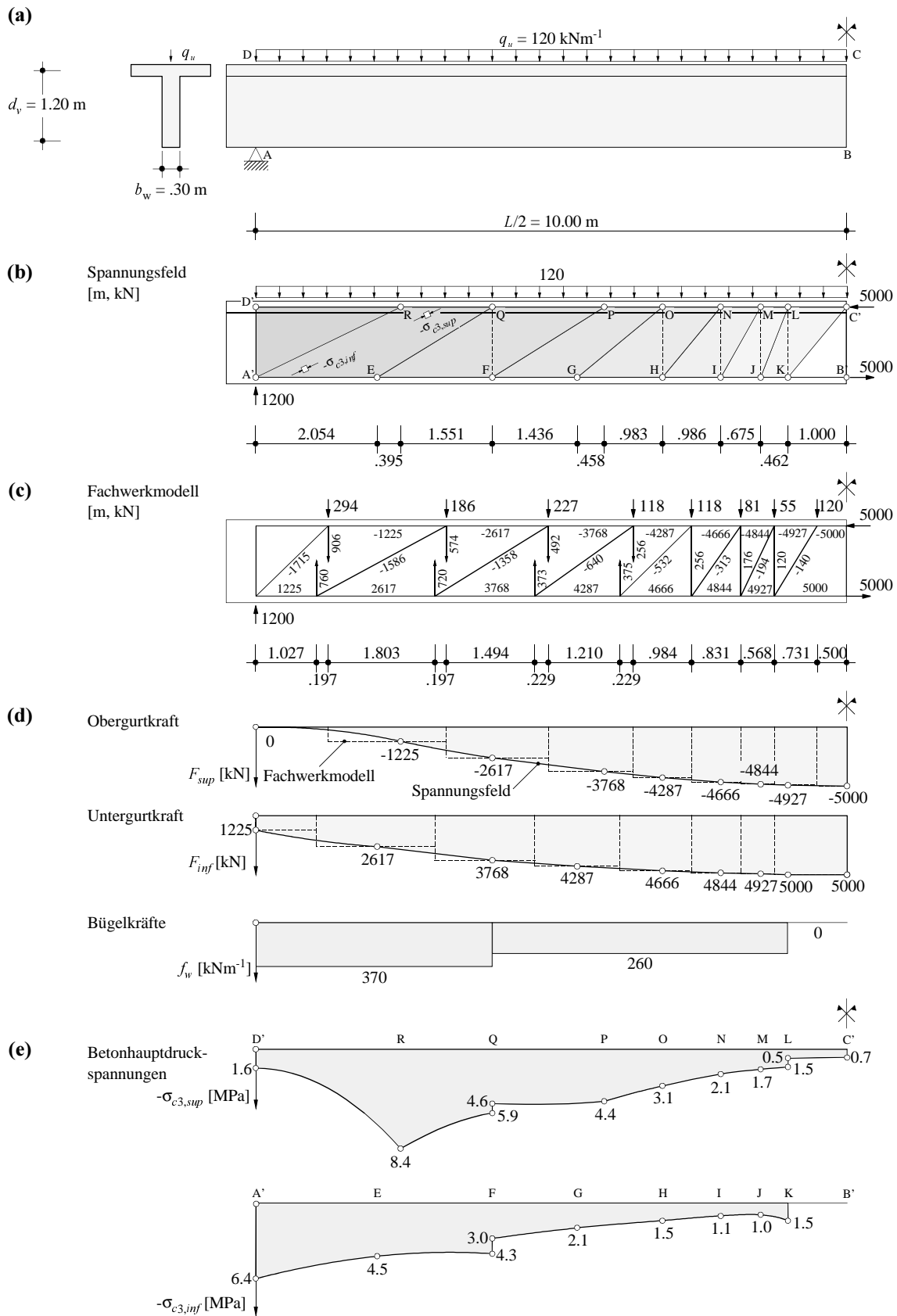
tionen der Stegbreiten beträchtlich erhöht. Dieser Effekt ist besonders bei sich unter flachen Winkeln kreuzenden Spannungsfeldern ausgeprägt.

### Beispiel

Anhand des folgenden Beispiels wird das bis hierher Gewonnene angewendet. Bild 3.6 zeigt einen einfachen Balken mit abschnittsweise konstanter Bügelbewehrung. Diese weist eine Fließgrenze  $f_{sy}$  von 460 MPa auf und besteht von der Feldmitte bis je 4.0 m vor den Widerlagern aus einer zweischnittigen Bewehrung  $\varnothing 6$  im Abstand  $s = 100$  mm, was einem Bügelbewehrungswiderstand von  $f_{w1} = 260 \text{ kNm}^{-1}$  entspricht. In den übrigen Bereichen sind Bügelbewehrungswiderstände von  $f_{w2} = 370 \text{ kNm}^{-1}$  ( $\varnothing 8$ ,  $s = 125$  mm) vorhanden. Der Hebelarm der Gurtkräfte  $d_v$  wird zu 1.2 m angenommen. Der Träger ist über die Spannweite  $L = 20$  m mit seiner gleichmässig verteilten Biegetraglast  $q_u = 8M_u/L^2 = 120 \text{ kNm}^{-1}$  belastet. Aus dem angenommenen Hebelarm der inneren Kräfte  $d_v$  von 1.2 m ergibt sich somit ein erforderlicher Untergurtwiderstand in Feldmitte von 5000 kN.

Die Ermittlung des Gurtkraftverlaufs im Ober- und Untergurt kann ausgehend von (3.1) bis (3.3) erfolgen. Am besten entwickelt man unabhängig vom Ausnutzungsgrad der Längsbewehrung das Spannungsfeld vom Querkraftnullpunkt aus, im vorliegenden Fall also von der Feldmitte her. Die jeweiligen Druckfeldlängen sind durch die vorhandenen Bügelbewehrungskräfte  $f_{w1}$  und  $f_{w2}$  gegeben. Für die rasche Bestimmung der Gurtkräfte kann es von Vorteil sein, mit Spannungsfeldresultierenden zu arbeiten. Man spricht in solchen Fällen von diskreten Fachwerkmodellen, deren Streben- und Pfostenkräfte den Integralen der Spannungen in den Druck- und Zugspannungsfeldern entsprechen. Wenn wie in Bild 3.6(c) zwei Punkte eines Druckfeldes nicht übereinanderliegen (E und R bzw. G und P), so fallen die Resultierenden der Bügelbewehrungskräfte in Betrag und Wirkungslinie nicht mit denjenigen der benachbarten Druckfelder zusammen. Der Grund dafür ist einleuchtend; die über die Länge GF vorhandenen Bügelbewehrungskräfte  $f_{w1}$  reichen bloss aus, eine Belastung  $f_{w1} + q_u$  über die Länge OP aufzunehmen. Dasselbe gilt für die gegebenen Bügelbewehrungskräfte entlang A'E, die nur Lasten entlang QR im Gleichgewicht zu halten imstande sind. Selbstverständlich stehen die totalen Pfostenkräfte der jeweiligen Bereiche insgesamt miteinander im Gleichgewicht ( $760+720 = 906+574$ ;  $373+375 = 492+256$ ).

Möchte man solche diskreten Fachwerkmodelle zusätzlich für die Bestimmung der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  verwenden, so wird klar, dass nur bei konstanten Druckfeldneigungen eine direkte Aussage gemacht werden kann. Liegen dem Fachwerkmodell wie hier fächerförmige Druckfelder zugrunde, ergeben sich bloss Mittelwerte für die Betonhauptdruckspannungen. Diskontinuierliche Spannungsfelder erlauben hingegen anhand von (3.6) die Ermittlung der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  in jedem Punkt des Druckfeldes. Im allgemeinen interessieren bloss die Eckwerte in jedem Fächer; für den vorliegenden Fall sind die Betonhauptdruckspannungen am Übergang zum Obergurt ( $-\sigma_{c3,sup}$ ) und Untergurt ( $-\sigma_{c3,inf}$ ) ausgewertet. Man beachte, dass Unstetigkeiten dieser Spannungen nur in L, F und Q auftreten, weil dort die Fächerbelastung



**Bild 3.6** – Einfacher Balken unter Biegetraglast: (a) Geometrie und Belastung; (b) Spannungsfeld; (c) diskretes Fachwerkmodell; (d) resultierende Bewehrungskräfte; (e) Betonhauptdruckspannungen.

$f_{wi}+q_u$  oder die Bügelbewehrungskraft  $f_{wi}$  ändern. Die grösste Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3}$  tritt im Punkt R auf. Dieser Wert ist einer effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$  gegenüberzustellen. Dabei muss folgende Bedingung gelten:

$$f_c \geq -\sigma_{c3} \quad (3.10)$$

Setzt man als untere Grenze  $f_c = 1.25 \cdot f_{cc}^{(2/3)}$  an (vgl. Kapitel 2.1.3), so würde das vorgeschlagene Spannungsfeld für Zylinderdruckfestigkeiten von  $f_{cc} \geq 17.5$  MPa im Steg statisch zulässig sein. Die Grösse der Druckkraft in Feldmitte bei C' erfordert bei einer Flanschfläche von  $1.2 \times 0.2 \text{ m}^2$  eine Zylinderdruckfestigkeit von  $f_{cc} \geq 20.8$  MPa. Ferner wurde zur vereinfachten Ermittlung der Gurtkräfte ein punktzentrierter Fächer im Knotenbereich A' vorausgesetzt; dort müsste zur Gewährleistung des Gleichgewichts eine unendlich hohe Betondruckfestigkeit vorhanden sein. Es besteht die Möglichkeit, die Knotengeometrie mit einem Festigkeitskriterium an der Knotenberandung zu bestimmen. Die Ermittlung solcher Knotengeometrien wurde in [23] und [67] eingehend beschrieben, so dass diesbezüglich auf nähere Erläuterungen verzichtet werden kann.

### Abschnittsweise konstante Bügelbewehrung

Eine Spezialität von Spannungsfeldern mit abschnittsweise konstanter Bügelbewehrung wird anhand von Bild 3.7 erläutert. Die Verlängerungen der Druckspannungstrajektorien der Spannungsfelder FJLP und A'EQR schneiden sich in  $Z_1$  respektive  $Z_2$ . Die volle Ausnutzung der Bügelbewehrung führt dazu, dass in allen Fächern im Bereich FJLP am oberen und unteren Rand je konstante Belastungen auftreten. Dies bedeutet, dass die Linien IM, HN und GO keine Diskontinuitätslinien im Sinne der Plastizitätstheorie darstellen. Vielmehr handelt es sich um einen einzigen, in  $Z_1$  punktzentrierten Fächer. Gleichgewichtsbedingungen für vertikale Kräfte führen zum Schluss, dass die Punkte  $Z_1$  und  $Z_2$  auf der Symmetrieachse liegen müssen. Für die Ordinaten  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z_{1a}$  ergeben sich folgende Beziehungen:

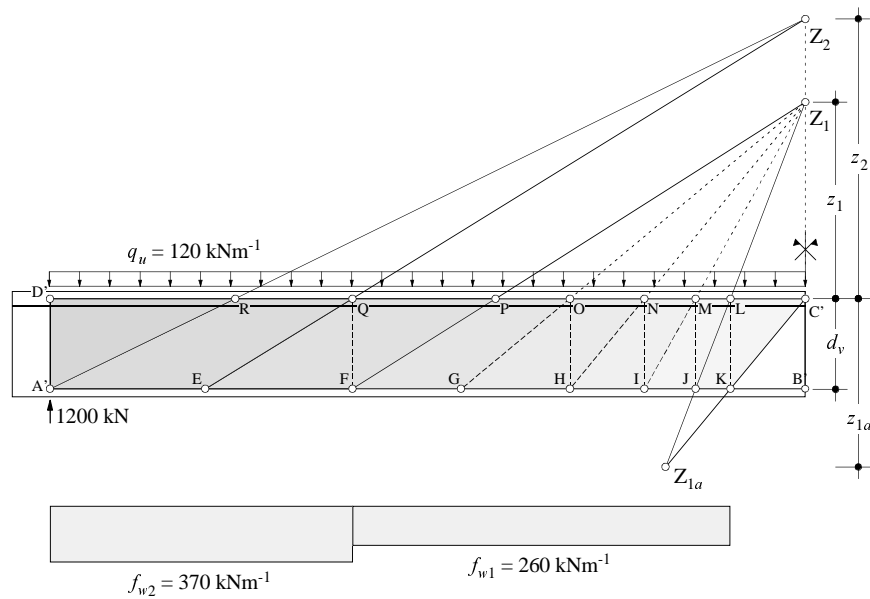
$$z_1 = \frac{f_{w1}}{q_u} \cdot d_v \quad , \quad z_2 = \frac{f_{w2}}{q_u} \cdot d_v \quad , \quad z_{1a} = \frac{f_{w1}}{f_{w1} - q_u} \cdot d_v \quad (3.11)$$

$z_1$  und  $z_2$  verhalten sich demnach proportional zu den Bügelbewehrungskräften  $f_{w1}$  und  $f_{w2}$ .

### Nachweise nach der Norm SIA 162

In der heute gültigen Ausgabe der Norm SIA 162 [60] werden für die Bemessung der Längsbewehrung Nachweise in Schnitten senkrecht zur Trägerachse vorgeschlagen. Dies ist insbesondere deswegen angebracht, da die statischen und geometrischen Gegebenheiten über die Trägerlänge nur unwesentlich variieren und einfache Spannungsfelder oder diskrete Fachwerkmodelle mit konstanter Druckfeldneigung entwickelt werden können. Basierend auf diesen Annahmen können Gurt- und Bügelbewehrungskräfte sowie Betonhauptdruckspannungen auch einfach aus den Schnittkräften  $M$ ,  $N$  und  $V$  ermittelt werden. Man erhält die bekannten Gleichungen



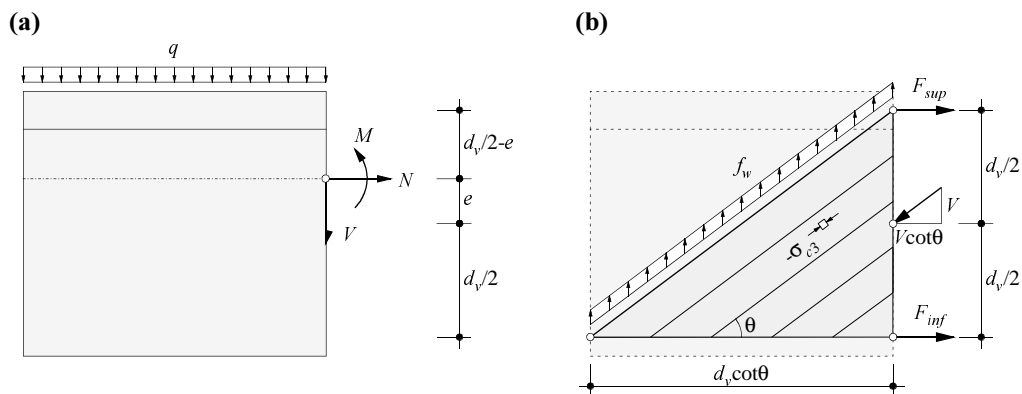


**Bild 3.7** – Einfacher Balken unter Biegetraglast: Fächerzentren unter konstanter Belastung und abschnittsweise konstanten Bügelbewehrungskräften.

$$F_{sup} = \frac{N}{2} \left( 1 + \frac{2e}{d_v} \right) - \frac{M}{d_v} + \frac{|V|}{2} \cot \theta \quad , \quad F_{inf} = \frac{N}{2} \left( 1 - \frac{2e}{d_v} \right) + \frac{M}{d_v} + \frac{|V|}{2} \cot \theta \quad (3.12)$$

$$f_w = \frac{|V|}{d_v \cot \theta} \quad , \quad -\sigma_{c3} = \frac{|V|}{b_w d_v} (\tan \theta + \cot \theta) = \frac{|V|}{b_w d_v \sin \theta \cos \theta} \quad (3.13)$$

Insbesondere bei der Projektierung von Neubauten hat sich das Bemessungsverfahren anhand dieser Gleichungen durchgesetzt, da es ausgehend von konstanten Druckfeldneigungen die üblicherweise ermittelten Schnittkräfte in direkten Zusammenhang mit den inneren Kräften bringt. Dabei ist zu beachten, dass diese Einfachheit nur für parallele Druckfelder erhalten bleibt. Im Falle von fächerförmigen Druckfeldern sind direkte



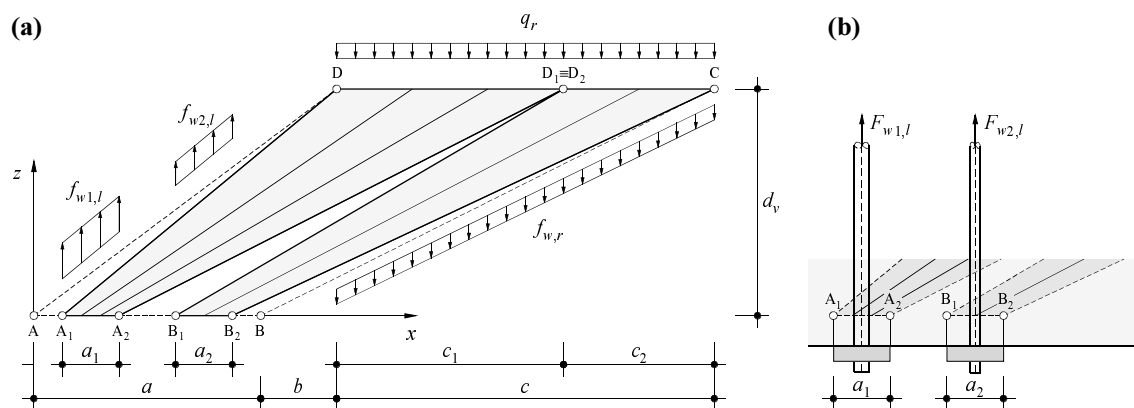
**Bild 3.8** – Nachweise in Schnitten: (a) Schnittgrößen und Belastung; (b) Schnittkörper und innere Kräfte.

Beziehungen zwischen inneren Kräften und Schnittgrößen nicht derart einfach zu formulieren.

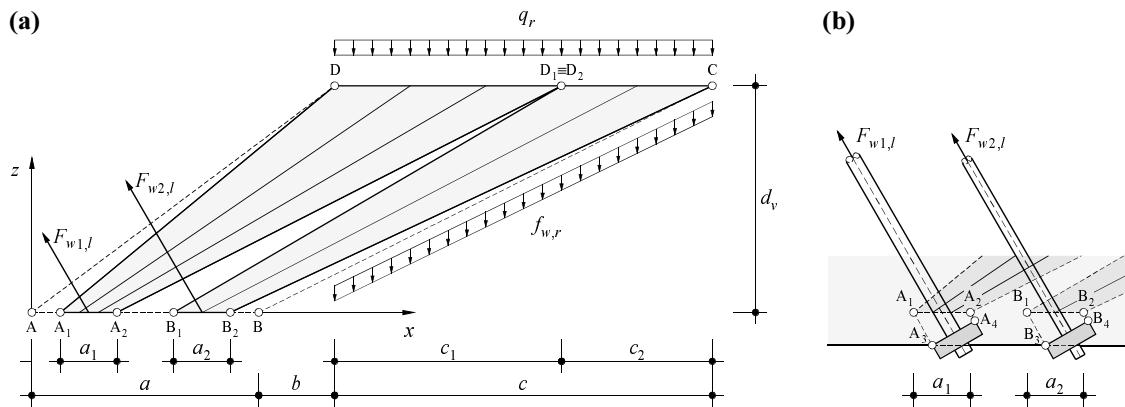
Üblicherweise werden beim Nachweis der Schubtragsicherheit gemäss [60] die über eine Länge  $d_v \cot\theta$  aufsummierten Bügelbewehrungswiderstände in ihrer Wirkungslinie mit der dort wirksamen Querkraft verglichen. Diese Querkraft enthält ihrerseits sämtliche oben und unten am Steg angreifenden Lasten, welche bis zu einem Schnitt in der Hälfte der Druckfeldlänge  $d_v \cot\theta$  wirken, die aber im Falle oben angreifender Lasten nicht zu einer Beanspruchung der Bügel führen. Das Nachweiskonzept in Schnitten führt somit tendenziell zu einer Bemessung auf der "sicheren Seite". Für die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Betonbauten ist diesem Umstand gebührend Rechnung zu tragen. Durch die Entwicklung von Spannungsfeldern können gegenüber Nachweisen in Schnitten leicht höhere Tragsicherheiten resultieren. Im Bereich von Zwischenauflagern von Durchlaufträgern sind die Unterschiede zwischen den Nachweisen gemäss [60] und der konsistenten Entwicklung diskontinuierlicher Spannungsfelder noch ausgeprägter. Sie werden deshalb in Kapitel 3.5 separat diskutiert.

### 3.2.3 Stegverstärkungselemente

Markante Nutzungsänderungen oder ungenügende Schubtragsicherheiten erfordern oft bauliche Verstärkungsmassnahmen an den Stegen. Die Bemessung solcher Verstärkungselemente kann in Analogie zu den Ausführungen im vorangegangenen Kapitel mit Spannungsfeldern erfolgen. Insbesondere beim Einsatz vorgespannter Verstärkungselemente, wie z.B. vertikaler oder schräger Spannstangen, ist es angezeigt, den Eigenspannungszustand, den die Vorspannkräfte verursachen, wie eine Last zu berücksichtigen. Auf diese Weise ist es möglich, das Lastniveau zu beschreiben, bei welchem Kräfte in der vorhandenen und Kraftanstiege in der nachträglich angeordneten Bügelbewehrung



**Bild 3.9** – Punktzentrierte Fächer mit vertikalen Verstärkungselementen: (a) Geometrie, Belastung und Spannungsfeld; (b) Verankerung der Verstärkungselemente.



**Bild 3.10** – Zentrierte Fächer mit geneigten Verstärkungselementen: (a) Geometrie, Belastung und Spannungsfeld; (b) Verankerung der Verstärkungselemente.

entstehen. Durch die Vorspannung der Verstärkungselemente erhält man die Gewissheit, dass sie schon im Gebrauchszustand an der Tragfunktion teilnehmen.

Bild 3.9 zeigt ein Spannungsfeld mit vertikalen Spannstäben als Verstärkungselementen. Diese sind im Gegensatz zu schlaffer Bügelbewehrung üblicherweise nicht gleichmässig über einen Bereich verteilt angeordnet, sondern lokal eingebaut. Die Kräfte in den Verstärkungselementen bewirken deshalb konzentrierte Krafteinleitungen in den Beton. Für eine relativ einfache Ermittlung des Kraftverlaufs entlang solcher Bereiche ist die Entwicklung punktzentrierter Fächer in Analogie zu Kapitel 3.2.2 zu empfehlen. Ausgehend von der entlang CD wirkenden Belastung  $q_r + f_{w,r}$  werden zwei punktzentrierte Fächer  $A_1A_2D_1D$  und  $B_1B_2CD_2$  entwickelt, welche eine Kraftänderung im Untergurt entlang der Ankerplattenlängen  $a_1$  und  $a_2$  erfordern. In der Regel liegen im Bereich solcher Verankerungen grosse Querdruckspannungen vor, die eine Kraftübertragung von der Spannstange auf die Gurte erleichtern.

Verankerungsbereiche von Verstärkungselementen können auch anhand nicht zentrierter Fächer mit endlichen Knotenabmessungen untersucht werden. Insbesondere bei der Einleitung sehr grosser konzentrierter Verankerungskräfte in den Beton oder bei geringen Bauteildicken ist eine detaillierte Untersuchung solcher Knotenbereiche unumgänglich.

Bild 3.10 zeigt ein mögliches Spannungsfeld für einen Bereich mit geneigten Verstärkungselementen. Besonders zu beachten ist, dass die Verankerung der Verstärkungselemente unterhalb der jeweiligen Fächer zu liegen kommt. Nur so ist es möglich, den Kraftfluss aus den Fächern in die Verstärkungselemente sicherzustellen.

### 3.3 Spannungsfelder für vorgespannte Träger

#### 3.3.1 Träger mit gekrümmtem Zuggurt

Die Berücksichtigung von Vorspannungen bei der Entwicklung von Spannungsfeldern ist schon verschiedentlich untersucht worden [3,6,23,27,31,40,69,71,72]. In den häufigsten Fällen wurde der Eigenspannungszustand Vorspannung mit der Deutung als Anker-, Umlenk- und Reibungskräfte erfasst; viele dieser Arbeiten vernachlässigen jedoch für die Untersuchung des Bruchzustandes die Ermittlung eines Kraftzuwachses im Spannglied. Diesem Umstand soll in diesem Kapitel Rechnung getragen werden. Dabei gilt das Interesse insbesondere der Bestimmung des Zugkraftverlaufs in gekrümmten Spanngliedern und der zur Berechnung desselben benötigten Differentialgleichung.

Die Längsbewehrung wird vorderhand auf ein vorgespanntes Zugglied beschränkt. Dies vereinfacht die nachfolgenden Untersuchungen. Die zusätzliche Wirkung einer schlaffen Längsbewehrung in den Zuggurten wird erst in Kapitel 3.4 weiterverfolgt. Es wird eine abschnittsweise konstante Bügelbewehrung im Träger vorausgesetzt, der gleichmässig verteilte Kräfte entsprechen. Man stelle sich anhand von Bild 3.11(a) einen Schnittkörper ABCD als Teil dieses Trägers vor, der durch die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,l}$  und  $f_{w,r}$ , die Belastung  $q$  sowie die Gurtkräfte  $F_A$ ,  $F_B$ ,  $F_C$  und  $F_D$  beansprucht ist. Infolge der Vorspannung wirkende Umlenkkräfte sind in der Betrachtung des Schnittkörpers mit den in A und B angreifenden, geneigten Zugkräften  $F_A$  und  $F_B$  bereits berücksichtigt.

Als bekannte Grössen sind die Beanspruchungen entlang der Diskontinuitätslinie BC, die Abmessungen des Schnittkörpers sowie der geometrische Verlauf der Spanngliedachse entlang AB durch die parabolische Funktion  $d_v(x)$  und deren Ableitungen  $d'_v(x)$  und  $d''_v(x)$  gegeben. Als Unbekannte dienen die Beanspruchungen entlang der Diskontinuitätslinie AD. Die Vertikal- und Horizontalkomponenten der Zugkräfte im Spannglied sind miteinander verknüpft durch

$$F_{A,v} = -F_{A,h}d'_v(x_A) \quad , \quad F_{B,v} = -F_{B,h}d'_v(x_B) \quad (3.14)$$

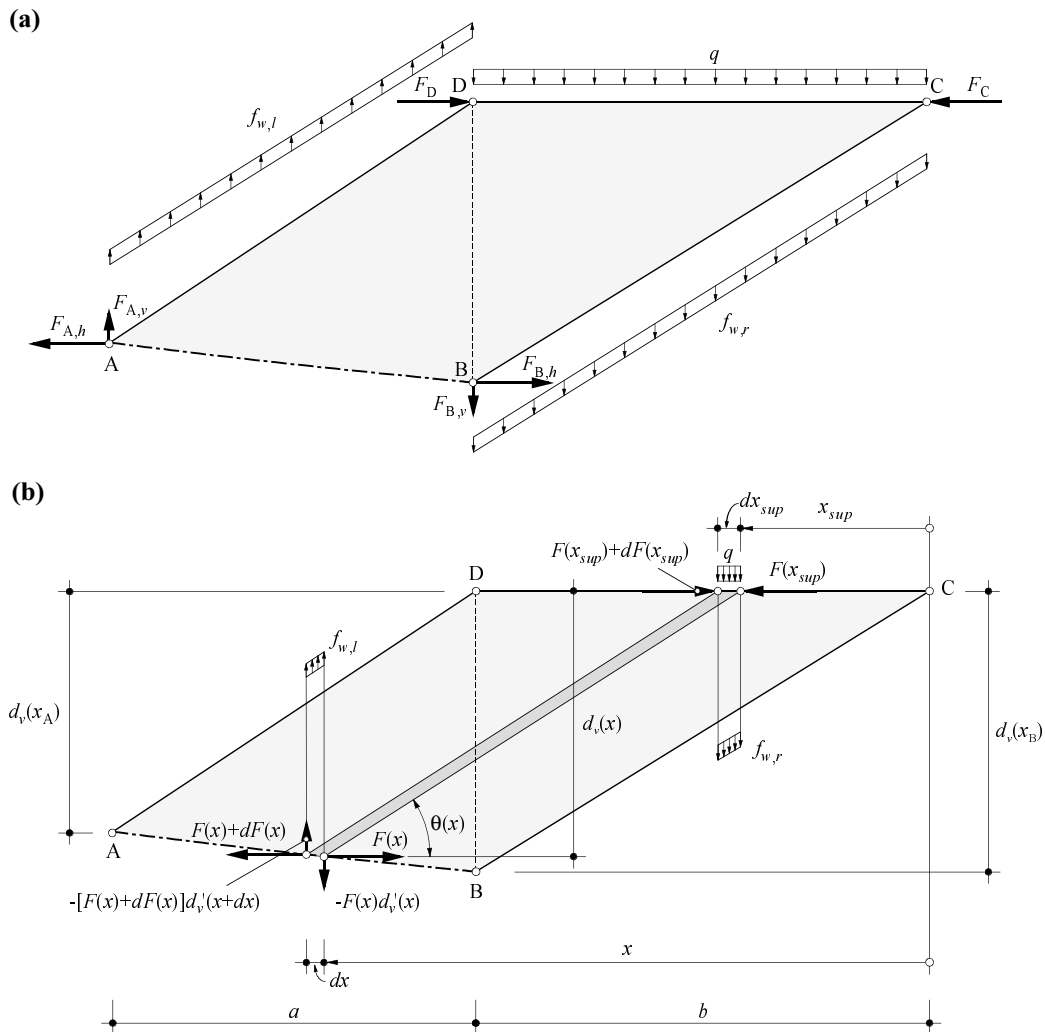
Gleichgewichtsbedingungen führen zu den Beziehungen

$$F_D = F_{A,h} \quad , \quad F_C = F_{B,h} \quad (3.15)$$

$$F_{A,h} = \frac{F_{B,h}[2d_v(x_B) + ad'_v(x_B)] - (q + f_{w,r})(ab + b^2)}{2d_v(x_A) - ad'_v(x_A)} \quad (3.16)$$

$$f_{w,l} = \frac{1}{a}[(q + f_{w,r})b - F_{B,h}d'_v(x_B) + F_{A,h}d'_v(x_A)] \quad (3.17)$$

Auf diese Weise gewonnene Werte für  $F_{A,h}$  und  $f_{w,l}$  dienen der Bestimmung der Beanspruchungen des angrenzenden Schnittkörpers, die auf dieselbe Weise erfolgen kann. Es lässt sich somit abschnittsweise ein Spannungsfeld entwickeln, bei dem an den Schnitt-



**Bild 3.11** – Spannungsfeld für einen vorgespannten Träger: (a) Schnittkörper; (b) Gleichgewicht an infinitesimaler Druckfeldtrajectorie.

körperrändern die Beanspruchungen bekannt sind. Über den Verlauf der Spanngliedkraft im Innern eines Schnittkörpers respektive entlang der Kurve AB können diese Berechnungen aber nichts aussagen.

Um den Kraftverlauf im Spannglied genauer untersuchen zu können, müssen die Gleichgewichtsbedingungen an einer infinitesimalen Druckstrebe gemäss Bild 3.11(b) formuliert werden. Gleichgewicht der vertikalen und horizontalen Kräfte erfordert:

$$(q + f_{w,r})dx_{sup} + (Fd''_v + F'd'_v - f_{w,l})dx = 0 \quad (3.18)$$

$$(q + f_{w,r})dx_{sup} \cot\theta + F'dx = 0 \quad (3.19)$$

Mit der Substitution  $\cot\theta(x) = k(x)$  lässt sich die geometrische Beziehung zwischen den horizontalen Koordinaten  $x$  und  $x_{sup}$  beschreiben mit

$$x_{sup} = x - d_v k \quad (3.20)$$

$$x'_{sup} = 1 - d'_v k - d_v k' \quad (3.21)$$

Unter Verwendung von (3.18) bis (3.21) ergibt sich folgende Differentialgleichung:

$$k' = \frac{1 - d'_v k}{d_v} + \frac{F d''_v - f_{w,l}}{(q + f_{w,r}) d_v [1 - d'_v k]} \quad (3.22)$$

Nochmalige Differentiation nach  $x$  dient der Elimination der noch unbekanntes Spannungskraft  $F(x)$  und liefert die Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$k'' [d_v (1 - d'_v k)] + k' [d'_v (1 - d'_v k) - d_v (d'_v k)'] = \frac{F' d''_v}{q + f_{w,r}} - 2(1 - d'_v k) (d'_v k)' \quad (3.23)$$

Einsetzen von (3.19) in (3.23) führt schliesslich zu

$$k'' = \frac{d'_v}{1 - d'_v k} (k')^2 + \left( \frac{2k d''_v}{1 - d'_v k} - \frac{3d'_v}{d_v} \right) k' - \frac{3k d''_v}{d_v} \quad (3.24)$$

Diese Differentialgleichung lässt sich numerisch integrieren. Selbstverständlich müssen die Randbedingungen entlang BC und die gesuchten Schnittgrössen entlang AD die globalen Gleichgewichtsbedingungen (3.15) bis (3.17) erfüllen. Die Anfangsbedingungen werden aus einer geometrischen, respektive einer statischen Bedingung gewonnen und lauten:

$$k(b) = \frac{b}{d_v(b)}, \quad k'(b) = \frac{1 - d'_v(b)k(b)}{d_v(b)} + \frac{F_{B,h} d''_v - f_{w,l}}{(q + f_{w,r}) d_v(b) [1 - d'_v(b)k(b)]} \quad (3.25)$$

Für (3.25)<sub>2</sub> ist neben der Kenntnis der Kraft  $F(b)$  eine Schätzung der Bügelbewehrungskraft  $f_{w,l}$  nötig. Man integriert (3.24) über das Intervall zwischen  $x = b$  und  $x = a + b$  und findet mit (3.22) einen Wert für  $F(a + b)$ . Dieser Randwert entspricht somit einer Schätzung des Endwertes  $F_{A,h}$  aus Bild 3.11(a), der unter Berücksichtigung von (3.17) zu einem zweiten Schätzwert für  $f_{w,l}$  und damit zu einer überarbeiteten Randbedingung  $k'(b)$  führt. Die Lösung der Differentialgleichung ist dann erreicht, wenn nach einigen Iterationsschritten die Grössen von  $F(x_A)$  und  $f_{w,l}$  mit den Werten gemäss (3.17) und (3.18) übereinstimmen. Selbstverständlich ist es auch möglich, anhand gegebener Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,l}$  zum Beispiel die Länge  $b$  iterativ zu bestimmen.

Für verschiedene Schnittkörpergeometrien und Randbedingungen können auf diese Weise die Kraftverläufe in den Spanngliedern sowie die Betonhauptdruckspannungen am oberen und unteren Rand des Schnittkörpers angegeben werden. Letztere sind definiert durch

$$-\sigma_{c3, sup} = \frac{q + f_{w,r}}{b_w} (1 + k^2) \quad (3.26)$$

$$-\sigma_{c3, inf} = \frac{q + f_{w,r}}{b_w} (1 + k^2) (1 - d'_v k - d_v k') \quad (3.27)$$

In Analogie zu den Ausführungen in Kapitel 3.2.2 erreichen die Ausdrücke (3.26) und (3.27) dann ihre maximalen Werte, wenn grosse Vertikalbelastungen  $q + f_{w,r}$  mit flachen Druckfeldneigungen, d.h. grossen Werten von  $k(x)$  zusammenfallen.

Von besonderer Wichtigkeit ist, dass die Spanngliedkraft  $F(x)$  nur zwischen der Spannkraft  $P_\infty$  nach Abzug aller Verluste und der Fliesskraft  $P_y$  variieren kann. Für die Beurteilung der Tragsicherheit bedeutet dies, dass in Bereichen, wo der Querschnitt auch unter nominellen Bruchlasten  $q_d \gamma_R$  nicht dekomprimiert, üblicherweise keine Änderungen in der Spanngliedkraft zu erwarten sind.

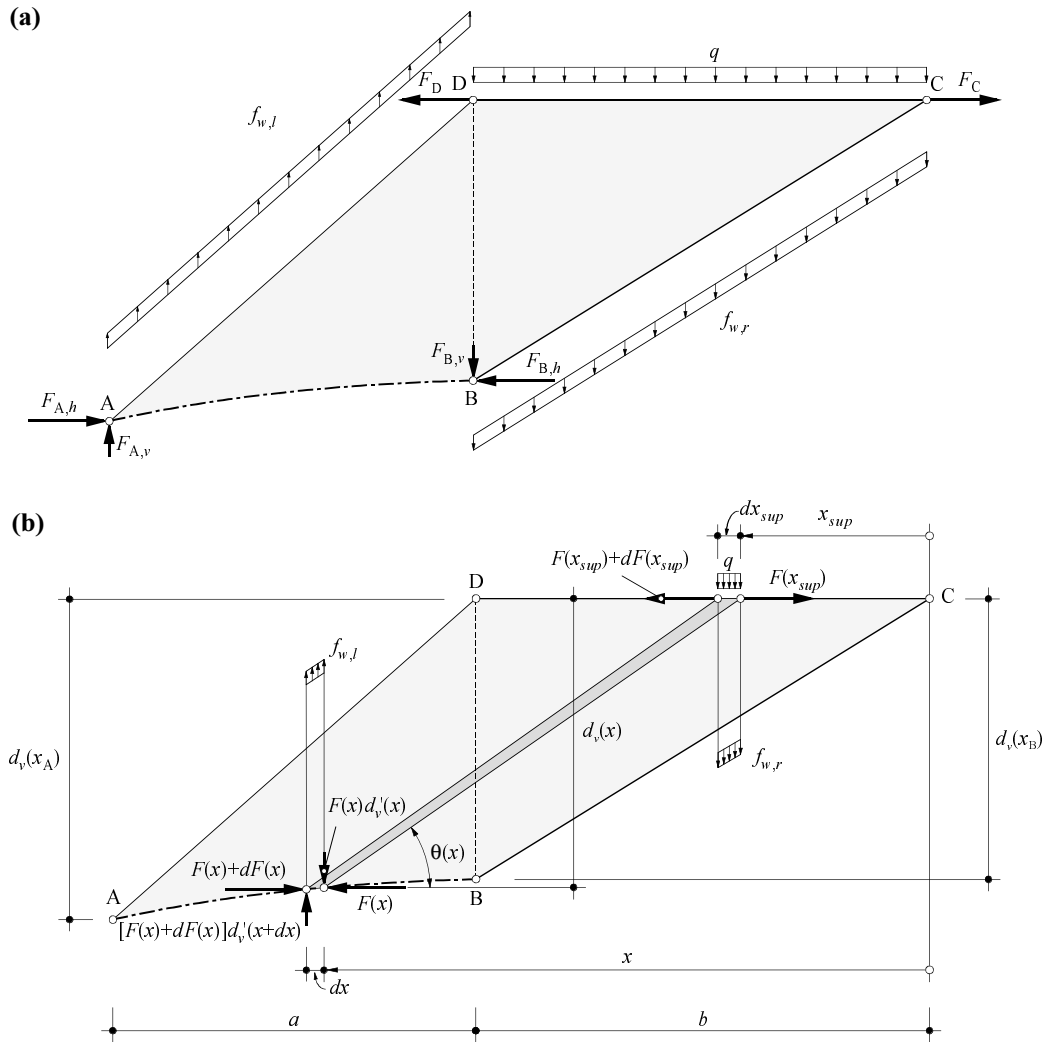
### 3.3.2 Träger mit gekrümmtem Druckgurt

Betrachtet man anhand von Bild 3.12 einen Träger mit variabler Querschnittshöhe, dessen Hebelarm der inneren Kräfte mit der geometrischen Beziehung  $d_v(x)$  angegeben werden kann, so ergeben sich grundsätzlich vergleichbare Beziehungen und Differentialgleichungen, wie sie für Bild 3.11 hergeleitet worden sind. Bei dominantem Einfluss der Eigenlasten des Tragwerks ist jedoch die Belastung  $q$  entlang DC nicht konstant und führt zu Veränderungen in den Gleichgewichtsbeziehungen an der infinitesimalen Druckstrebe. In Analogie zum gekrümmten Zugglied übernimmt der geneigte Untergurt einen Teil der Druckfeldbelastung, so dass sich die Bügelbewehrung gegenüber parallelgurtigen Trägern reduzieren lässt. Durch numerische Integration der Differentialgleichung lassen sich bei bekanntem Verlauf des Untergurtes die Gurtkräfte und die erforderlichen Bügelbewehrungskräfte angeben. Alternativ dazu kann bei über die gesamte Trägerlänge konstanten gegebenen Bügelbewehrungskräften der kontinuierliche Verlauf des Untergurtes gefunden werden. Eine Lösung für abschnittsweise lineare Verläufe des Druckgurtes ist in [27] angegeben.

### 3.3.3 Endbereiche von vorgespannten Trägern

Die Einleitung von Vorspannkraften im Auflagerbereich erfordert genauere Untersuchungen. Man ist bestrebt, die Vorspannkraft möglichst weit hinter dem Auflager zu verankern. So lässt sich ein Teil der Ankerkraft für das horizontale Gleichgewicht über dem Auflager mobilisieren, der seinerseits die Direktabstützung eines Teils der Last auf das Auflager ermöglicht, ohne dass dort eine schlaaffe Horizontalbewehrung vorhanden sein müsste. Die Bilder 3.13 und 3.14 nehmen Bezug auf das in [31] vorgestellte Beispiel eines einfachen Balkens der Spannweite  $L = 20$  m unter seiner gleichmässig verteilten Biegetraglast  $q_u$  von  $120 \text{ kNm}^{-1}$ .

Im folgenden soll anhand von Bild 3.13 der Einfluss nicht punktzentrierter Fächer und Knoten endlicher Abmessungen auf die Entwicklung von Spannungsfeldern untersucht werden. Die Bestimmung der Knotengeometrie von Auflagerbereichen wurde be-

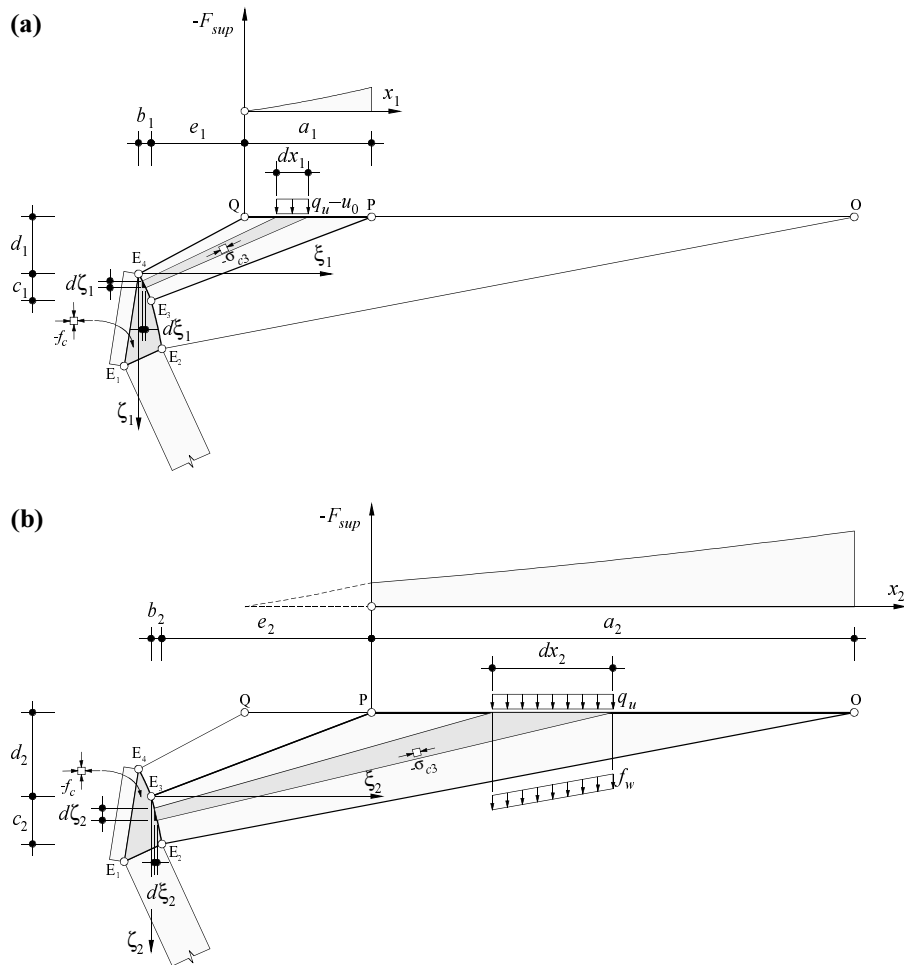


**Bild 3.12** – Spannungsfeld eines Trägers mit gekrümmtem Untergurt: (a) Schnittkörper; (b) Gleichgewicht an infinitesimaler Druckfeldtrajektorie.

reits in [23] und [67] behandelt. Im vorliegenden Fall treffen mehrere Fächer aufeinander, so dass zur Bestimmung der Knotengeometrie ergänzende Überlegungen anzustellen sind. Der Knotenbereich E ist durch die Punkte  $E_1$  bis  $E_4$  begrenzt. Die Bestimmung der Knotengeometrie erfolgt unter der Bedingung, dass entlang der Knotenberandungen gerade die einachsige Betondruckfestigkeit  $f_c$  erreicht wird. Im Innern des Knotens stellt sich somit ein zweiachsig gleichmässiger Spannungszustand ein. Die Knotenberandungen entlang  $E_1E_2$  und  $E_1E_4$  sind gerade, so dass sich die Koordinaten der Punkte  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_4$  aus den gegebenen Grössen der Vorspannkraft und der Kraft in der direkt auf das Auflager abgestützten Druckstrebe  $EA'$  bestimmen lassen. Vom Punkt  $E_3$  ist die horizontale Distanz  $b_1$  zum Punkt  $E_4$  durch die Beziehung  $f_c b_w b_1 = (q_u - u_0) a_1$  festgelegt. Führt man lokale  $\xi_1 - \zeta_1$ - und  $\xi_2 - \zeta_2$ -Koordinatensysteme ein, so erhält man aus der Lösung der Gleichgewichtsbedingungen folgende hyperbolische Beziehungen:

$$(\zeta_1 + d_1)^2 = \xi_1^2 \cdot \frac{a_1 - b_1}{b_1} + 2\xi_1(b_1 + e_1) + d_1^2 \quad (3.28)$$





**Bild 3.13** – Nicht zentrierte Fächer in der Verankerungszone eines Spanngliedes: (a) und (b) Fächerbereiche.

$$(\zeta_2 + d_2)^2 = \xi_2^2 \cdot \frac{a_2 - b_2}{b_2} + 2\xi_2(b_2 + e_2) + d_2^2 \quad (3.29)$$

Zur Bestimmung des Kraftverlaufs im Obergurt  $F_{sup}(x)$  werden (3.28) und (3.29) nach  $\zeta_1$  respektive  $\zeta_2$  aufgelöst. Zusammen mit der Substitutionen  $\xi_1 = (q_u - u_0)x_1 / (f_c b_w)$  und  $\xi_2 = (q_u + f_w)x_2 / (f_c b_w)$  ergeben sich folgende Ausdrücke für  $F_{sup}(x_1)$  und  $F_{sup}(x_2)$ :

$$F_{sup}(x_1) = f_c b_w \left( d_1 - \sqrt{x_1^2 \cdot \frac{(a_1 - b_1)b_1}{a_1^2} + 2x_1 \cdot \frac{(b_1 + e_1)b_1}{a_1} + d_1^2} \right) \quad (3.30)$$

$$F_{sup}(x_2) = f_c b_w \left( d_2 - \sqrt{x_2^2 \cdot \frac{(a_2 - b_2)b_2}{a_2^2} + 2x_2 \cdot \frac{(b_2 + e_2)b_2}{a_2} + d_2^2} \right) - f_c b_w c_1 \quad (3.31)$$

Die Ausdrücke in den Klammern von (3.30) und (3.31) repräsentieren die Funktionen  $-\zeta_1(x_1)$  respektive  $-\zeta_2(x_2)$ , deren Maximalwerte  $\zeta_1(a_1)$  und  $\zeta_2(a_2)$  den Höhen  $c_1$  und



$c_2$  entsprechen. Die Summe dieser Höhen muss der schon zu Beginn berechneten Ordinatendifferenz der Punkte  $E_2$  und  $E_4$  entsprechen.

Der Verlauf der Betondruckspannungen entlang der Geraden OP und PQ lässt sich ebenfalls aus den vorangegangenen Gleichungen angeben. Es ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$-\sigma_{c3, sup}(x_1) = \frac{q_u - u_0}{b_w} \left[ 1 + \left( \frac{x_1(a_1 - b_1) + b_1 e_1}{(\zeta_1(x_1) + d_1)b_1} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

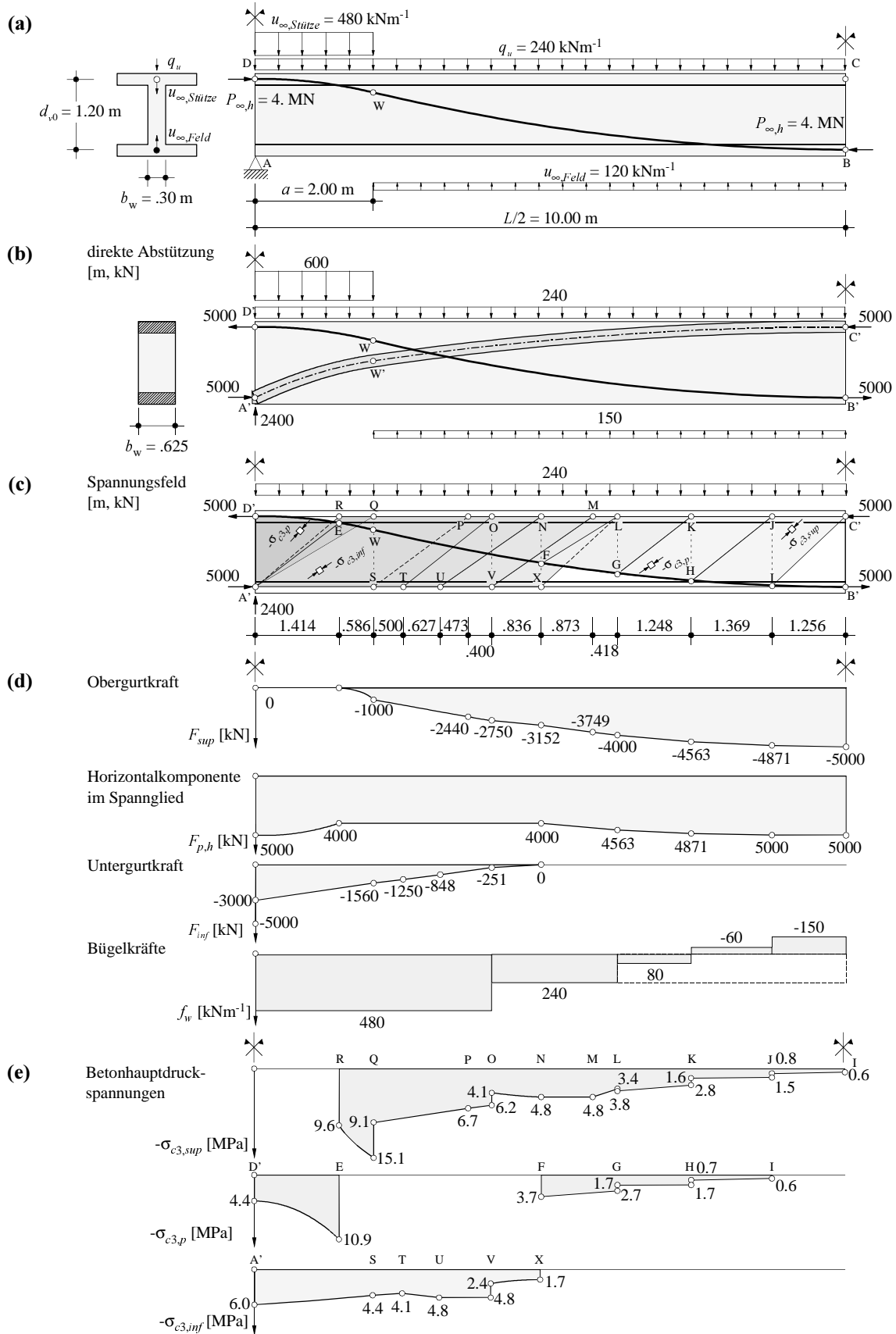
$$-\sigma_{c3, sup}(x_2) = \frac{q_u + f_w}{b_w} \left[ 1 + \left( \frac{x_2(a_2 - b_2) + b_2 e_2}{(\zeta_2(x_2) + d_2)b_2} \right)^2 \right] \quad (3.33)$$

In Bild 3.14 sind Resultate solcher Berechnungen für ein Beispiel aus [31] aufgezeichnet. Man beachte, dass in A ein im Innern zweiachsig gleichmässig mit der einachsigen Betondruckfestigkeit  $f_c$  beanspruchter Knotenbereich vorausgesetzt wurde. Dies hat zur Folge, dass die Knotengeometrien in E und A iterativ bestimmt werden müssen. Ausgehend von den Kraftgrössen für punktzentrierte Fächer gemäss Bild 3.14(b) werden die ersten Knotengeometrien und deren Exzentrizitäten gegenüber den Punkten A und E berechnet. Die Exzentrizitäten werden in einem zweiten Schritt in die Gleichgewichtsbedingungen einbezogen, und daraus werden korrigierte Exzentrizitäten gewonnen.

Gegenüber der Berechnung des Kraftverlaufs im Obergurt mittels punktzentrierten Fächern fällt auf, dass der nicht zentrierte Fächer  $PQE_4E_3$  zu einem stärkeren, der Fächer  $OPE_3E_2$  hingegen zu einem schwächeren Gradienten der Obergurkraft führt. Dieser Umstand rührt daher, dass die Druckfeldneigung nicht zentrierter Fächer gegenüber punktzentrierten Fächern über- bzw. unterschätzt wird. Die Betondruckspannungen erreichen wegen der flachen Neigung der Druckspannungstrajektorien äusserst hohe Werte. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass einerseits die Verankerung der Vorspannung im vorliegenden Fall sehr hoch und nahe bei der Druckplatte liegt und somit rein geometrisch gesehen äusserst flach geneigte Druckspannungstrajektorien resultieren. Andererseits würde sich in Wirklichkeit die Kraft im Druckgurt derart aufbauen, dass zunächst die oberflächennahen Bereiche beansprucht und sich somit die Neigungen der Druckspannungstrajektorien nicht derart flach ausbilden würden. Die hier getroffene Annahme eines horizontalen Druckgurtes auf konstanter Höhe bewirkt eine sehr starke Erhöhung der Betondruckspannungen. Verfeinerungen der Spannungsfelder wären durchaus möglich und könnten zu einer bedeutenden Reduktion der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  führen.

### 3.3.4 Durchlaufträger

Die bisherigen Ausführungen beschränkten sich der Einfachheit halber auf einfache Balken. Nun sollen zusätzlich die Verhältnisse bei einem Durchlaufträger untersucht werden. Dazu wird ein Träger gemäss Bild 3.15 betrachtet. Als Längsbewehrung ist einzig ein Spannglied vorgesehen, dessen Geometrie sich aus Stützen- und Feldparabeln



**Bild 3.15** – Durchlaufträger mit abschnittsweise parabolischer Spanngliedgeometrie: (a) Geometrie und Belastung; (b) direkte Abstützung; (c) Spannungsfeld; (d) resultierende Bewehrungskräfte; (e) Betonhauptdruckspannungen.

zusammensetzt. Die Horizontalkomponente der Spannkraft beträgt  $P_{\infty} = 4000$  kN. Die Wendepunkte der Spanngliedachse liegen  $a = 2$  m von den Auflagerachsen entfernt. Der durch die Vorspannung hervorgerufene Eigenspannungszustand wird durch die Einführung von Anker- und Umlenkkraften berücksichtigt. Die statisch unbestimmte Lagerung des Trägers führt zu einer Schnittgrössenverteilung aus dem Lastfall Vorspannung, welche die Bedingung einer horizontalen Tangente der Biegelinie über den Auflagern erfüllt; sie weist somit gegenüber derjenigen, die an einem statisch bestimmten Grundsystem ermittelt wird, Schnittgrössendifferenzen auf, die üblicherweise als "Zwangsschnittgrössen" bezeichnet werden. In Analogie zu anderen Zwangseinflüssen spielt die Grösse dieser durch die Vorspannung hervorgerufenen Zwangsschnittgrössen für die Ermittlung der Traglast keine Rolle, vorausgesetzt, dass das Tragwerk über ein ausreichendes Verformungsvermögen verfügt. Im vorliegenden Fall werden die Einflüsse der Zwängungen aus dem Lastfall Vorspannung deshalb ausser acht gelassen.

In Analogie zum untersuchten Einfeldträger wird von der Vereinfachung kleiner Neigungswinkel der Spanngliedachse ausgegangen, so dass konstante Umlenkkräfte von  $u_{\infty, Feld} = 120$  kNm<sup>-1</sup> entlang WB bzw.  $u_{\infty, Stütze} = 480$  kNm<sup>-1</sup> entlang DW resultieren. Der Träger sei mit der Biegetraglast von  $q_u = 240$  kNm<sup>-1</sup> belastet. Diese wird bei gleichzeitigem Fliessen des Spannglieds über der Stütze und im Feld erreicht. Die Fliesskraft  $P_y$  beträgt 5000 kN. Als Bügelbewehrungswiderstände stehen bis 4.0 m von der Auflagerachse entfernt 480 kNm<sup>-1</sup> zur Verfügung, in den Feldbereichen sind diese auf die Hälfte reduziert.

Könnte das Spannglied seine Fliesskraft über die gesamte Länge aufbauen, so würden gemäss Bild 3.15(b) Umlenkkräfte  $u_{y, Feld} = 150$  kNm<sup>-1</sup> bzw.  $u_{y, Stütze} = 600$  kNm<sup>-1</sup> auf den Träger wirken. Zusammen mit der Traglast von  $q_u = 240$  kNm<sup>-1</sup> ergäbe sich somit eine Nettobelastung von 840 kNm<sup>-1</sup> zwischen D' und W respektive von 90 kNm<sup>-1</sup> zwischen W und C'. Diese Belastung würde durch einen in der Stegebene liegenden Bogen mit abschnittsweise parabolisch geführter Bogenachse auf das Auflager A' abgetragen. Die Betondruckspannung  $-\sigma_{c3}$  im Bogen würde über die ganze Länge gerade die Betondruckfestigkeit  $f_c$  erreichen. Eine solche Tragwirkung stösst nicht nur deshalb an die Grenzen der Plausibilität, weil die Deformationen im Spannglied nie derart gleichmässig auftreten, dass ein Fliessen über die ganze Länge sichergestellt ist, und weil die Verbundwirkung zwischen Beton und Spannglied eine Lokalisierung der Verformungen und somit der maximalen Spanngliedkraft bewirkt, sondern auch deshalb, weil der Druckbogen aus Gründen der erforderlichen Betondruckfestigkeit eine gewisse Stegbreite voraussetzt, ohne welche sich eine reine Bogentragwirkung nicht einstellen kann.

Sinnvoller ist es, die Tragwirkung mit einem Spannungsfeld gemäss Bild 3.15(c) zu erfassen. Ausgehend vom Schnittkörper HIC'J erlauben (3.14) bis (3.17), die Bügelbewehrungs- und Spanngliedkräfte an den Schnittkörperrändern zu bestimmen. Die in Feldmitte wirkende Fliesskraft  $P_y$  wird schon beim Punkt F auf die Spannkraft  $P_{\infty}$  abgebaut. Im Stützenbereich ist dieser Kraftabbau wegen der stärkeren Bügelbewehrungskraft von 480 kNm<sup>-1</sup> schon entlang D'E vollzogen. Zwischen E und F stehen also Ober-

und Untergurt unter Druckbeanspruchung, und eine Änderung der Kraft im Spannglied wäre nicht plausibel. Entlang EF wirken somit konstante Umlenkkräfte von  $u_{\infty,Stütze} = 480 \text{ kNm}^{-1}$  bzw.  $u_{\infty,Feld} = 120 \text{ kNm}^{-1}$ . Die Entwicklung des Spannungsfeldes A'XLR hat diesem Gesichtspunkt Rechnung zu tragen. Entlang RM wird die Druckkraft im Obergurt auf die der Kraft  $P_{\infty}$  entsprechende Druckkraft aufgebaut, währenddem die Untergurtkraft im Punkt X verschwindet. Auf diese Weise ist gewährleistet, dass die Spanngliedkraft erst dann einen Zuwachs verzeichnet, wenn der Querschnitt dekomprimiert wird. Rein statisch gesehen wären selbstverständlich auch Zustände denkbar, in denen Kraftänderungen im Spannglied aufträten, obwohl sowohl der Ober- als auch der Untergurt unter Druckbeanspruchung stünden. Im Sinne eines plausiblen Kräfteverlaufs ist ein derartiges Spannungsfeld jedoch auszuschliessen.

Im Bereich A'S wurde vorausgesetzt, dass sämtliche Bügelbewehrungskräfte dafür verwendet werden, die entlang PQ wirkenden Belastungen aufzunehmen. In Wirklichkeit stellt sich entlang EW das Problem, dass dort nach unten gerichtete Umlenkkräfte von  $u_{\infty,Stütze} = 480 \text{ kNm}^{-1}$  wirken. Sie stützen sich nicht direkt auf das Auflager A' ab, da dies zu einer zu grossen Abnahme der Kraft im Spannglied unter  $P_{\infty}$  führen würde. Um die Umlenkkräfte auf die Höhe der Strecke QR zu heben, was strenggenommen auch berücksichtigt werden müsste, wären die Bügelbewehrungskräfte bereits vollständig ausgenützt. In der Praxis geht man hingegen oft von an der Oberfläche des Trägers angreifenden Nettobelastungen aus, die sich aus den statischen Lasten  $q_u$  und den Umlenkkräften  $u_{\infty}$  zusammensetzen; die Lage der Vorspannung im Querschnitt und deren Auswirkung auf die Bügelbewehrungskräfte wird meist vernachlässigt. Weitere Überlegungen hierzu werden in Kapitel 3.5 angeführt.

### 3.4 Spannungsfelder für Träger mit vorgespannter und schlaffer Bewehrung

Die bisherige Beschränkung auf Tragwerke mit vorgespannter Längsbewehrung ist für das Verständnis ihrer Tragwirkung von beträchtlichem Nutzen. In Wirklichkeit weisen aber sämtliche Spannbetonbauten einen gewissen Anteil an schlaffer Längsbewehrung auf, sei dies, um die geforderte Tragsicherheit zu erreichen, oder sei es, um die Gebrauchstauglichkeit durch eine bessere Rissverteilung sicherzustellen. In jedem Falle sollte die schlaffe Bewehrung bei der Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten in Rechnung gestellt werden.

Gemäss [60] werden Tragsicherheitsnachweise in einzelnen Schnitten senkrecht zur Trägerachse geführt. Die Ermittlung des Tragwiderstandes erfolgt in der Regel ohne zu überprüfen, ob sich dieser zu einer spezifischen Belastungskonfiguration gehörende Spannungszustand mit der vorhandenen schlaffen und vorgespannten Bewehrung überhaupt einstellen kann. Im Falle von Durchlaufträgern unter einer gleichmässig verteilten Biegetraglast wie in Bild 3.15 wären z.B. vorhandene Widerstände in der Längsbeweh-

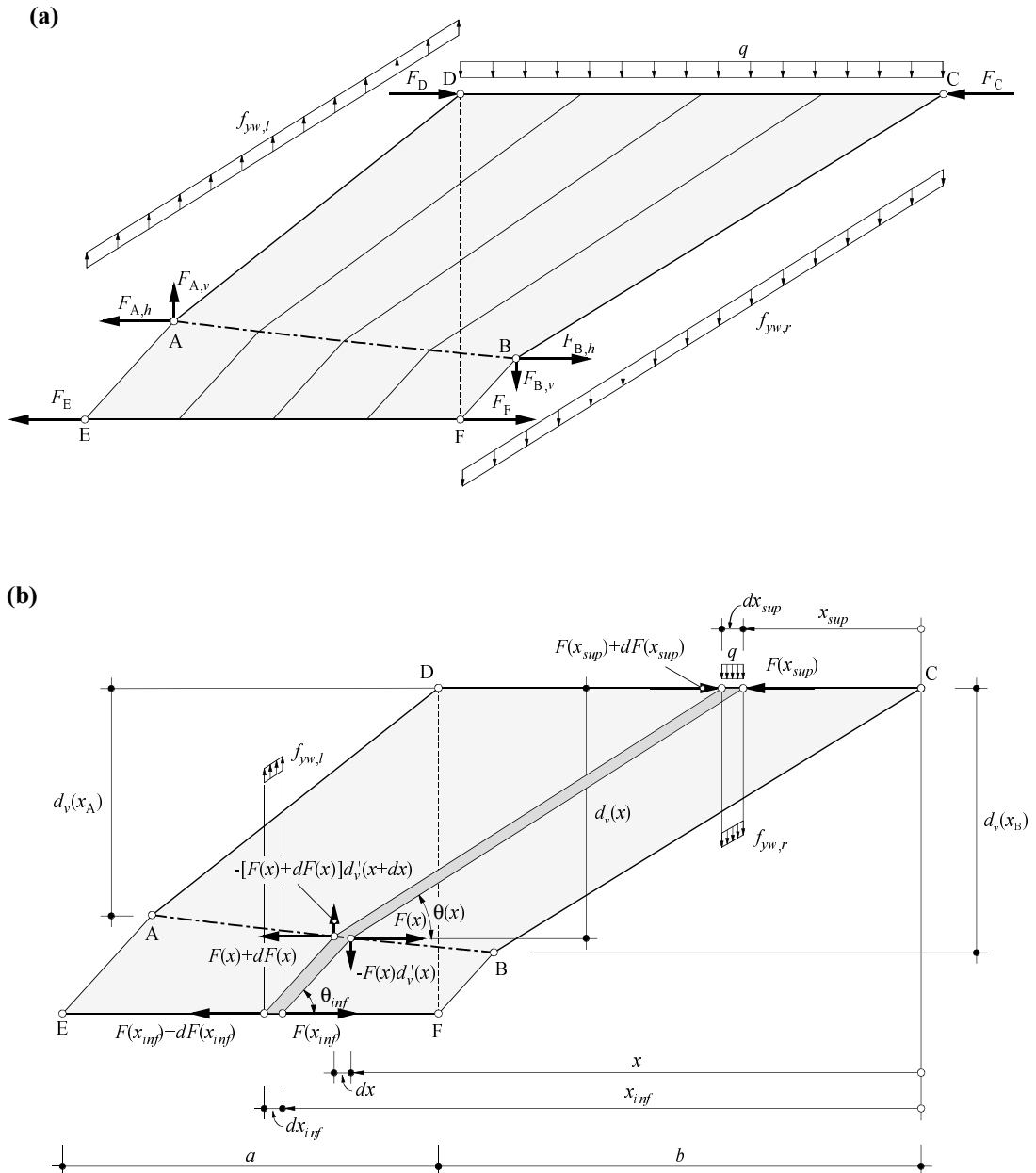
rung in den Abschnitten, wo der Querschnitt auch unter der Biegetraglast vollkommen komprimiert ist, nicht wirksam. Bügelbewehrungskräfte dienen zum einen der sukzessiven Änderung der Druckkräfte in Ober- und Untergurt, ohne dass die Vorspannkraft in ihrer Grösse zunimmt. Zum anderen stellen sie, mit einer geeigneten Druckfeldneigung  $\theta$ , in dekomprimierten Trägerabschnitten eben gerade diesen Spannkraftzuwachs im Spannglied sowie eine Kraftzunahme in der schlaffen Gurtbewehrung sicher.

Entwickelt man ein Spannungsfeld in Analogie zu Bild 3.11, jedoch mit einer zusätzlichen schlaffen Längsbewehrung gemäss Bild 3.16, so lässt sich erkennen, dass die Gleichgewichtsbedingungen alleine nicht ausreichen, um neben den Bügelbewehrungskräften und dem Zugkraftverlauf im Spannglied auch denjenigen im schlaff bewehrten Gurt zu bestimmen. Der zuvor betrachtete Schnittkörper ABCD wird in Bild 3.16(a) um die Punkte E und F erweitert, welche die Randpunkte des schlaff bewehrten Untergurtes darstellen. Entlang EAD und FBC wirken die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,l}$  respektive  $f_{w,r}$  sowie die Belastung  $q$ . Die Gurtkräfte  $F_A$  bis  $F_F$  beanspruchen den Schnittkörper zusätzlich an seinen Eckpunkten. Eine mögliche zusätzliche Bedingung zur Bestimmung des unbekanntes Gurtkraftverlaufes im schlaff bewehrten Untergurt stellt die Annahme einer Druckfeldneigung  $\theta_{inf}$  zwischen dem Spannglied und dem Untergurt dar. Dieser Annahme sind selbstverständlich gewisse Grenzen gesetzt, da die Neigung  $\theta_{inf}$  in jeder betrachteten infinitesimalen Druckstrebe gemäss Bild 3.16(b) steiler sein sollte, als die Neigung  $\theta(x)$  der sich auf das Spannglied abstützenden Druckstrebe. Nur so ist gewährleistet, dass nicht nur die Kraft im Spannglied entlang BA, sondern auch diejenige im schlaff bewehrten Untergurt entlang FE abnimmt. Die Neigung  $\theta_{inf}$  ist im vorliegenden Fall als konstant angenommen worden, d.h. der Gurtkraftverlauf im Untergurt ist a priori als druckfeldweise linear definiert. Selbstverständlich sind auch andere Verläufe für  $\theta_{inf}(x_{inf})$  denkbar. Es ist lediglich nötig, dass dieser Verlauf bekannt ist, um die übrigen unbekanntes Randkräfte bestimmen zu können.

Als bekannte Grössen seien in Analogie zu Bild 3.11(b) die Beanspruchungen entlang der Diskontinuitätslinien EAD und FBC, die Abmessungen des Schnittkörpers sowie der geometrische Verlauf der Spanngliedachse entlang AB durch die parabolische Funktion  $d_v(x)$  gegeben. Als Unbekannte dienen die Beanspruchungen entlang der Diskontinuitätslinien EA und AD. Die Verknüpfungen zwischen den Vertikal- und Horizontalkomponenten der Zugkräfte im Spannglied sind anhand von (3.14) definiert. Gleichgewichtsbedingungen sowie die Substitution  $\cot\theta_{inf} = k_{inf}$  führen zu den Beziehungen

$$F_D = F_{A,h} + F_E \quad , \quad F_C = F_{B,h} + F_F \quad , \quad F_F - F_E = a f_{w,l} k_{inf} \quad (3.34)$$

$$F_{A,h} = F_{B,h} \frac{2d_v(x_B) + d'_v(x_B)[2(x_F - x_B) + a - 2d_{v0}k_{inf}]}{2d_v(x_A) - d'_v(x_A)[2(x_A - x_F) - a + 2d_{v0}k_{inf}]} - \frac{(q + f_{w,r}) \cdot (ab + b^2 - 2bd_{v0}k_{inf})}{2d_v(x_A) - d'_v(x_A)[2(x_A - x_F) - a + 2d_{v0}k_{inf}]} \quad (3.35)$$



**Bild 3.16** – Spannungsfeld eines vorgespannten Trägers mit zusätzlicher schlaffer Gurtbewehrung: (a) Schnittkörper; (b) Gleichgewicht an infinitesimaler Druckfeldtrajektorie.

$$f_{w,l} = \frac{1}{a} [(q + f_{w,r})b - F_{B,h}d'_v(x_B) + F_{A,h}d'_v(x_A)] \quad (3.36)$$

Auf diese Weise gewonnene Werte für  $F_{A,h}$  und  $f_{w,l}$  dienen analog zum Träger ohne schlaffe Längsbewehrung der Bestimmung der Beanspruchungen des angrenzenden Schnittkörpers, die auf dieselbe Weise wie zuvor beschrieben erfolgen kann. Wie schon dort erwähnt, sind mit (3.16) und neu (3.35) keine Aussagen über den Verlauf der Kraft im Spannglied  $F(x)$  entlang der Kurve AB möglich. Zu diesem Zweck müssen die Gleichgewichtsbedingungen an einer infinitesimalen Druckstrebe gemäss Bild 3.16(a)



formuliert werden. Für das Gleichgewicht in vertikaler und horizontaler Richtung ergibt sich

$$(q + f_{w,r})dx_{sup} + (Fd_v'' + F'd_v')dx - f_{w,l}dx_{inf} = 0 \quad (3.37)$$

$$(q + f_{w,r})dx_{sup} \cot\theta(x) + dF(x) + dF(x_{inf}) = 0 \quad (3.38)$$

$$f_{w,l}dx_{inf} k_{inf} + dF(x_{inf}) = 0 \quad (3.39)$$

Mit der Substitution  $\cot\theta(x) = k(x)$  lassen sich die geometrischen Beziehungen für  $x_{sup}$ ,  $x_{sup}'$  aus (3.20) und (3.21) gewinnen. Diejenigen für  $x_{inf}$  und  $x_{inf}'$  ergeben sich aus den nachfolgenden Ausdrücken:

$$x_{inf} = x + (d_{v0} - d_v)k_{inf} \quad (3.40)$$

$$x_{inf}' = 1 - d_v'k_{inf} \quad (3.41)$$

Unter Verwendung von (3.37) bis (3.41) ergibt sich die Differentialgleichung

$$k' = \frac{1 - d_v'k}{d_v} + \frac{Fd_v'' - f_{w,l}(1 - d_v'k_{inf})^2}{(q + f_{w,r})d_v(1 - d_v'k)} \quad (3.42)$$

Nochmalige Differentiation nach  $x$  dient der Elimination der Spanngliedkraft  $F(x)$  und führt zu einer mit (3.23) vergleichbaren Differentialgleichung 2. Ordnung. Die rechte Seite von (3.23) ist im vorliegenden Fall durch den Ausdruck

$$\frac{[F' + 2f_{w,l}k_{inf}(1 - d_v'k_{inf})]d_v''}{q + f_{w,r}} - 2(1 - d_v'k)(d_v'k)' \quad (3.43)$$

zu ersetzen. Zusammen mit (3.38) führt dies zu

$$k'' = \frac{d_v'}{1 - d_v'k}(k')^2 + \left( \frac{2kd_v''}{1 - d_v'k} - \frac{3d_v'}{d_v} \right) k' - \frac{3d_v'}{d_v} \left[ k - \frac{f_{w,l}k_{inf}(1 - d_v'k_{inf})}{(q + f_{w,r})(1 - d_v'k)} \right] \quad (3.44)$$

Der Unterschied zu (3.24) besteht darin, dass sich (3.44) nur in Abhängigkeit der unbekanntenen Grössen  $q + f_{w,r}$  respektive  $f_{w,l}$  formulieren lässt. Unter Verwendung numerischer Verfahren wird  $k(x)$  mit gegebenen Startwerten  $k(x_B)$ ,  $k'(x_B)$  unter Beachtung der Gleichgewichtsbedingungen (3.17), (3.34) und (3.36) gefunden. Die Integrationsgrenzen  $x_B$  und  $x_A$  sind für einen bekannten Wert für  $k_{inf}$  eindeutig definiert, so dass sie sich durch die bekannten Längen  $a$  und  $b$  ausdrücken lassen. Das Vorgehen zur Bestimmung von  $k(x)$  ist wie beim zuvor untersuchten Tragsystem ohne schlaffe Gurtbewehrung (vgl. Kapitel 3.3.1) iterativ, da die Grösse der ersten Schätzung von  $k(x_B)$  neben der Kenntnis der Kraft  $F(x_B)$  eine Schätzung der Bügelbewehrungskräfte  $f_{w,l}$  und  $f_{w,r}$  sowie der Belastung  $q$  voraussetzt. Das Verfahren zur Bestimmung des Kraftverlaufs im Spannglied  $F(x)$  kann somit Kapitel 3.3.1 entnommen werden.

Auf analoge Weise erfolgt die Bestimmung der Betonhauptdruckspannungen im Steg. Man hat dabei die Bereiche Obergurt ( $-\sigma_{c3, sup}$ ) und Untergurt ( $-\sigma_{c3, inf}$ ) sowie den Be-

reich auf der Höhe des Spannglieds ( $-\sigma_{c3,p,sup}$ ) zu unterscheiden. Wegen der Annahme einer konstanten Druckfeldneigung unterhalb des Spanngliedes sind die Spannungen  $-\sigma_{c3,p,inf}$  identisch mit  $-\sigma_{c3,inf}$ .

$$-\sigma_{c3,sup} = \frac{q + f_{w,r}}{b_w}(1 + k^2) \quad (3.45)$$

$$\sigma_{c3,p,sup} = \frac{q + f_{w,r}}{b_w}(1 + k^2)(1 - d_v'k - d_v k') \quad (3.46)$$

$$-\sigma_{c3,inf} = -\sigma_{c3,p,inf} = \frac{f_{w,l}}{b_w}(1 + k_{inf}^2) \quad (3.47)$$

Für die praktische Anwendung sei insbesondere auf das in [31] beschriebene und eingehend kommentierte Beispiel verwiesen.

## 3.5 Zwischenaufleger von Durchlaufträgern

### 3.5.1 Einleitung

Zwischenaufleger von Durchlaufträgern stellen einen Ort dar, wo Kombinationen hoher Biegemomente und Querkräfte auftreten und bei der Beurteilung der Tragsicherheit deshalb oft detaillierte rechnerische Untersuchungen anzustellen sind. Geht man dabei einzig anhand der Normnachweise [60] vor, so resultieren bei bestehenden Stahlbetonbauten oft zu geringe rechnerische Schubtragsicherheiten. Zudem werden die Nachweise der Biege- und Schubtragsicherheit üblicherweise voneinander entkoppelt durchgeführt. Deshalb werden im folgenden detaillierte Spannungsfelder entwickelt und deren Unterschiede zu den Nachweisen nach der Norm aufgezeigt. Vertiefere Untersuchungen werden insbesondere dort angestellt, wo über dem Auflager neben einer schlaffen Obergurtbewehrung auch eine Vorspannbewehrung mit gekrümmter Geometrie vorhanden ist. Auf diese Weise ist es möglich, Anteile der Auflagerkraft zu quantifizieren, die sich bei gegebenen Bügelbewehrungskräften auf das Spannglied abstützen können, ohne zu einer Überbeanspruchung der Bügelbewehrung zu führen oder die Kraft im Spannglied unter den Wert  $P_\infty$  abfallen zu lassen.

### 3.5.2 Nachweis nach Norm SIA 162

Die Bemessung nach [60] erfolgt anhand der Schnittgrößen  $M$ ,  $V$  und  $N$ . Üblicherweise wird von konstanten Druckfeldneigungen  $\theta$  ausgegangen. Als massgebender Schnitt für den Nachweis der Schubtragsicherheit wird derjenige bezeichnet, der von der Auflagerachse einen Abstand  $a = 0.5d_v \cot \theta$  aufweist.

Die Schubtragsicherheit gemäss [60] für Balken mit vertikaler Bügelbewehrung gilt als gewährleistet, wenn die Bedingung

$$\frac{V_R}{\gamma_R} \geq V_d \quad (3.48)$$

eingehalten wird. Der Schubwiderstand  $V_R$  besteht aus den Anteilen der Bügelbewehrung,  $V_{R,w}$ , und der Vorspannung,  $\Delta V_{R,p}$ , die wie folgt definiert sind:

$$V_{R,w} = \frac{A_{sv} f_{sv}}{s} \cdot d_v \cot \theta \quad , \quad \Delta V_{R,p} = P_\infty \sin \beta \quad (3.49)$$

Um ein Versagen des Stegbetons zu verhindern, wird  $V_R$  auf  $f_{c,red} b_w d_v \sin \theta \cos \theta$  limitiert; diese Bedingung ist identisch mit (3.10). Die anhand von (3.13) berechnete Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3}$  wird einer effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$  gegenübergestellt. Diese effektive Druckfestigkeit wird in [60] mit  $f_{c,red}$  bezeichnet und ist von der aus äusserer Bruchbelastung im Steg berechneten mittleren Druckfeldneigung  $\alpha_0$  abhängig.

### 3.5.3 Vergleich mit diskontinuierlichem Spannungsfeld

Anhand eines Ausschnitts aus einem Durchlaufträger gemäss Bild 3.17 sollen die nominellen Nachweise gemäss [60] mit den Resultaten, die aus der Entwicklung eines diskontinuierlichen Spannungsfeldes gewonnen werden, verglichen und kommentiert werden. Der untersuchte Träger ist durch die gleichmässig verteilte Biegetraglast  $q_u$  belastet, wovon ein gewisser Anteil  $q_{inf} = (1-\lambda)q_u$  an der Stegunterseite angreift. Die Zuggurtkraft über dem Auflager,  $P_F$ , entspricht der Summe der Fliesskräfte der Vorspannbewehrung  $P_y$  und derjenigen einer allfälligen schlaffen Bewehrung  $Z_y$ . Unter der Annahme eines konstanten Wertes für  $\cot \theta$  ist die Bügelbewehrungskraft  $f_w$  gleich der über  $d_{v0} \cot \theta$  verteilten Querkraft  $V_C$ .  $V_C$  enthält alle rechts von C wirkenden Umlenkkräfte aus der Vorspannung, und  $d_{v0}$  entspricht dem Abstand der Gurtkräfte.

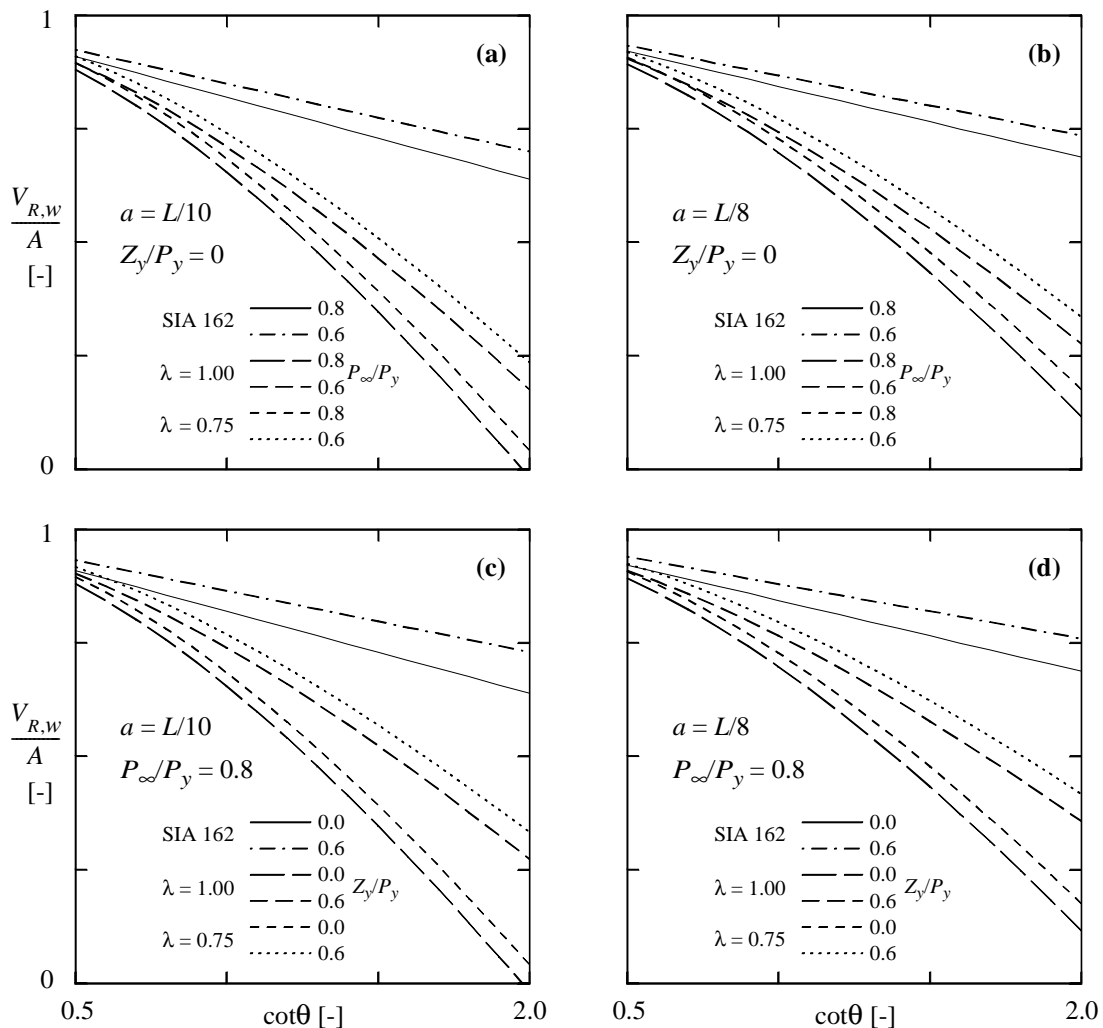
Für den Nachweis der Schubtragsicherheit nach [60] wird der Schnitt im Punkt E untersucht. Die dort wirkende Querkraft  $V_E$  schliesst sämtliche oben ( $q_{sup}$ ) und unten ( $q_{inf}$ ) angreifenden Lasten vom Querkraftnullpunkt bis zum Punkt E mit ein. Der Widerstand in E setzt sich aus dem Anteil der über die Länge  $d_{v0} \cot \theta$  verteilten Bügelbewehrungskräfte und dem Einfluss der Neigung des Spanngliedes in  $P_2$  zusammen. Letztere Annahme stellt einen Mittelwert dar, da die Spanngliedachse und deren Neigung entlang den Rändern des betrachteten Druckfeldes variiert. Setzt man ferner voraus, die Biegegewiderstände im Feld und über der Stütze seien ihrem Betrage nach gleich gross, d.h.  $M_u^+ = |M_u^-|$  respektive  $q_u = 16d_{v0}(P_y+Z_y)/L^2$ , so gilt für die Grösse des erforderlichen Bügelwiderstandes unter der Annahme kleiner Neigungen  $\beta$  der Spanngliedachse:



der Spanngliedachse  $P_1$  zu bestimmen. Die Grösse der Kraft im Spannglied wird ohne weitere Untersuchung und unabhängig von der Lage von  $P_1$  gleich  $P_\infty$  gesetzt. In Analogie zu (3.50) erhält man

$$\frac{V_{R,w}}{A} \approx 1 - \left[ 2\lambda \cdot \frac{d_{v0}}{L} - \frac{P_\infty L d_v''}{8(P_y + Z_y)} \cdot \frac{x_{P_1}}{d_{v0}} \right] \cot\theta \quad \left( \lambda = \frac{q_{sup}}{q_u} \right) \quad (3.51)$$

Die Auswertung von (3.50) und (3.51) ist in Bild 3.18 veranschaulicht. Einflüsse der Grösse von  $P_\infty$  und  $Z_y$  wurden für zwei verschiedene Abszissen  $a$  des Wendepunktes  $W$  untersucht. Die Krümmungsradien der Spannglieder sind für gegebene Abszissen der Wendepunkte eindeutig definiert; für die untersuchten Werte von  $d_{v0} = 1.20$  m und  $L = 20$  m liegen sie ungefähr zwischen 8 und 10 m. Sämtliche Diagramme verdeutlichen,



**Bild 3.18** – Erforderliche Bügelbewehrungskräfte gemäss [60] und gemäss Spannungsfeld beim Zwischenaufleger eines vorgespannten Durchlaufträgers: (a), (b) Einfluss der Vorspannkraft; (c), (d) Einfluss der schlaffen Obergurtbewehrung.



feldern über dem Zwischenaufleger von Durchlaufträgern angeführt werden, die insbesondere Fragen der Kraftänderungen in Spanngliedern beantworten sollen. Zu diesem Zweck wird mit Bild 3.19 der Auflagerbereich A des Trägers aus Bild 3.15 untersucht.

Der Abstand des Wendepunktes W von der Auflagerachse wird mit  $a$ , die Höhendifferenz zwischen dem Hoch- und Tiefpunkt des Spanngliedes mit  $d_{v0}$  bezeichnet. Die beiden Parabelgleichungen zur Beschreibung der Spanngliedgeometrie lauten:

$$d_v(x) = d_{v0} \left( 1 - \frac{2x^2}{La} \right) \quad (x \leq a) \quad (3.52)$$

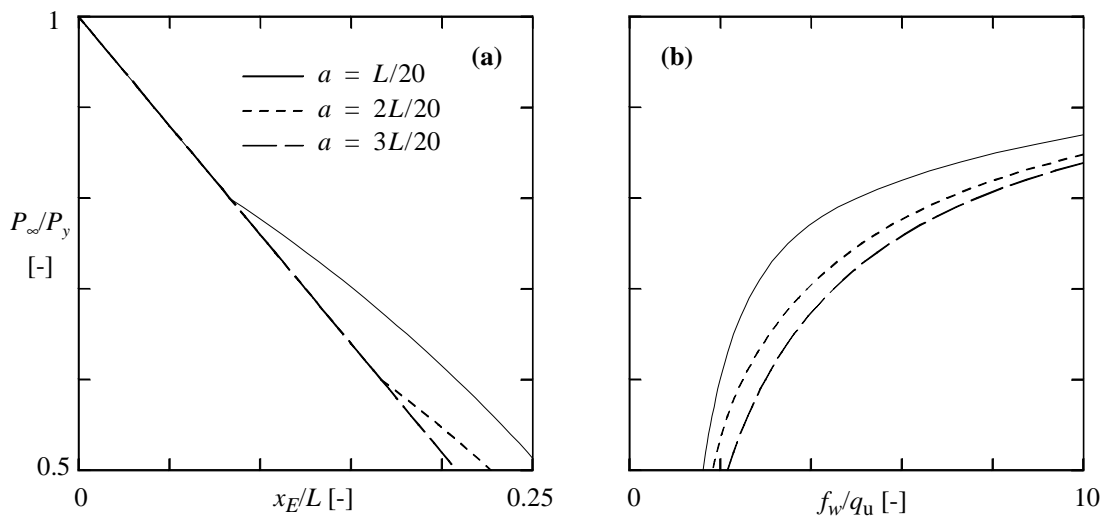
$$d_v(x) = d_{v0} \frac{(L-2x)^2}{L(L-2a)} \quad (x > a) \quad (3.53)$$

Bei einer Direktabstützung der Auflagerkraft  $A_u$  aus Bild 3.19 auf das Spannglied würde dies zu äusserst hohen Bügelbeanspruchungen führen. Die Gleichgewichtsbedingungen am Schnittkörper A'D'E lauten:

$$(q_u + f_{w1})x_E + P_\infty |d_v'(x_E)| = A_u = q_u \frac{L}{2} \quad (3.54)$$

$$(q_u + f_{w1}) \frac{x_E^2}{2} + P_\infty [|d_v'(x_E)|x_E + d_v(x_E)] = P_y d_{v0} \quad (3.55)$$

Anhand dieser Gleichungen und unter Verwendung von  $q_u = 16d_{v0}P_y/L^2$  lassen sich der Abstand  $x_E$  des Punktes E von der Auflagerachse, d.h. die Länge, über welche sich die Kraft im Spannglied von  $P_y$  auf  $P_\infty$  abbaut, sowie die über  $x_E$  verteilte erforderliche Bügelbewehrungskraft  $f_{w1}$  folgendermassen angeben:



**Bild 3.20** – Volle Abstützung der Auflagerkraft  $A_u = q_u L/2$  auf das Spannglied: (a) seitliche Fächerausdehnung; (b) zugehörige Bügelbewehrungskraft.

$$x_E = \frac{L}{4} \cdot \frac{P_y - P_\infty}{P_y}, \quad f_{w1} = \frac{4P_y d_{v0}}{L^2} \cdot \left( 4 \cdot \frac{P_y + P_\infty}{P_y - P_\infty} - \frac{L}{a} \cdot \frac{P_\infty}{P_y} \right) (x_E \leq a) \quad (3.56)$$

$$x_E = \frac{L}{2} \cdot \frac{(P_y - P_\infty)L - 2P_y a}{(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a}, \quad f_{w1} = \frac{8P_y d_{v0}}{L^2} \cdot \frac{(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a}{(P_y - P_\infty)L - 2P_y a} (x_E > a) \quad (3.57)$$

Interessant ist die Tatsache, dass  $x_E$  bei einer direkten Abstützung der Auflagerkraft auf das Spannglied innerhalb der Länge  $a$  unabhängig von der Spanngliedgeometrie ist. Bild 3.20(b) verdeutlicht, dass für übliche Verhältnisse von  $P_\infty/P_y$  sehr hohe Bügelbewehrungskräfte resultieren würden. Für die geometrischen Verhältnisse und Bügelbewehrungskräfte des Trägers aus Bild 3.15 bedeutet dies, dass eine volle Abstützung der Auflagerkraft auf das Spannglied nur dann möglich wäre, wenn  $P_\infty$  ungefähr der halben Fließkraft  $P_y$  entspräche. Die horizontale Ausdehnung dieses Fächers würde gemäss Bild 3.20(a) über den Wendepunkt hinaus reichen und rund 2.8 m betragen. Da die Vorspannkkräfte  $P_\infty$  in Wirklichkeit meist grösser sind, stellt sich die Frage, ob infolge des raschen Abbaus der Fließkraft nicht zumindest ein Teil der Auflagerkraft direkt dem Obergurt übertragen werden kann. Diese Annahme ist insbesondere daher gerechtfertigt, weil mit der Druckkraft im Untergurt über dem Auflager eine grosse horizontale Stützung vorhanden ist, die einer zusätzlichen Direktabstützung dienlich ist.

Somit wird ein Teil der Auflagerkraft gemäss Bild 3.19 mit dem Fächer A'QR als Druckkraft in den Obergurt eingeleitet. Eine gewählte Voraussetzung für die Lage von R ist, dass R direkt oberhalb von E liegt, da erst beim Erreichen von  $P_\infty$  im Spannglied eine Druckbeanspruchung im Obergurt denkbar wird. Im Gegensatz zu einer gänzlichen Abstützung auf das Spannglied ergibt sich auf diese Weise ein längerer Bereich A'Q, entlang welchem die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$  aktiviert werden können. Die drei Gleichgewichtsbedingungen an den Fächern A'D'E und AQR lauten

$$(q_u + f_{w2})x_Q + P_\infty |d_v'(x_E)| = q_u \frac{L}{2} \quad (3.58)$$

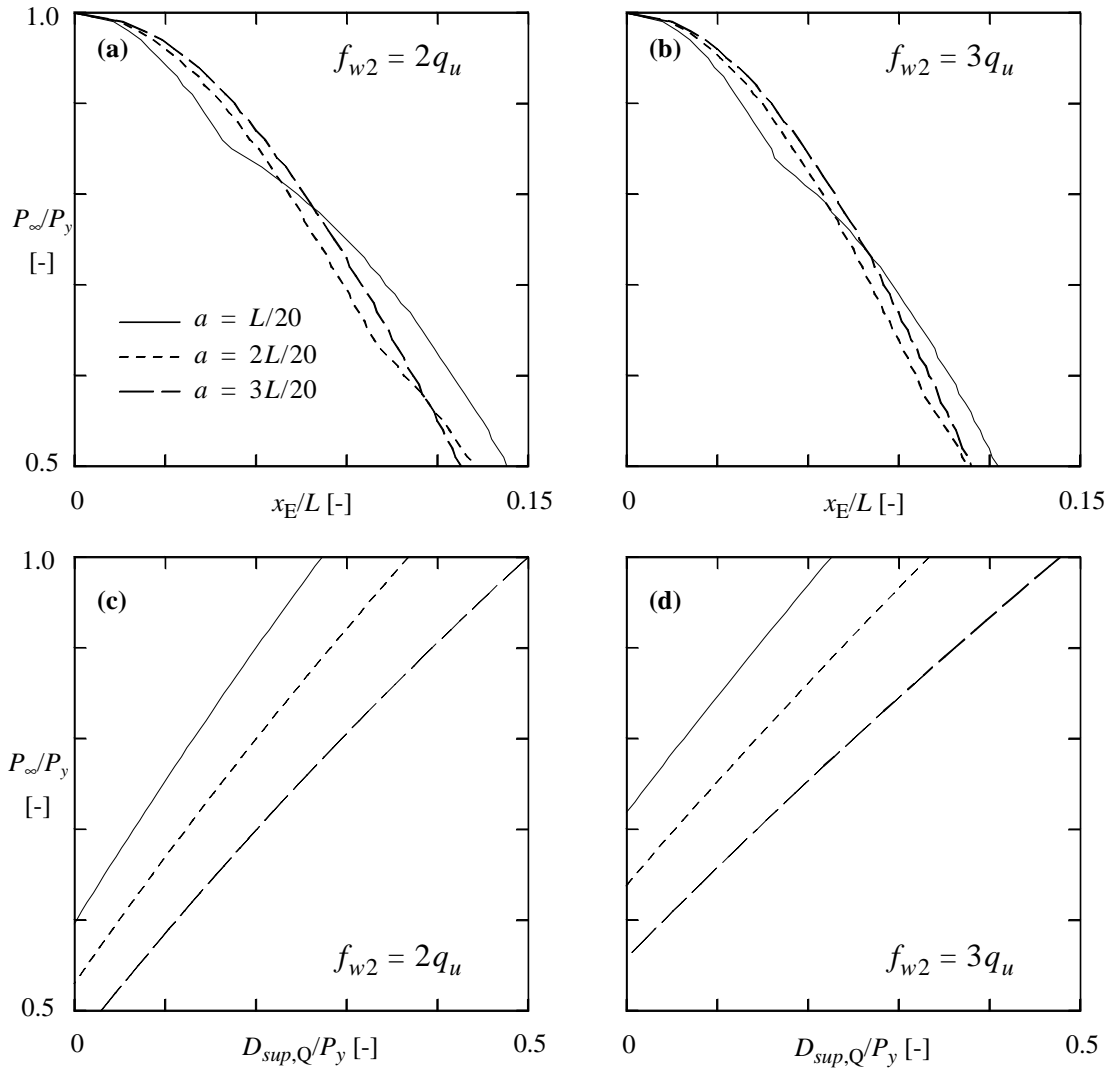
$$(q_u + f_{w2}) \frac{x_Q^2}{2} + P_\infty [|d_v'(x_E)|x_E + d_v(x_E)] - D_{sup,Q} d_{v0} = P_y d_{v0} \quad (3.59)$$

$$D_{sup,Q} = (q_u + f_{w2}) \frac{x_Q^2 - x_E^2}{2d_{v0}} \quad (3.60)$$

und reichen nicht aus, um neben den Abszissen der Punkte E ( $x_E$ ) und Q ( $x_Q$ ) und der Grösse der Gurtkraft ( $D_{sup,Q}$ ) in Q zusätzlich noch die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$  zu bestimmen. Eine der vier unbekannt Grössen muss deshalb als gegeben betrachtet werden. Sind die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$  im Auflagerbereich des untersuchten Trägers bekannt, so lassen sich (3.58) bis (3.60) nach  $x_E$ ,  $x_Q$  und  $D_{sup,Q}$  auflösen

$$x_E = L \cdot \sqrt{\frac{2a(P_y - P_\infty)}{4(4P_y a + P_\infty L) + f_{w2} L^2 a / d_{v0}}} \quad (x_E \leq a) \quad (3.61)$$





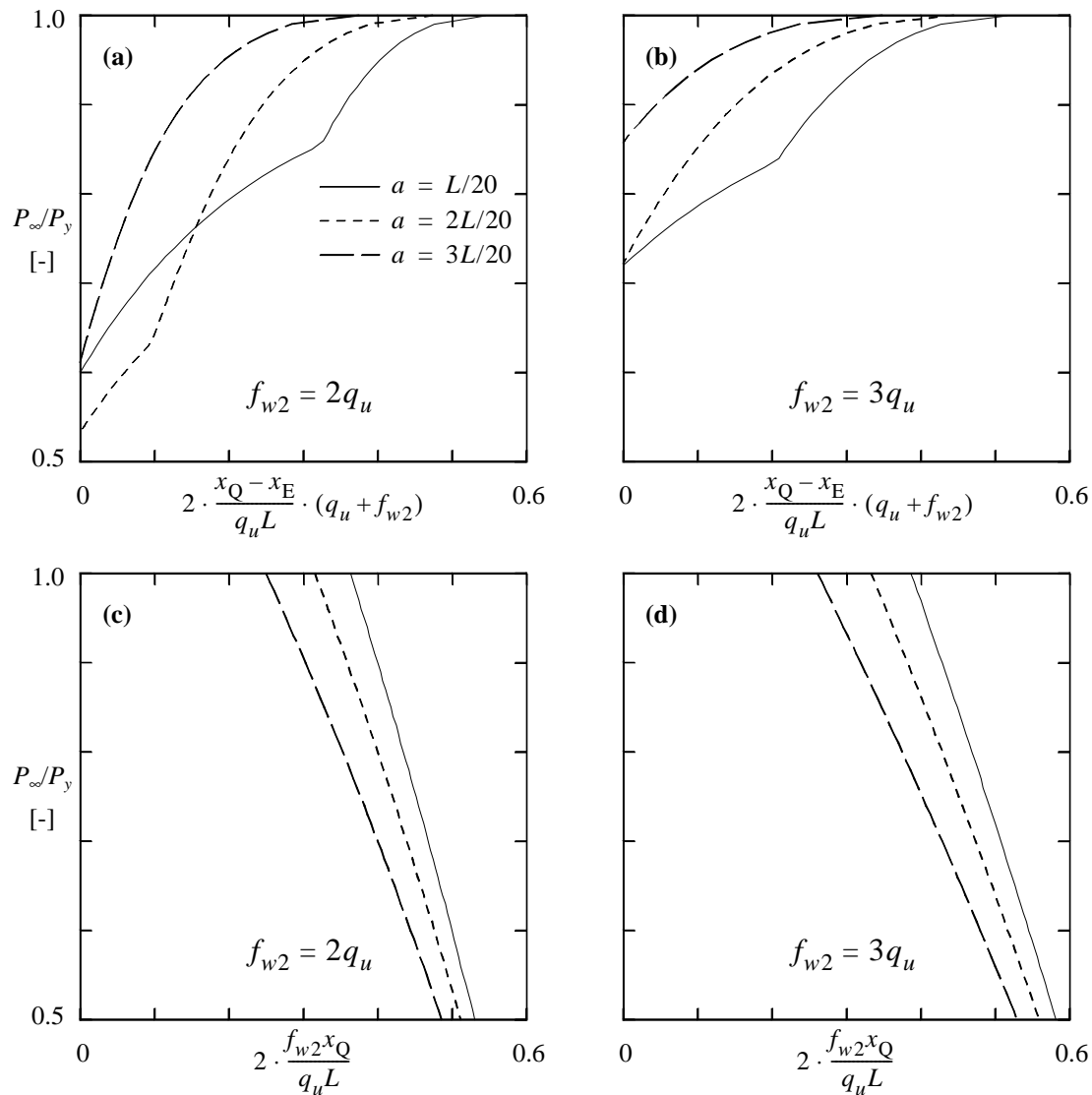
**Bild 3.21** – Vorgespannter Durchlaufträger: (a) und (b) Verlauf der Kraft im Spannglied; (c) und (d) Grösse der Druckkraft  $D_{sup,Q}$  in Q.

$$x_E = L \cdot \sqrt{\frac{2[(P_y - P_\infty)L - 2P_y a]}{8[(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a] + f_{w2}L^2(L - 2a)/d_{v0}}} \quad (x_E > a) \quad (3.62)$$

$$x_Q = 4L \cdot \frac{(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a}{8[(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a] + f_{w2}L^2(L - 2a)/d_{v0}} \quad (3.63)$$

$$D_{sup,Q} = P_y \cdot \frac{8d_{v0}[(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a] - f_{w2}L^2[L - 2a - L(P_\infty/P_y)]}{8d_{v0}[(2P_y - P_\infty)L - 4P_y a] + f_{w2}L^2(L - 2a)} \quad (3.64)$$

Ein Vergleich zwischen (3.56), (3.57), (3.61) und (3.62) anhand der Bilder 3.20(a) sowie 3.21(a) und (b) zeigt, dass der Abbau der Kraft im Spannglied über vergleichbare Längen  $x_E$ , hingegen mit viel geringeren Bügelbewehrungskräften  $f_{w2}$  erfolgt als bei einer gesamthaften Abstützung der Auflagerkraft auf das Spannglied. Die Bilder 3.21(c) und (d) verdeutlichen die Grösse der Obergurtkraft  $D_{sup,Q}$  in Q.



**Bild 3.22** – Vorgespannter Durchlaufträger: Anteile der Abstützungen der Auflagerkraft  $A_u = q_u L/2$  auf den Obergurt (a) und (b) sowie auf die Bügelbewehrung (c) und (d) für unterschiedliche Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$ .

:Mit zunehmendem Vorspannniveau  $P_\infty/P_y$  verringert sich der Anteil der Direktabstützung auf das Spannglied, währenddem die Grösse der über den Fächer A'RQ dem Obergurt übertragenen Auflagerkraft zunimmt. Die Anteile der Auflagerkraft, welche zum Obergurt und zu den Bügeln übertragen werden, sind in Bild 3.22 angegeben. Je geringer die Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$  ausfallen, desto grösser ist bei gleichbleibendem Vorspannniveau  $P_\infty/P_y$  der Anteil der Auflagerkraft, der direkt zum Obergurt übertragen werden muss. Infolgedessen erhöht sich auch der Beitrag an die horizontale Druckkraft in A', der sich durch die Direktabstützung auf den Obergurt ergibt. Der restliche Überschuss an Druckkraft verbleibt im Untergurt und wird als Teil eines nächsten Druckfeldes durch die Bügelkräfte  $f_{w2}$  sukzessive abgebaut. Strenggenommen müssten ab der Koordinate  $x_E$  bis zum Wendepunkt W der Spannglied geometrie nach unten wirkende Umlenkkräfte aus dem Lastfall Vorspannung für die Entwicklung des rechts an

AQ grenzenden Druckfeldes berücksichtigt werden. Somit müsste ein Teil der Bügelbewehrungskräfte  $f_{w2}$  dafür verwendet werden, Umlenkkräfte auf die Höhe des Obergurtes zu heben. Für die Lastabtragung der Biegetraglast  $q_u$  stünde nur ein reduzierter Betrag von  $f_{w2}$  zur Verfügung. Diese Besonderheit gilt strenggenommen auch für die im folgenden erläuterten Spannungsfelder.

### Vorgespannte und schlaffe Längsbewehrung

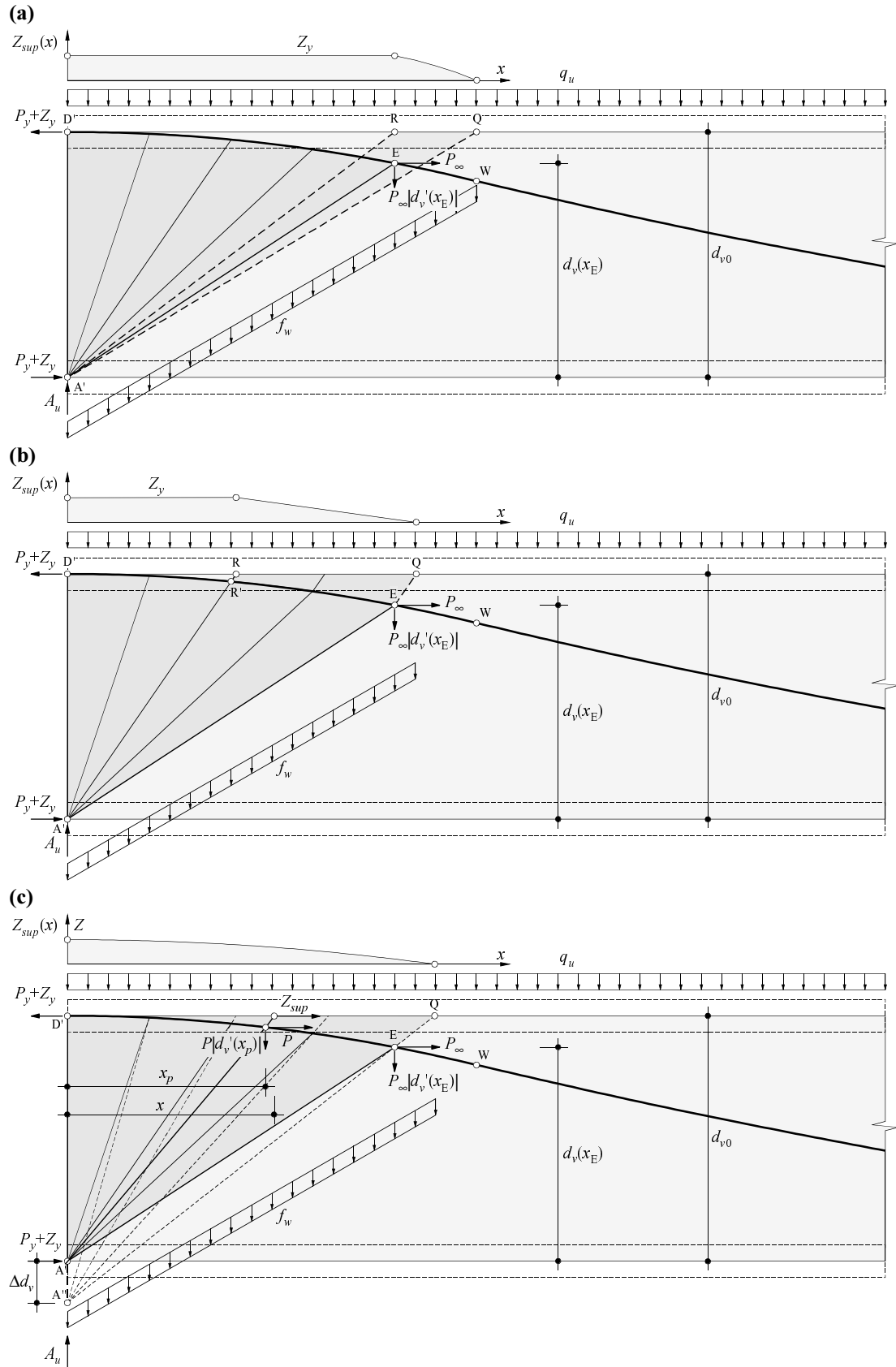
Bisher wurden die Überlegungen auf den Auflagerbereich ohne die Berücksichtigung einer zusätzlichen schlaffen Biegebewehrung beschränkt. Eine solche Bewehrung dient jedoch in den meisten Fällen der Gewährleistung einer ausreichenden Tragsicherheit. Deshalb sollen mithilfe von Bild 3.23 mögliche Wege zur Bestimmung des Zugkraftverlaufs nicht nur in der Vorspann-, sondern auch in der schlaffen Bewehrung des Obergurtes aufgezeigt werden.

Grundsätzlich stellt sich bei gemischt bewehrten Trägern das Problem, dass anhand der Gleichgewichtsbedingungen allein keine Aussagen über die Kraftverläufe in den verschiedenen Bewehrungen gemacht werden können, vgl. Kapitel 3.4. Die Arbeit von Lüchinger und Maag [22] vernachlässigt dieses Problem bei der Untersuchung von Zwischenauflagern. Die Bestimmung der grundsätzlich vier unbekannt Grössen (Kraft im Obergurt, Kraft im Spannglied, erforderliche Druckfeldlänge und Bügelbewehrungskräfte) verlangt nach einer zusätzlichen Gleichung (z.B. Querschnittsanalysen mithilfe von Dehnungsebenen). Es empfiehlt sich deshalb, plausible Annahmen über den Kraftverlauf in einer Bewehrung zu machen und gegebenenfalls so zu variieren, bis die Fliessbedingungen nirgends mehr verletzt werden. Als Grundsatz gilt, dass Zugkräfte in Gurten erst dann auftreten sollten, wenn der Querschnitt dekomprimiert ist.

Das Vorgehen zur Bestimmung der inneren Kräfte ist für alle in Bild 3.23 dargestellten Varianten identisch. Die Idee besteht darin, aufgrund eines gewählten Zugkraftverlaufs im Obergurt die unbekannt Grössen (beispielsweise  $x_E$ ,  $x_Q$  und  $f_w$ ) zu bestimmen.

Bild 3.23(a) zeigt die Verhältnisse, wenn sich die Auflagerkraft im Bereich  $x \leq x_E$  ausschliesslich auf das Spannglied und für  $x_R \leq x \leq x_Q$  auf den Obergurt abstützt. Die Zugkraft im Obergurt muss unter dieser Annahme entlang D'R konstant bleiben und wird erst entlang RQ parabolisch abgebaut. Dies ist insbesondere für solche Träger gerechtfertigt, deren Obergurtbewehrung in Längsrichtung gar nicht oder nur unwesentlich abgestuft ist. Die Biegetraglast  $q_u = 16d_{v0}(P_y + Z_y)/L^2$  setzt voraus, dass die Fliessmomente im Feld und über der Stütze identisch sind.  $P(x_E)$  darf nicht kleiner sein als  $P_\infty$ . Für den Fall von  $P(x_E) = P_\infty$  lauten die Gleichgewichtsbedingungen, anhand welcher die Abszissen  $x_E$  und  $x_Q$  sowie die erforderlichen Bügelbewehrungskräfte  $f_w$  bestimmt werden können,

$$(q_u + f_{w2})x_Q + P_\infty |d_v'(x_E)| = q_u \frac{L}{2} \quad (3.65)$$



**Bild 3.23** – Abstützung der Auflagerkraft auf das Spannglied und den Obergurt: (a) Konstante Obergurtkraft; (b) linearer und (c) parabolischer Kraftabbau im Obergurt.

$$(q_u + f_w) \frac{x_Q^2}{2} + P_\infty [d_v'(x_E) |x_E + d_v(x_E)] = (P_y + Z_y) d_{v0} \quad (3.66)$$

$$(q_u + f_w) \cdot \frac{x_Q^2 - x_E^2}{2d_{v0}} = Z_y \quad (3.67)$$

Den Verlauf von  $P(x)$  findet man, indem beliebige Schnitte durch den Fächer A'DE gelegt werden, an welchen mit dem aus (3.65) bis (3.67) gewonnenen Wert für die Bügelbewehrungskräfte  $f_w$  Gleichgewicht formuliert wird.

Bild 3.23(b) zeigt die Verhältnisse bei linearem Verlauf von  $Z_{sup}(x)$ . Das Spannungsfeld oberhalb des Spanngliedes EQRR' ist demnach ein Parallelfeld. Der Aufbau der Zugkraft im Obergurt muss im Punkt R abgeschlossen sein, da dort der Neigungswinkel des Parallelfeldes mit dem Winkel des Fächers unterhalb des Spanngliedes zusammenfällt. Würde das parallele Druckfeld bis D' verlängert, so ergäben sich entlang R'D' abnehmende Spanngliedkräfte. Dies entspräche aber keinem plausiblen Spannungszustand im Spannglied und ist deshalb nicht zu erwarten.

Die eleganteste Form der Aufteilung der Zugkräfte auf Spannglied und Zuggurt zeigt Bild 3.23(c). Man denkt sich für den Obergurt einen fiktiven, punktzentrierten Fächer A''QD', der einen parabolischen Kraftanstieg im Obergurt bewirkt. Da der Punkt um  $\Delta d_v$  unterhalb von A' liegt, wachsen sowohl die Kraft im Obergurt als auch diejenige im Spannglied gegen D' hin an. Die Beziehung zwischen den Abszissen  $x_p$  des Spanngliedes und  $x$  des Obergurtes wird durch  $\Delta d_v$  eindeutig festgelegt und lautet

$$x = x_p \cdot \frac{d_{v0} + \Delta d_v}{\Delta d_v + d_v(x_p)} \quad (3.68)$$

(3.65) und (3.66) verlieren auch für die Verhältnisse gemäss den Bildern 3.23(b) und (c) ihre Gültigkeit nicht. Hingegen muss (3.67) für Bild 3.23(c) durch den Ausdruck

$$(q_u + f_w) \cdot \frac{x_Q^2}{2(d_{v0} + \Delta d_v)} = Z_y \quad (3.69)$$

ersetzt werden. Damit resultiert für den Verlauf der Kraft  $P(x_p)$  im Spannglied

$$P(x_p) = \frac{1}{d_v(x_p) + x_p |d_v'(x_p)|} \cdot \left[ P_y d_{v0} - (q_u + f_w) \cdot \frac{x^2}{2} \cdot \left( \frac{\Delta d_v}{d_{v0} + \Delta d_v} \right) \right] \quad (3.70)$$

respektive mit (3.68)

$$P(x_p) = \frac{1}{d_v(x_p) + x_p |d_v'(x_p)|} \cdot \left[ P_y d_{v0} - (q_u + f_w) \cdot \frac{x_p^2}{2} \cdot \left( \frac{\Delta d_v (d_{v0} + \Delta d_v)}{(\Delta d_v + d_v(x_p))^2} \right) \right] \quad (3.71)$$

### Einfluss der Auflagerknotenabmessungen

Bis hierher wurden ausschliesslich punktzentrierte Fächer zur Bestimmung der Gurt-, Spannglied- und Bügelbewehrungskräfte verwendet. Die nachfolgenden Betrachtungen untersuchen die Verhältnisse im Auflagerbereich, wenn Knotengeometrien berücksichtigt werden. Für parallelgurtige Träger wurde die Herleitung zur Bestimmung der Knotengeometrie bereits in [23] und [67] veröffentlicht. Die Einflüsse einer gekrümmten Geometrie des Obergurtes auf die Entwicklung der Knotengeometrie wurde bis jetzt jedoch noch nicht untersucht.

Eine Konsole gemäss Bild 3.24(a) wird entlang der Trägeroberseite mit der gleichmässig verteilten Last  $q_u$  belastet. Die Konsole weist zwei Flansche auf, und die Auflagerkraft  $A_u$  wird lediglich über die Stegbreite  $b_w$  in die Konsole eingeleitet. Das Zugglied ist parabolisch gekrümmt und stellt die einzige horizontal wirksame Bewehrung dar. Im Abstand von  $a+b$  von der Symmetrieachse ist die Kraft im Zugglied gleich null, und an der Symmetrieachse erreicht sie gerade die Fliesskraft  $F_y$ . Zur Bestimmung der Geometrie der Knotenberandung BC wird ein zweiachsig gleichförmiger Druckspannungszustand im Knotenbereich ABC vorausgesetzt. Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem führen zu den Beziehungen

$$c = \frac{F_y}{f_c b_w} = \omega d \quad , \quad b = \frac{c}{a} \cdot (2h_{p0} - c) \quad , \quad q_u = F_y \cdot \frac{2h_{p0} - c}{a^2 - c^2 + 2h_{p0}c} \quad (3.72)$$

Die Betrachtung einer infinitesimalen Druckstrebe liefert das Differentialgleichungssystem

$$\xi' = \frac{1}{f_c b_w} \cdot [q_u - F'h_p' - Fh_p''] \quad (3.73)$$

$$\zeta' = \frac{q_u}{f_c b_w} \cdot \left[ \frac{x - \xi}{h_p - c + \zeta} \right] \quad , \quad F' = -q_u \cdot \left[ \frac{x - \xi}{h_p - c + \zeta} \right] \quad (3.74)$$

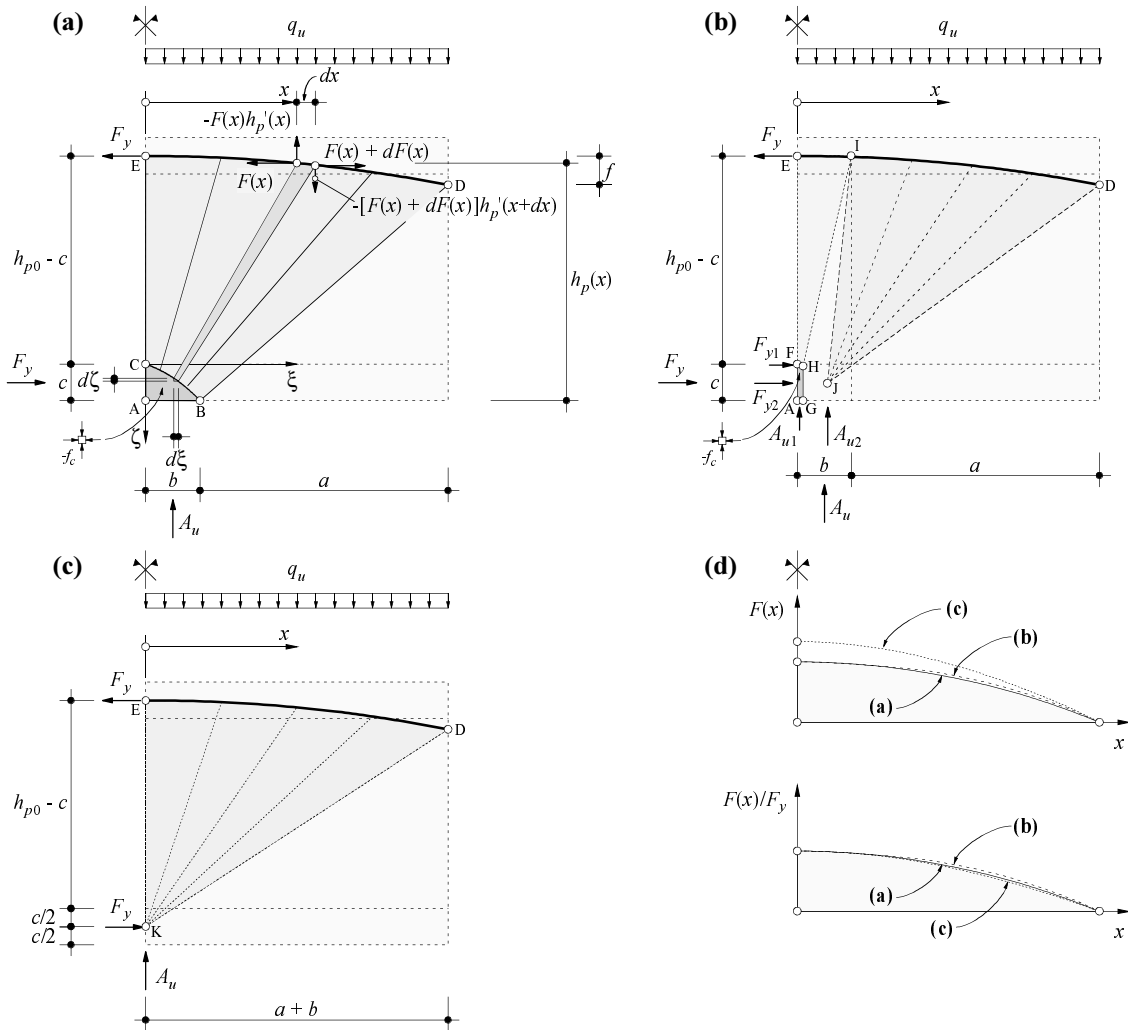
Beide Gleichungen lassen sich für  $x = 0$  bei gegebenen statischen ( $F = F_y$ ) und geometrischen ( $\xi = \zeta = 0$ ) Randbedingungen als Funktionen von  $x$  und  $F$  integrieren.

$$\xi = \frac{1}{f_c b_w} \cdot (q_u x - Fh_p') \quad (3.75)$$

$$\zeta = \frac{1}{f_c b_w} \cdot (F_y - F) \quad (3.76)$$

Der unbekannte Verlauf von  $F$  entlang von  $x$  wird anschliessend aus der Momentengleichgewichtsbedingung gefunden. Es resultiert eine quadratische Gleichung für  $F(x)$ .

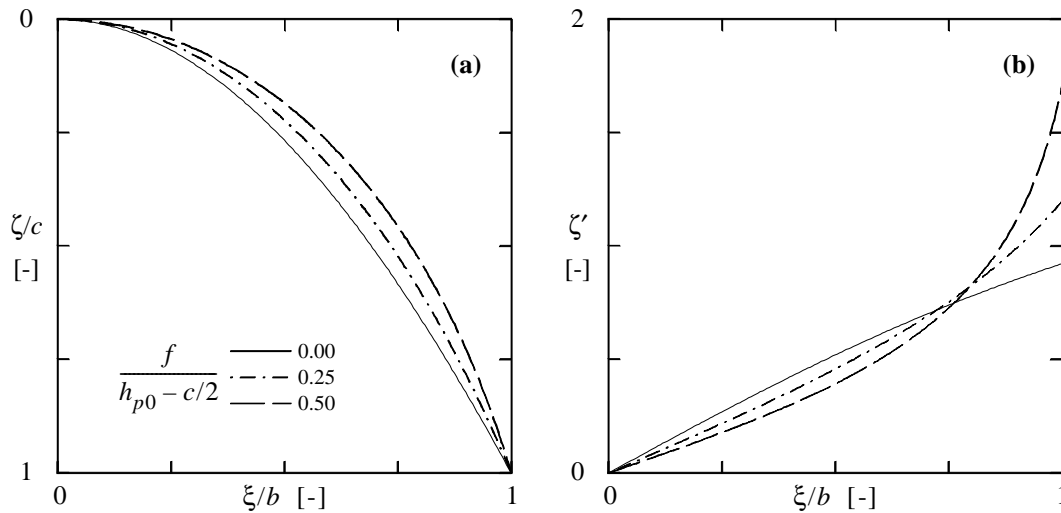
$$F^2(1+h_p'^2) - 2F[(f_c b_w + q_u)h_p'x - f_c b_w h_p] = q_u x^2 (f_c b_w - q_u) + F_y (F_y - 2h_{p0} f_c b_w) \quad (3.77)$$



**Bild 3.24** – Knotengeometrie einer Konsole mit gekrümmtem Zuggurt: (a) Nicht zentrierter Fächer; (b) teilweise zentrierter Fächer; (c) punktzentrierter Fächer; (d) Zugkraftverläufe.

Die Voraussetzungen  $F(a+b) = 0$ ,  $F(0) = F_y$  sowie  $h_p(0)' = 0$  führen dazu, dass die Längen  $b$  und  $c$  unabhängig von der Geometrie des gekrümmten Zuggurtes sind. Hingegen variiert die Funktion der Knotenberandung BC je nach der geometrischen Form der Zuggurtparabel. Bild 3.25 fasst die Verläufe von  $\zeta$  und  $\zeta'$  für unterschiedliche Parabelgeometrien zusammen.

Die Bestimmung des Kraftverlaufs im gekrümmten Zuggurt kann auch einfacher durch die Verwendung von punktzentrierten Fächern erfolgen. Die Wahl des Fächerzentrums beeinflusst in grossem Masse den Kraftverlauf im gekrümmten Zuggurt. Der Schnittpunkt der Resultierenden der Druckgurt-, Auflager- und Fächerkraft gemäss Bild 3.24(a) liegt im Punkt mit den Koordinaten  $\xi = b/2$ ,  $\zeta = c/2$ . Würde man einen in diesem Punkt zentrierten Fächer verwenden, nähme der Zugkraftverlauf entlang EI in Bild 3.24(b) zu, obwohl die Zugkraft bereits in E ihren Maximalwert von  $F_y$  erreicht hat. Für



**Bild 3.25** – Knotenbereich einer Konsole mit gekrümmtem Zuggurt: (a) Normierte Knotenberandung; (b) Berandungsneigung.

die praktische Anwendung bedeutet dies, dass man den Zugkraftverlauf  $F(x)$  für Belastungen im Bereich  $x \leq b$  mit einem nicht zentrierten Fächer anhand von (3.77) bestimmt. Die Knotenabmessungen sowie die resultierenden Knotenkräfte  $F_{y1}$  und  $A_{u1}$  für diesen Teilbereich gehen aus (3.75) und (3.76) für  $x = b$  hervor. Sämtliche Belastungen  $q_u$ , die jenseits der Auflagerbreite  $b$  wirken, werden über einen in J punktzentrierten Fächer mit den Kräften  $F_{y2}$  und  $A_{u2}$  aufgenommen. Einfacher werden die Verhältnisse, wenn der Knoten wie in Bild 3.24(c) gerade in der Symmetrieachse in K punktzentriert wird. Für solche Verhältnisse fällt die Traglast  $q_u$  bei gegebenem Widerstand des Zuggurtes  $F_y$  geringer aus als bei Verwendung nicht zentrierter Fächer.

Das Vorgehen zur Bestimmung der Knotengeometrie bei der Konsole von Bild 3.24 kann auch auf Auflagerbereiche von vorgespannten Durchlaufträgern übertragen werden. Dort ist jedoch zu beachten, dass zusätzlich zur Belastung  $q_u$  von der Koordinate  $x \geq b$  an auch Bügelbewehrungskräfte  $f_w$  zu berücksichtigen sind. Dies führt zu Differentialgleichungen analog zu (3.73) und (3.74), die jedoch abschnittsweise zu formulieren sind. Analysen mit einem nicht zentrierten Fächer gemäss Bild 3.24(a) lohnen sich nur dann, wenn die Längsbewehrungsgehalte gross sind und der Beton somit stark beansprucht wird. Ein Vergleich der Kräfte im gekrümmten Zugglied gemäss Bild 3.24(d) zeigt, dass die Abweichungen zwischen den Kraftverläufen von punktzentrierten und nicht zentrierten Fächern nur marginal ausfallen. Zudem sind die mit einem punktzentrierten Fächer berechneten Zugkräfte immer grösser als diejenigen, welche mit einem nicht zentrierten Fächer ermittelt wurden, so dass eine Überprüfung der vorhandenen Zugkraftwiderstände mit punktzentrierten Fächern eine Berechnung auf der sicheren Seite darstellt.



## 3.6 Räumliche Spannungsfelder

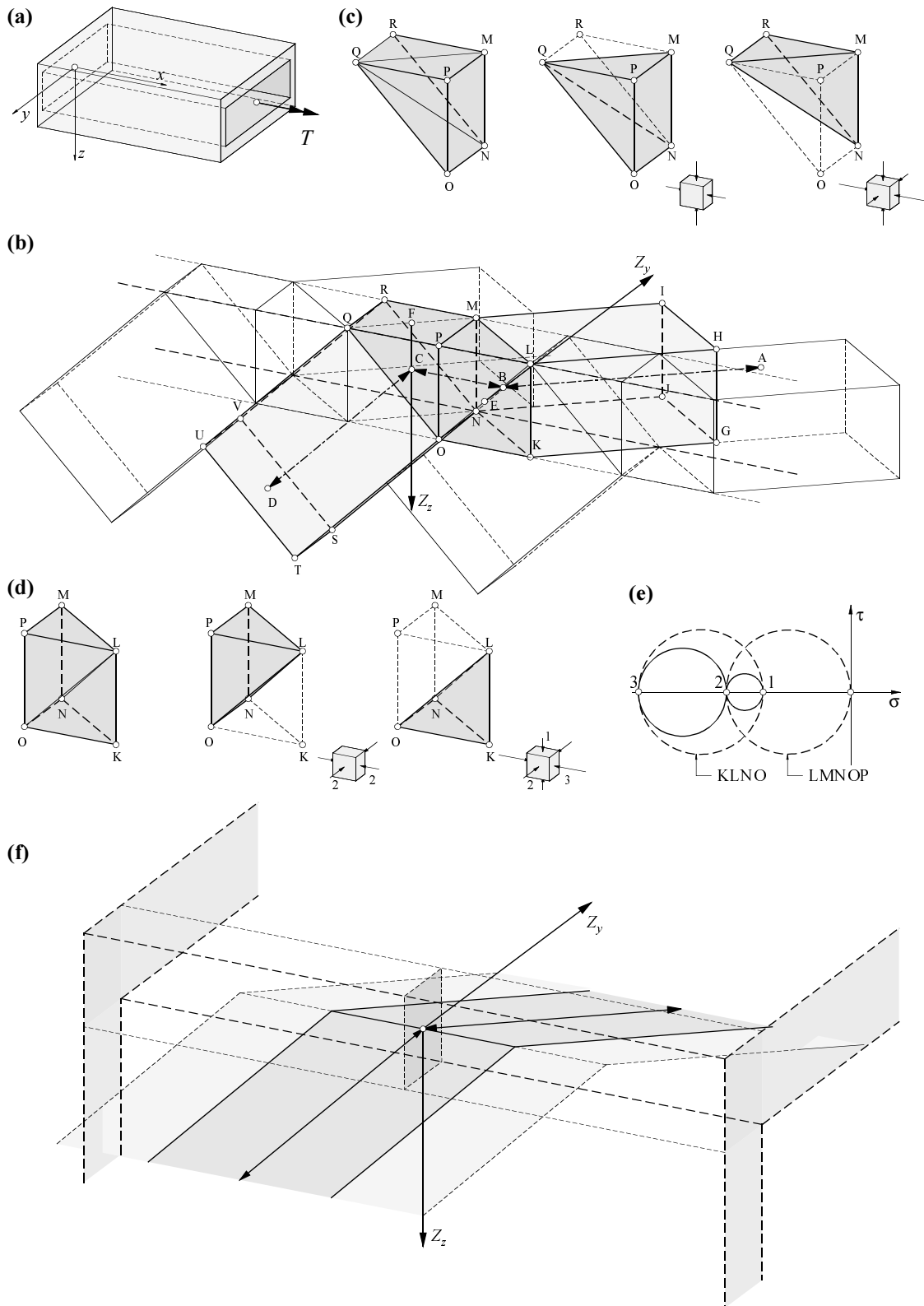
### 3.6.1 Einleitung

Für die Bemessung von Stabtragwerken aus Stahlbeton haben sich diskontinuierliche Spannungsfelder oder diskrete Fachwerkmodelle durchgesetzt. Etwas anders liegen die Verhältnisse bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Betonbauten. Im Gegensatz zur Bemessung muss mit vorhandenen Widerständen gerechnet werden. Eine Beeinflussung des Tragverhaltens oder der Versagensart ist nicht möglich. Nominelle Nachweise gemäss [60] schaffen insbesondere dort keine Klarheit, wo konstruktiven Details zum Zeitpunkt der Projektierung wenig oder gar keine Aufmerksamkeit geschenkt wurde. Solche Details betreffen oft Zonen grosser Spannungskonzentrationen wie beispielsweise Auflager oder Verankerungen von Spanngliedern. In solchen Fällen müssen grosse Kräfte räumlich ausgebreitet werden. Die Erfassung des Kräfteflusses wird im Vergleich zu ebenen Problemen erschwert.

Im folgenden wird versucht, Anwendungen räumlicher Spannungsfelder aufzuzeigen und auf die Schwierigkeiten und Grenzen solcher Anwendungen aufmerksam zu machen. In erster Linie werden indirekt gelagerte Trägerstege untersucht, bei welchen keine Aufhängebewehrung vorhanden ist.

Zu diesem Zweck wird zunächst der Eckbereich eines auf reine Torsion beanspruchter Kastenträgers gemäss Bild 3.26(a) betrachtet. Bei einem konstanten Schubfluss in den Kastenwänden ergibt sich keine Gurtkraftänderung in den Eckbereichen des Trägers. Zur Wahrung des lokalen Gleichgewichts sind lediglich Bewehrungen in  $y$ - und  $z$ -Richtung nötig. Bild 3.26(b) veranschaulicht den Übergang einer einzelnen Druckdiagonalenkraft von der horizontalen in die vertikale Scheibe entlang ABCD. Die Knoten KLMNOP und MNOPQR sind für diese eine Druckdiagonalenkraft und die verteilt über KLPO und MPQR wirkenden Bewehrungskräfte  $Z_y$  und  $Z_z$  je einem ebenen gleichförmigen Druckspannungszustand in der  $x$ - $y$ - respektive  $x$ - $z$ -Ebene unterworfen. An den Knotenberandungen werden keine Schubspannungen  $\tau$  übertragen, d.h. die Diagonalenrichtungen fallen mit Hauptrichtungen zusammen. Diese Betrachtung führt zudem dazu, dass an der Kontaktfläche MNOP der beiden Knotenbereiche ein einachsialer Druckspannungszustand in  $x$ -Richtung vorliegt. Die Diagonalenkräfte sowie Bewehrungskräfte  $Z_y$  und  $Z_z$  schneiden sich deshalb nicht in einem Punkt, so dass ein kleiner Versatz entlang BC vorliegt.

Da in den Gurtplatten und Stegen keine einzelnen Druckdiagonalen wirken, sondern ein aus mehreren parallelen, einander berührenden Druckdiagonalen bestehendes Druckfeld vorliegt, ergeben sich gemäss den Bildern 3.26(c) und (d) Spannungsüberlagerungen in den Knotenbereichen MNQR respektive KLNO. Dort herrscht je ein dreidimensionaler Spannungszustand, bei welchem die dritte Hauptrichtung mit der  $x$ -Achse zusammenfällt. Die Spannungszustände in diesen Knotenbereichen können durch Mohr'sche Kreise gemäss Bild 3.26(e) ausgedrückt werden. Da die Grösse der Beton-



**Bild 3.26** – Torsionsbeanspruchung eines Kastenträgers: (a) System und Beanspruchung; (b) räumliches Spannungsfeld; (c) Knoten KLMNOP; (d) Knoten MNOPQR; (e) Mohr'sche Spannungskreise; (f) Idealisierung mit zwei ebenen Spannungsfeldern.

druckfestigkeit  $f_{c3}$  unter dreiachsiger Beanspruchung um das Vierfache der geringsten Querdruckspannung  $-\sigma_{c1}$  anwächst (vgl. Kapitel 2.1.3), die Spannungen im Knoten jedoch bloss superponiert werden, werden die dreiaxial beanspruchten Knotenbereiche für das Versagen nicht massgebend. Vielmehr ist die einachsiale effektive Druckfestigkeit  $f_c$  der Druckfelder in den Kastenwänden für das Versagen des Trägers verantwortlich. Voraussetzung dafür ist eine einwandfreie Verankerung der Querbewehrung, damit sich der angenommene Kräftefluss auch einstellen kann.

Bei der Bemessung oder Überprüfung von Betonbauten wird der räumliche Spannungszustand vereinfachend durch das Zusammensetzen zweier oder mehrerer ebener Spannungsfelder modelliert. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass vom einen zum anderen Spannungsfeld zu übertragende Randspannungen in einer zur Linie degenerierten Kante wirken. Die Resultierenden solcher Spannungsfelder schneiden sich in einem Punkt, der in Bild 3.26(b) vorhandene Versatz BC entfällt, vgl. Bild 3.26(f). Weiterführende Erläuterungen zu alternativen Spannungsfelder in Trägereckbereichen finden sich in [23].

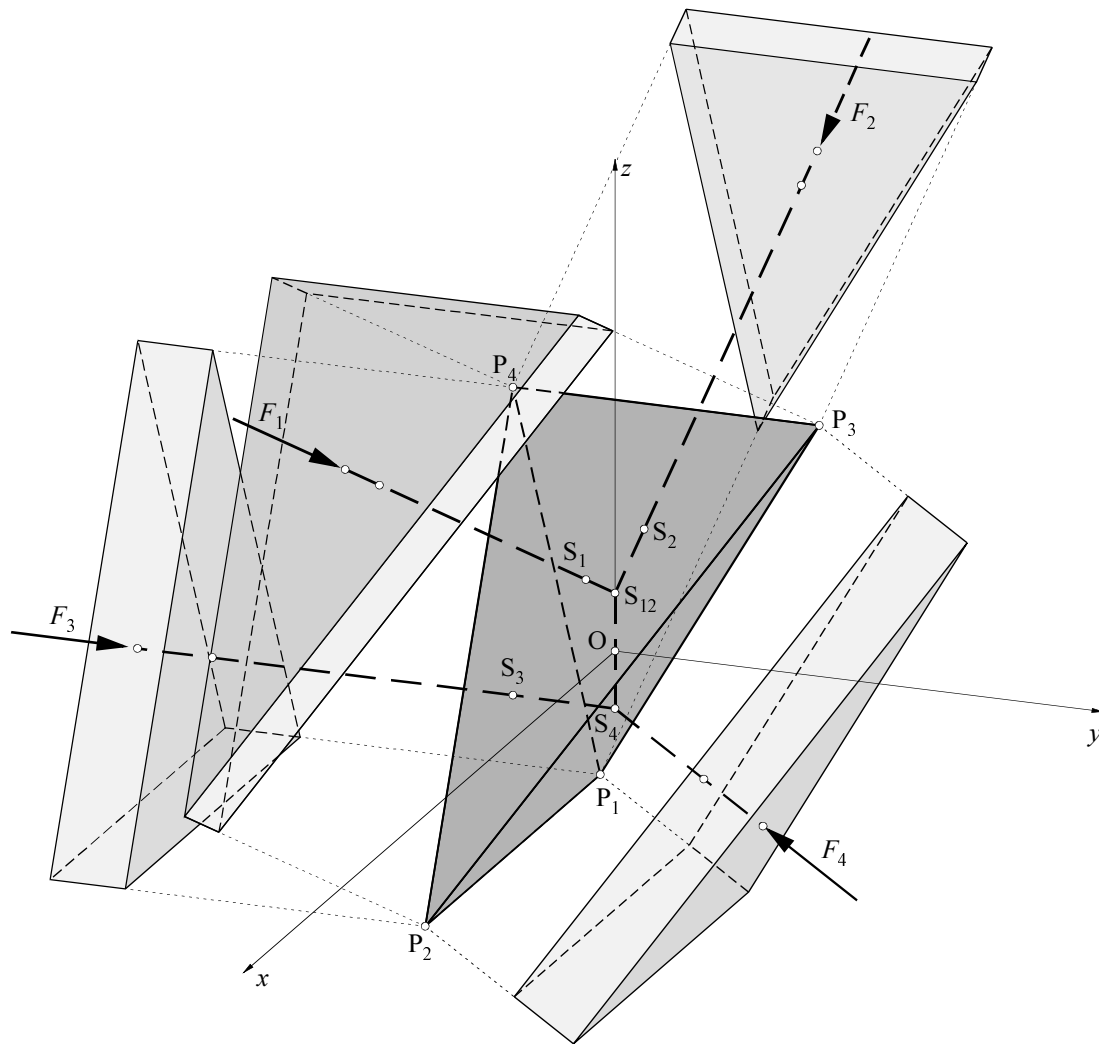
### 3.6.2 Hydrostatischer Spannungszustand

Der hydrostatische Druckspannungszustand stellt in räumlichen Spannungsfeldern eine Ausnahme dar. Bild 3.27 zeigt einen Knoten unter hydrostatischem Spannungszustand. Die Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  sind miteinander im Gleichgewicht. Die Wirkungslinie der Resultierenden der Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  fällt mit derjenigen der Kräfte  $F_3$  und  $F_4$  zusammen. Ein hydrostatischer Druckspannungszustand im Knoten ist nur denkbar, wenn in den Spannungsprismen der Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  dieselbe, allerdings einachsiale Spannung vorhanden ist wie im Knotenbereich selbst. Dies erfordert, dass der Knoten  $P_1P_2P_3P_4$  die Form eines Tetraeders hat, dessen Seitenflächen senkrecht auf den Kraftvektoren der Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  stehen. Die Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  selbst werden über dreikantige Prismen in den Knoten eingeleitet. Im allgemeinen existiert kein einzelner Schnittpunkt der vier Kräfte, sondern die Schnittpunkte von je zwei Kräften liegen mehr oder weniger ausgeprägt voneinander entfernt.

Die Knotengeometrie wird gefunden, indem jeder Knotenberandungsfläche  $A_i$  eine Ebene  $E_i$  zugeordnet wird, welche senkrecht auf dem jeweiligen Kraftvektor  $F_i$  steht. Die allgemeine Gleichung dieser Ebenen hat die Form

$$F_{ix}x + F_{iy}y + F_{iz}z + d_i = 0 \quad (3.78)$$

Jeweils drei Ebenen  $E_i$  besitzen einen gemeinsamen Schnittpunkt  $P_i$ , dessen Koordinaten in Funktion der unbekanntenen Grössen  $d_i$  ausgedrückt werden können. Alle Schnittpunkte zusammen ergeben die Eckpunkte des Tetraeders, welche ihrerseits die Grösse der Seitenflächen  $A_i$  des Tetraeders bestimmen. Aus der Bedingung des hydrostatischen Druckspannungszustands im Knoteninnern müssen diese Flächen proportional zu den Kräften  $F_1$  bis  $F_4$  sein. Diese Bedingung führt zu vier Gleichungen, mit welchen die

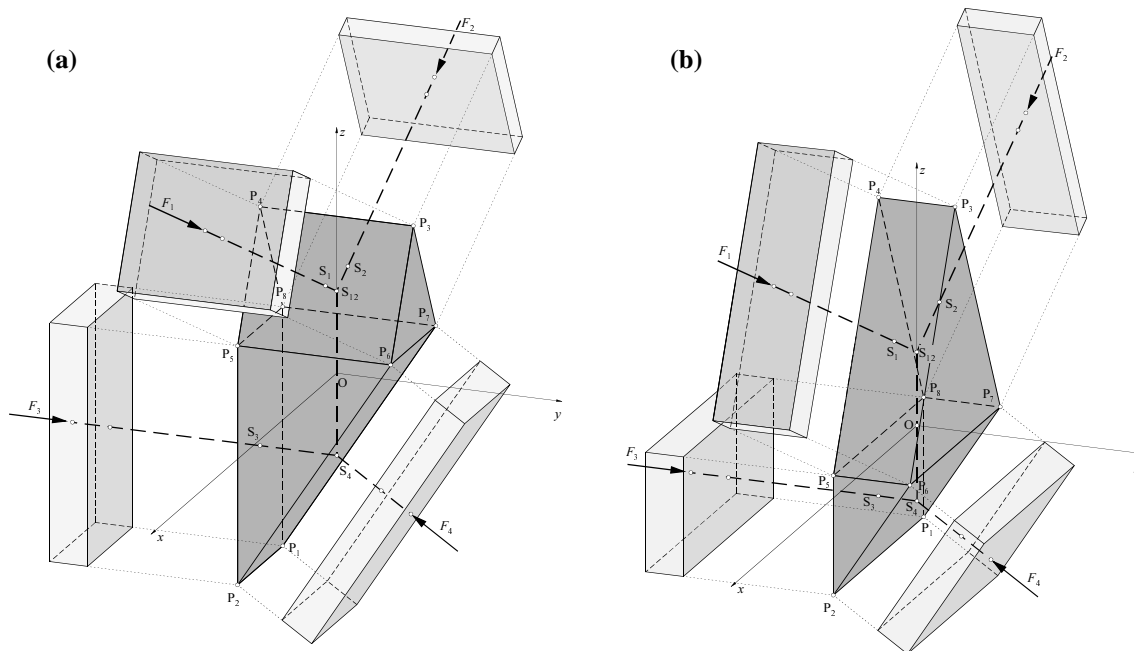


**Bild 3.27** – Knoten unter hydrostatischem Spannungszustand.

unbekannten Grössen  $d_1$  bis  $d_4$  und daraus die Koordinaten der Tetraedereckpunkte  $P_i$  ermittelt werden können.

Die Bestimmung der Knotengeometrie hat in der Regel auf iterative Weise zu erfolgen, da sie von den (erst mit der definitiven Knotengeometrie festgelegten) Krafrichtungen abhängig ist. In einer ersten Näherung wird von einem einzigen Knotenzentrum ausgegangen. Daraus ergeben sich aus äusseren Einwirkungen und Gleichgewichtsbedingungen die ersten Werte für die Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$ , die ihrerseits zu einer ersten Schätzung der Knotenabmessungen führen. Letztere bewirken in der Regel eine Verschiebung der Schnittpunkte je zweier Kräfte aus dem ursprünglich gemeinsamen Schnittpunkt aller vier Kräfte. Die veränderten Krafrichtungen führen zu neuen Kräften  $F_1$  bis  $F_4$ , mit welchen wiederum eine überarbeitete Knotengeometrie und veränderte Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  gefunden werden, etc.

Derartige Berechnungen sind aufwendig und lohnen sich in der Regel nicht. Zudem stellen die dreikantigen Prismen eher ungewohnte geometrische Gebilde dar. Man er-



**Bild 3.28** – Zweiteiliger Knoten unter je biaxialem Spannungszustand: Extremale Knotenabmessungen bei Ausnutzung der Bauteildicken in (a) Querrichtung und (b) Längsrichtung.

kennt jedoch, dass lokale Kräfteinleitungsprobleme mit zu Linien degenerierten und in einem Punkt zentrierten Kraftpfeilen lediglich eine Näherung darstellen. In Spezialfällen kann eine vertiefte Untersuchung solcher Zonen erforderlich sein. Für die praktische Anwendung empfiehlt sich dann gemäss Bild 3.28 die Koppelung zweier je biaxial beanspruchter Knotenbereiche zu einem zweiteiligen Knoten.

### 3.6.3 Indirekte Lagerung von Durchlaufträgern

Querträger von Durchlaufträgern müssen die Längsträgerkräfte auf die Widerlager oder Zwischenstützen übertragen. Im Gegensatz zu direkt gelagerten Längsträgerstegen müssen die Querträger bei indirekter Lagerung neben den Torsionsbeanspruchungen  $M_x$  auch Querkräfte  $V_z$  aufnehmen.

Die Norm SIA 162 [60] verlangt, dass in Einleitungs- oder Umlenkungszonen grosser Kräfte ein lückenloser Kräftefluss und die zugehörigen Widerstände nachgewiesen werden. Für indirekte Lagerungen wird deshalb eine sogenannte Aufhängebewehrung verlangt, die im Bereich der Kreuzungsstellen zwischen Stegen und Querträgern anzuordnen ist. Daneben treten in den Querträgern grosse Schubbeanspruchungen auf, die eine kräftige vertikale und horizontale Bewehrung erfordern. Oft ist es sinnvoll, den Querträger vorzuspannen. Bei gekrümmtem Spanngliedverlauf kann die schlaffe Aufhängebewehrung reduziert werden.

Die Bemessung älterer Tragwerke erfolgte aufgrund anderer Tragmodelle. Die konsistente Verfolgung des Kräfteflusses hatte nicht dieselbe Priorität wie heute. Ältere Brück-

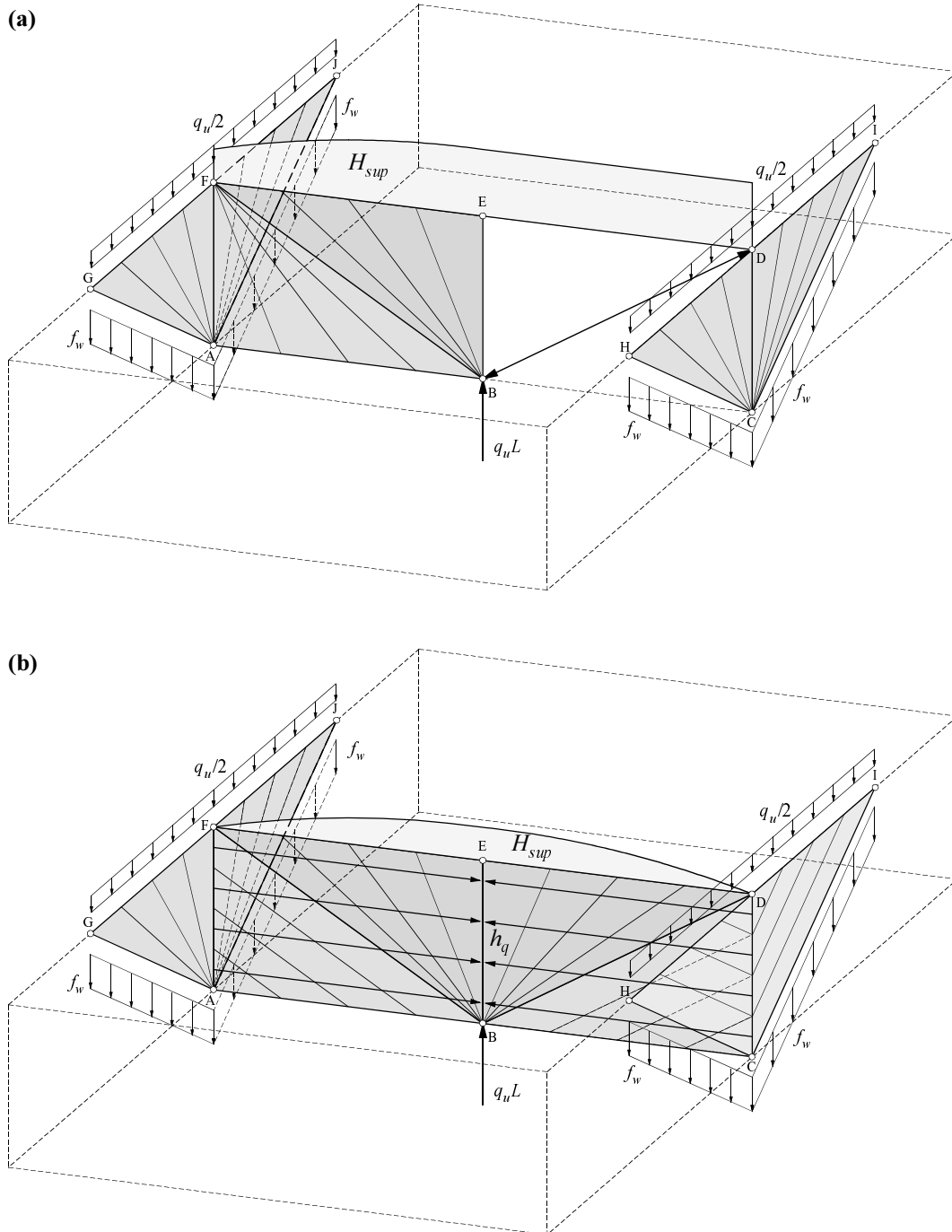
ken mit indirekter Lagerung weisen deshalb oft nicht nur eine zu schwache Bügelbewehrung der Längsträger sondern auch oft eine ungenügende Aufhängebewehrung auf [75]. Wegen der früheren Bemessungspraxis [53,55] treten schwache Vertikalbewehrungen oft zusammen mit einer im Vergleich zur heute üblichen Praxis starken Vorspannbewehrung auf. Die Vorspannung diente dazu, die für die Bemessung der Bügelbewehrung von Längs- und Querträgern relevanten Betonhauptzugspannungen  $\sigma_{c1}$  niedrig zu halten. Bei einer genügend starken Vorspannung konnten die Vertikalbewehrungen der Längs- und Querträger auf ein konstruktiv erforderliches Minimum beschränkt werden.

Im folgenden werden die Verhältnisse bei indirekter Lagerung der Längsträgerstege untersucht. Speziell interessieren die gegenseitigen Abhängigkeiten der Bewehrungskonfigurationen von Längs- und Querträger und die damit verbundenen Einschränkungen für die Entwicklung statisch zulässiger Spannungsfelder. Die Überlegungen orientieren sich an einem Hohlkastenträger, welcher in Längsrichtung der gleichmässig verteilten Biegetraglast  $q_u$  unterworfen ist. Zur Vereinfachung wird der dreidimensionale Spannungszustand in den Überschneidungsbereichen von Stegen und Querträger auf ebene Spannungszustände reduziert.

Bild 3.29 zeigt mögliche Spannungsfelder für einen Querträger, wenn entlang AF und CD eine vollständige Aufhängebewehrung vorhanden ist. Die Lastabtragung orientiert sich in erster Linie an der Bewehrungsführung im Querträger. Ist die Horizontalbewehrung wie in Bild 3.29(a) im Obergurt konzentriert, sind Direktabstützungen entlang DB nur bei nicht abgestufter Obergurtbewehrung denkbar. Wie die linke Seite des Querträgers in Bild 3.29(a) zeigt, sind mit zusätzlicher Bügelbewehrung im Querträger gewisse Anpassungen der Obergurtkraft denkbar. Fehlt hingegen eine ausreichend kräftige, über die Querträgerhöhe verteilte Horizontalbewehrung, muss im Punkt F zwangsweise ein Grossteil der maximalen Obergurtkraft  $H_{sup}$  verankert werden.

Die Obergurtkraft verschwindet im Punkt F gänzlich, wenn wie linksseitig in Bild 3.29(b) eine über die Querträgerhöhe verteilte Horizontalbewehrung mit einer Bügelbewehrung kombiniert ist. Bei gleichmässiger Verteilung der beiden Bewehrungen ergibt sich ein Paralleldruckfeld ABF. Die entlang AF aufgehängte Belastung von insgesamt  $q_u L/2$  wird dabei kontinuierlich über die Querträgerhöhe verteilt auf den Querträger abgegeben.

Im Falle einer vollständigen Aufhängebewehrung werden für die Längstragrichtung punktzentrierte Fächer in A und C vorausgesetzt. Der Biege widerstand der Längsrichtung ist dann von der Anordnung der Horizontalbewehrung im Querträger unabhängig, da die Übertragung der Vertikalkräfte von den Trägerstegen auf den Querträger an beliebiger Stelle erfolgen kann. Bei zu schwacher Aufhängebewehrung, wie auf der rechten Seite von Bild 3.29(b), kann das Spannungsfeld in Längstragrichtung beispielsweise parallel sein, um die Vertikalkräfte ohne Aufhängung direkt in die Querrichtung umzulenken. Die Form dieses Spannungsfeldes richtet sich somit nach den vorhandenen Horizontal- und Vertikalbewehrungen des Querträgers. Eine direkte Umlenkung von Kräften



**Bild 3.29** – Indirekte Lagerung von Durchlaufträgern mit Aufhängebewehrung: (a) lokale obere Querträgerlängsbewehrung; (b) zusätzlich verteilte Querträgerlängsbewehrung.

aus der Längstragwirkung führt zu einer Reduktion des Biegewiderstandes in Längsrichtung, da die Resultierende der Biegedruckkraft wegen der direkten Umlenkung nach oben wandert.

Aufhängebewehrungen können auch ganz fehlen. Solche Fälle treten insbesondere bei stark vorgespannten Querträgern auf und verlangen nach einer besonderen Überprüfung.

Bei stark vorgespannten oder mit kräftiger Horizontalbewehrung versehenen Querträgern können sich Direktabstützungen ergeben, die statisch zulässig sind. In einzelnen Fällen können sogar Spannungsfelder entwickelt werden, die ohne Kraftzuwachs in den Spanngliedern auskommen. Allgemein wäre es verfehlt, die Tragsicherheit einer indirekten Lagerung ohne Aufhängebewehrung a priori als ungenügend zu bezeichnen. Im folgenden werden solche Fälle näher betrachtet.

Bild 3.30(a) zeigt ein Zwischenaufleger eines indirekt gelagerten und symmetrisch mit seiner zunächst unbekanntem Biegetraglast  $q_u$  belasteten Durchlaufträgers der Spannweite  $L$ . Die über die Länge  $L_0$  vorhandene Bügelbewehrungskraft  $f_w$  ergibt sich aus Gleichgewichtsgründen zu

$$f_w = q_u \left( \frac{L - 2L_0}{2L_0} \right) \quad (3.79)$$

Gemäss Bild 3.30(c) sei die wirksame Horizontalbewehrung des Querträgers über eine Höhe  $z_0$  verteilt. Die vorausgesetzte Direktabstützung der Auflagerkraft führt bei Annahme eines in B zentrierten Fächers zu den Beziehungen

$$H = \int_0^{z_0} h_q(z) dz = q_u L \cdot \frac{b_0}{d_v(1 - \mu_q)} \quad , \quad h_q(z) = v_q(z) \cdot \frac{b_0}{d_v - z} \quad (3.80)$$

Der Parameter  $\mu_q$  legt die Lage der Resultierenden  $H$  fest und folgt aus der Beziehung

$$\mu_q = \frac{1}{H d_v} \int_0^{z_0} z \cdot h_q(z) dz \quad (3.81)$$

Gemäss Bild 3.30(b) ergeben sich in Längsrichtung auf analoge Weise die Ausdrücke

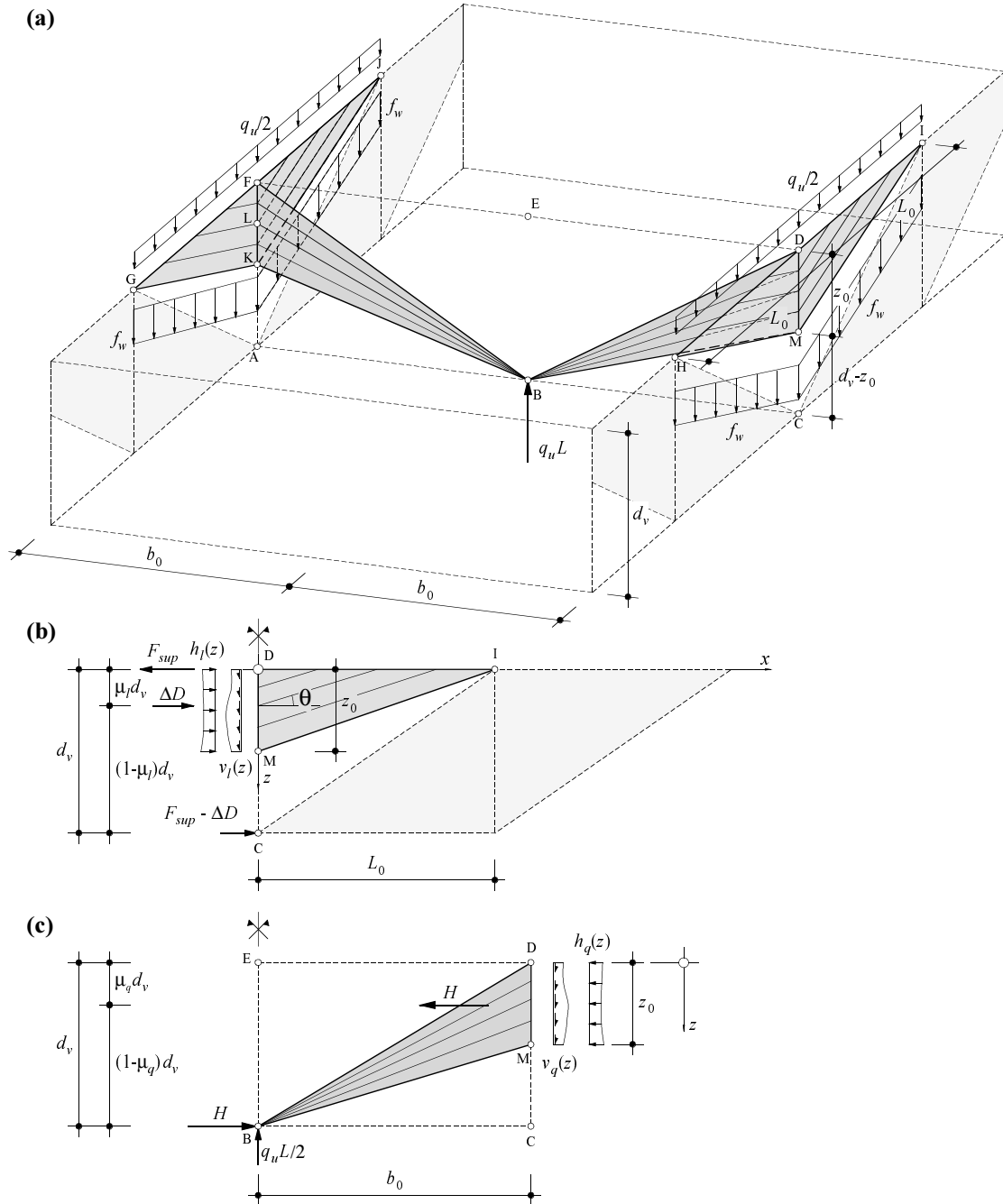
$$q_u L = \int_0^{z_0} v_q(z) dz = 2 \int_0^{z_0} v_l(z) dz \quad , \quad \Delta D = \int_0^{z_0} h_l(z) dz \quad (3.82)$$

$$\mu_l = \frac{1}{d_v \Delta D} \int_0^{z_0} z \cdot h_l(z) dz \quad (3.83)$$

Die Randkräfte  $h_l(z)$  und  $v_l(z)$  sind über den Neigungswinkel  $\theta$  des Druckfeldes DMI miteinander verknüpft. Unter der Voraussetzung, dass die Gurtbewehrung im Feld und über der Stütze gleich gross ist und pro Steg dem Zugkraftwiderstand  $Z_y$  entspricht, resultiert für die Biegetraglast die Beziehung

$$q_u = \frac{16d_v}{L^2} \cdot [2Z_y - (1 - \mu_l)\Delta D] \quad (3.84)$$





**Bild 3.30** – Indirekte Lagerung von Durchlaufträgern ohne Aufhängebewehrung: (a) Geometrie und Belastung; (b), (c) Spannungsfelder in Längs- und Querträger.

Zu Vergleichszwecken wird die Traglast  $q_{u0}$  eines direkt gelagerten oder mit einer ausreichenden Aufhängebewehrung versehenen Durchlaufträgers mit denselben Gurtwiderständen verwendet. Diese beträgt  $q_{u0} = 32d_v Z_y / L^2$ .

Im folgenden werden unterschiedliche Verläufe der Randkräfte  $v$  und  $h$  angenommen und die daraus hervorgehenden Resultate miteinander verglichen.

### Konstante Vertikalkräfte in Längs- und Quertragrichtung

Für parallele Druckfelder DMI ergeben sich gleichmässig über die Höhe  $z_0$  verteilte Vertikal- ( $v_l$ ) und Horizontalkräfte ( $h_l$ ). Für  $\Delta D$  und  $\mu_l$  resultieren

$$\Delta D = \frac{q_u L}{4} \cdot \frac{L_0}{z_0} \quad , \quad \mu_l = \frac{z_0}{2d_v} \quad (3.85)$$

(3.81) und (3.84) gehen über in

$$\mu_q = 1 + \frac{z_0}{d_v} \cdot \left[ \ln \left( 1 - \frac{z_0}{d_v} \right) \right]^{-1} \quad (3.86)$$

$$q_u = \frac{32d_v}{L^2} \cdot \frac{Z_y}{1 + \frac{2L_0}{L} \cdot \left( \frac{2d_v}{z_0} - 1 \right)} \quad (3.87)$$

Schliesslich ergibt sich als resultierende Horizontalkraft  $H_q$  im Querträger

$$H_q = Z_y \cdot \frac{16b_0}{4L_0 + (L - 2L_0) \cdot \frac{z_0}{d_v}} \cdot \ln \left( \frac{d_v}{d_v - z_0} \right) \quad (3.88)$$

### Konstante Horizontalkräfte in Quertragrichtung

Im Falle einer konstanten Horizontalbewehrung im Querträger ( $h_q = \text{konst.}$ ) liegen etwas andere Verhältnisse vor. (3.82)<sub>1</sub> gilt unverändert, da entlang DM die Vertikalkräfte  $v_l$  beider Stege von der Längs- in die Quertragrichtung übertragen werden. Gleichgewichtsbedingungen für die Querrichtung führen zu den Ausdrücken

$$h_q = \frac{q_u L}{z_0} \cdot \frac{b_0}{2d_v - z_0} \quad , \quad \mu_q = \frac{z_0}{2d_v} \quad (3.89)$$

Eine Verknüpfung mit (3.80)<sub>2</sub> ergibt

$$v_q(z) = \frac{q_u L}{z_0} \cdot \frac{d_v - z}{2d_v - z_0} \quad (3.90)$$

und aus (3.82)<sub>1</sub> folgt

$$v_l(z) = \frac{q_u L}{2z_0} \cdot \frac{d_v - z}{2d_v - z_0} \quad (3.91)$$

Die Horizontalbelastung  $h_l(z)$  resultiert aus der Druckfeldneigung  $\theta_l$  und wird mit

$$h_l(z) = v_l(z) \cdot \cot \theta_l = \frac{q_u L}{2z_0} \cdot \frac{d_v - z}{2d_v - z_0} \cdot \frac{x(z)}{z} \quad (3.92)$$

beschrieben. Der Verlauf der Abszisse  $x(z)$  wird aus der vertikalen Gleichgewichtsbedingung gewonnen und lautet

$$x(z) = 2 \cdot \frac{L_0}{z_0} \cdot \int_0^z \frac{d_v - \bar{z}}{2d_v - z_0} d\bar{z} = \frac{L_0}{z_0} \cdot \frac{2d_v - z}{2d_v - z_0} \cdot z \quad (3.93)$$

In (3.92) und (3.82)<sub>2</sub> eingesetzt ergeben sich in der Folge

$$h_l(z) = \frac{q_u L L_0}{2z_0^2} \cdot \frac{(d_v - z)(2d_v - z)}{(2d_v - z_0)^2} \quad (3.94)$$

$$\Delta D = \frac{q_u L L_0}{12z_0} \cdot \frac{2(3d_v - z_0)(2d_v - z_0) + d_v z_0}{(2d_v - z_0)^2} \quad (3.95)$$

Schliesslich ergibt sich der Parameter  $\mu_l$  unter Verwendung von (3.83) zu

$$\mu_l = \frac{3z_0}{2d_v} \cdot \frac{(2d_v - z_0)^2}{2(3d_v - z_0)(2d_v - z_0) + d_v z_0} \quad (3.96)$$

was letztlich mit (3.84) zur Traglast

$$q_u = \frac{32d_v}{L^2} \cdot \frac{Z_y}{1 + \frac{2L_0}{L} \cdot \left( \frac{2d_v}{3z_0} \cdot \frac{2(3d_v - z_0)(2d_v - z_0) + d_v z_0}{(2d_v - z_0)^2} - 1 \right)} \quad (3.97)$$

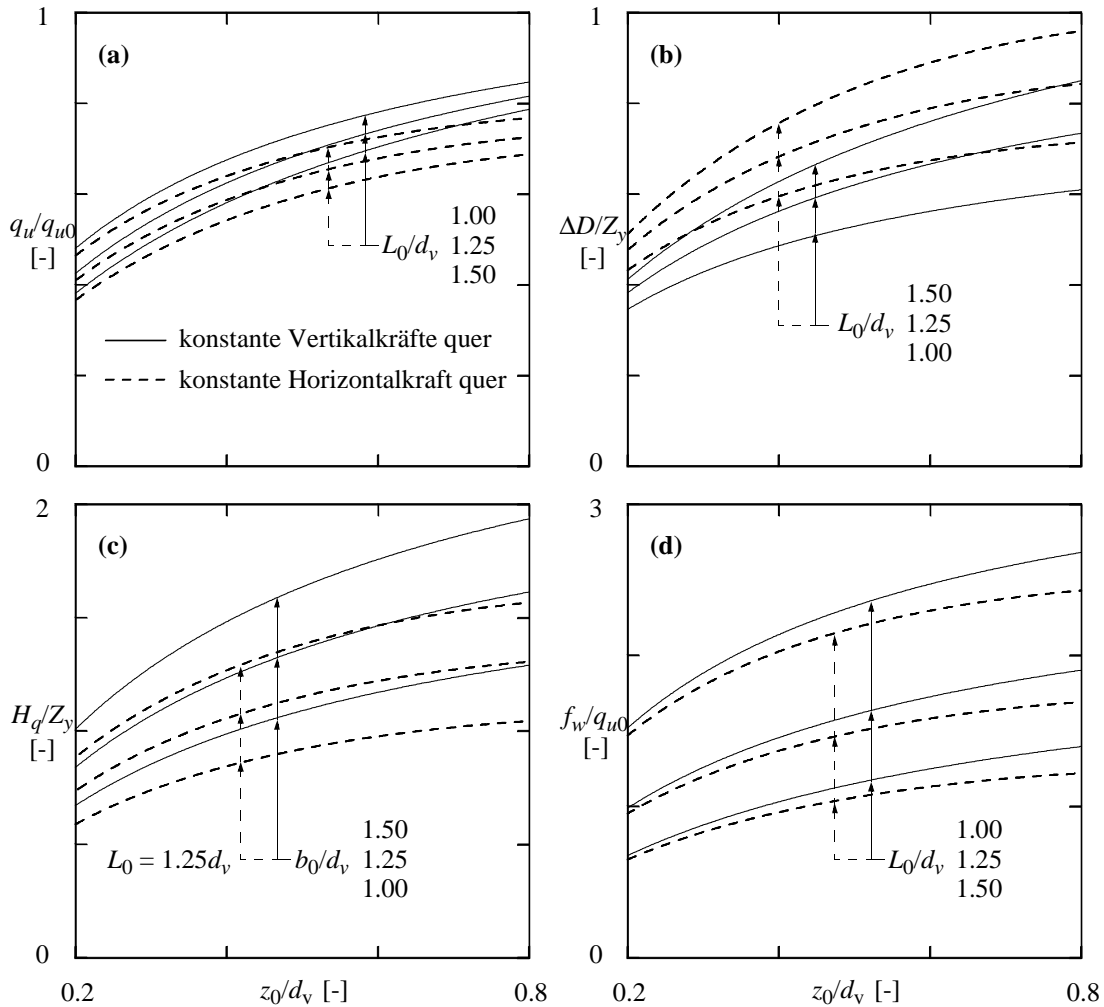
führt.

## Diskussion

Die Resultate der beiden untersuchten Fälle sind in Bild 3.31 festgehalten. Augenfällig ist die markante Reduktion der Biegetraglast  $q_u$  im Verhältnis zu  $q_{u0}$ . Für übliche Fälle liegt diese zwischen 20 und 40%. Dies gilt ungeachtet dessen, ob der Querträgeranschluss aufgrund konstanter vertikaler ( $v_l$ ) oder horizontaler ( $h_q$ ) Kräfte untersucht wird. Je schwächer der Bügelbewehrungswiderstand  $f_w$  ist, desto flacher müssen die Druckfeldneigungen  $\theta_l$  der Längstragrichtung ausfallen, die ihrerseits die Grösse von  $\Delta D$  bestimmen. Die Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  in Längstragrichtung werden im Falle konstanter Vertikal-  $v_l$  beziehungsweise Horizontalkräfte  $h_q$  beschrieben mit

$$-\sigma_{c3} = \frac{q_u L}{4L_0 b_w} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{L_0}{z_0} \right)^2 \right] \quad , \quad -\sigma_{c3} = \frac{q_u L}{4L_0 b_w} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{L_0}{z_0} \cdot \frac{2d_v - z}{2d_v - z_0} \right)^2 \right] \quad (3.98)$$

Die Maximalwerte für  $-\sigma_{c3}$  bei konstanter Horizontalkraft  $h_q$  liegen für übliche Werte von  $z_0/d_v$  insgesamt etwas höher als bei konstanter Vertikalkraft  $v_l$ .



**Bild 3.31** – Indirekte Lagerung ohne Aufhängebewehrung: (a) Traglast  $q_u$ ; (b) Abbau der Obergurtkraft  $\Delta D$ ; (c) erforderlicher Widerstand in Querrichtung  $H_q$ ; (d) erforderliche Bügelbewehrungswiderstände  $f_w$ .

Die Diagramme von Bild 3.31 zeigen einen weiteren Sachverhalt. Der Zugkraftwiderstand von in Längsrichtung stark vorgespannten Trägern wird hauptsächlich durch die vorgespannte Bewehrung geliefert. Für direkt gelagerte Durchlaufträger resultieren über den Zwischenstützen in der Regel hohe bis sehr hohe Biegetragsicherheiten. Indirekt gelagerte Träger mit ausreichender Aufhängebewehrung können in gleicher Weise analysiert werden, da sich die Längs- und Quertragwirkungen voneinander entkoppeln lassen. Bei indirekter Lagerung ohne Aufhängebewehrung wachsen wegen der erforderlichen Direktabstützung der Auflagerkraft die Horizontalanteile  $\Delta D$  überproportional an. Stützt sich das Druckfeld in Längsrichtung auf das Spannglied alleine ab, entspricht der Maximalwert  $\Delta D_p$  für die Direktabstützung der Differenz  $\Delta P$  zwischen der Fließzugkraft  $P_y$  im Spannglied und der Spannkraft  $P_\infty$ . Bild 3.31(b) verdeutlicht, dass für übliche Druckfeldlängen  $L_0$  und -höhen  $z_0$  mehr als die Hälfte des Biegezugkraftwiderstands durch die Direktabstützung aufgebraucht wird. Spannkraften  $P_\infty$  liegen üblicherweise im Bereich zwischen 60 und 80% der Fließzugkraft  $P_y$ . Dies bedeutet, dass

zusätzliche Anteile  $\Delta D - \Delta D_p$  durch Direktabstützungen in Längsrichtung auf den Obergurt aktiviert werden müssen. Überlegungen hierzu sind im wesentlichen vergleichbar mit den Ausführungen zu Bild 3.19. Grundgedanke dabei ist, dass dem Obergurt erst dann Druckkräfte übertragen werden, wenn die Kraft im Spannglied auf der Abszisse  $x = L_0$  gerade  $P_\infty$  erreicht. Auf eine detaillierte Betrachtung dieses Umstands wird verzichtet.

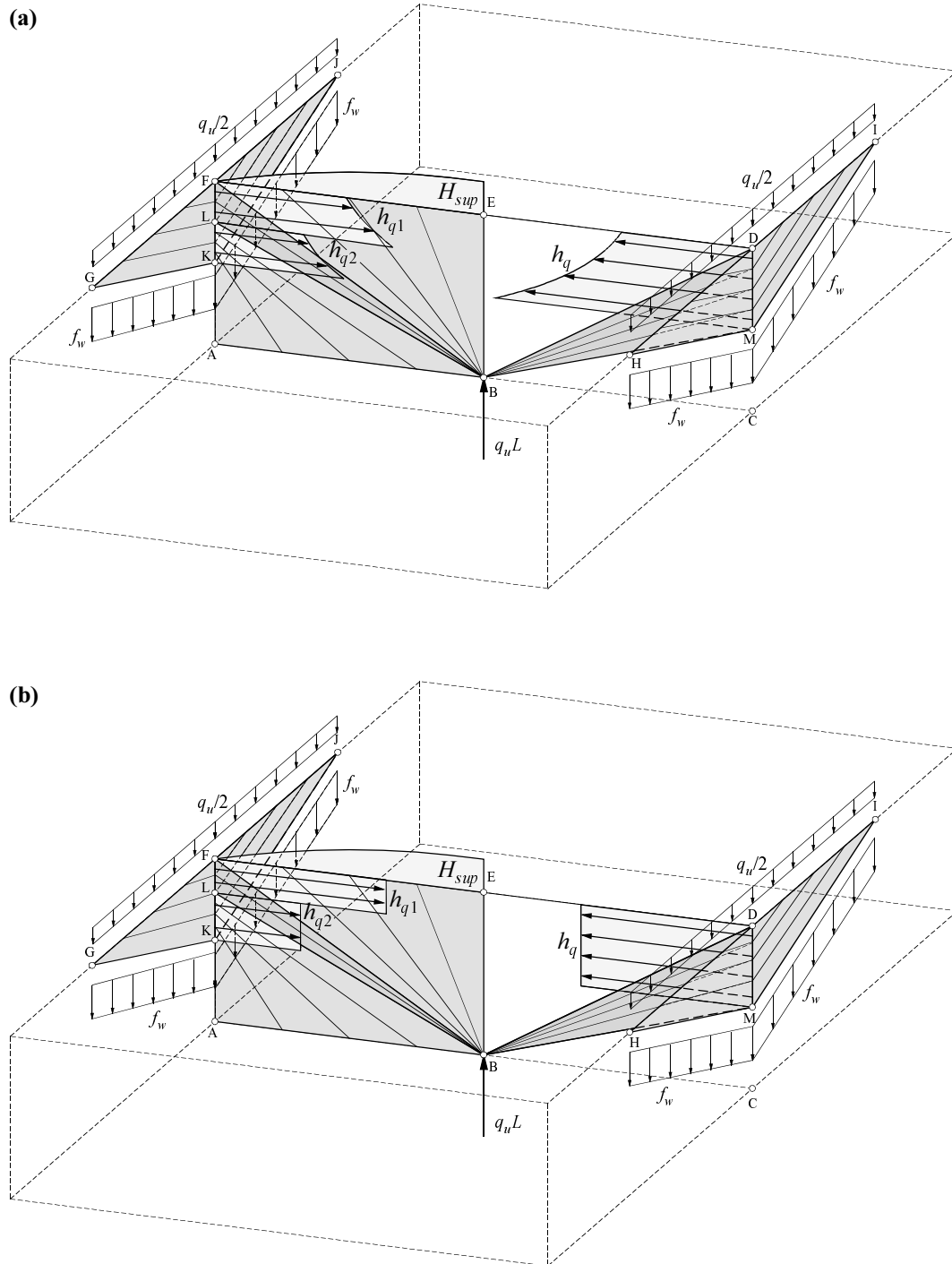
Die Bestimmung der Kräfte  $v_q$  und  $h_q$  in Quertragrichtung erfolgt mit einem im Punkt B zentrierten Fächer. Vertieftere Untersuchungen können beispielsweise anhand eines Spannungskriteriums zur Bestimmung der Knotenabmessungen führen. Diese verfeinerten Untersuchungen haben jedoch nur einen geringen Einfluss auf die Grösse des erforderlichen Horizontalkraftwiderstandes im Querträger. Sie lohnen sich nur bei der Überprüfung hochbeanspruchter Zonen. Wird der Querträger mit gekrümmten Spanngliedern vorgespannt, so halten die auf den Betonquerschnitt wirkenden Anker- und Umlenkkräfte einem Teil der Kräfte  $v_q$  und  $h_q$  Gleichgewicht. Bei rein konstruktiver oder ganz fehlender Bügelbewehrung im Querträger ist eine Zunahme der Spanngliedkraft  $P \geq P_\infty$  entlang der Spanngliedachse nicht zu erwarten. Die Spanngliedkraft müsste sich, wenn überhaupt, über die ganze Länge und in gleichem Masse verändern. Diese Annahme ist jedoch nicht von vorneherein gerechtfertigt.

Bild 3.32 zeigt mögliche alternative Verläufe der Horizontalbelastung der Querträger durch die indirekte Lagerung ohne Aufhängebewehrung. Bei konstanter Vertikalkraft  $v_l$  gemäss Bild 3.32(a) ergeben sich hyperbolische Verteilungen der Horizontalkräfte  $h_q$ . Konstante Horizontalkräfte wie in Bild 3.32(b) führen zu nicht-parallelen Druckfeldern in Längstragrichtung. Die linksseitigen Spannungsfelder der Bilder 3.32(a) und (b) zeigen mögliche Varianten mit zusätzlicher Bügelbewehrung im Querträger und/oder über die Querträgerhöhe abgestufter Horizontalbewehrung. Insbesondere bei flachen Direktabstützungen in Querrichtung muss über die gesamte Breite  $2b_0$  eine starke horizontale Bewehrung vorhanden sein. Eine Bügelbewehrung, die zumindest einen Teil der Auflagerkraft aufnehmen kann, beeinflusst den Ort und die Grösse der erforderlichen Horizontalbewehrung. In der Regel führt diese Bügelbewehrung zur Modellierung eines konzentrierten Obergurtes, dessen Bewehrung als Zugkraftwiderstand mindestens  $H_{sup}$  aufzuweisen hat.

Bei indirekter Lagerung ohne Aufhängebewehrung darf die gegenseitige Abhängigkeit des Verhaltens in Längs- und Quertragrichtung nicht vernachlässigt werden. Vielmehr hat man sich zu vergewissern, mit den vorhandenen Widerständen der Bewehrung ein statisch zulässiges Spannungsfeld zu finden und so den Kräftefluss sicherzustellen.

### Vergleich mit Versuchen

Im folgenden werden als Ergänzung zu den obigen Überlegungen Vergleiche mit Versuchen angegeben. Leonhardt, Koch und Rostásy [21] untersuchten das Tragverhalten vorgespannter, indirekt gelagerter Träger anhand zweier Versuchsträger (I und II) unter symmetrischer Belastung. Diese bestanden aus je zwei profilierten, mit unterschiedli-



**Bild 3.32** – Indirekte Lagerung von Durchlaufträgern ohne Aufhängebewehrung: (a) Konstante Vertikalkräfte  $v_l$  und (b) konstante Horizontalkräfte  $h_q$  am Querträgeranschluss für Querträger mit und ohne Bügelbewehrung.

chen Bügelbewehrungsgehalten versehenen Längsträgern 1 und 2, die ihrerseits mit einem Querträger miteinander verbunden waren. Die Träger wurden auf dem Rücken liegend geprüft, an den Längsträgerenden, d.h. im Momentennullpunkt, gelagert und von oben mit der zentrischen Auflagerkraft  $2F$  in Querträgermitte belastet. Die wichtigsten Parameter und Versuchsergebnisse sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Versuchsträger	Trägerteil	$a_{sw,l}$ [mm <sup>2</sup> /m]	$f_{sy}$ [MPa]	$A_{s,H}$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_{sy}$ [MPa]	$P_{\infty,v,QT}$ [kN]	$2F_u$ [kN]
I	LT 1	1508	436	4146 2306	444 460	0 0	3690
	QT	3351	465				(3190)
	LT 2	1047	454				
II	LT 1	1508	436	3116 1018	440 435	397 397	3700
	QT	2053	440				
	LT 2	1047	454				3700

**Tabelle 3.1** – Versuche nach [21]: Versuchsparameter und erreichte Traglasten  $2F_u$ .

Der Querträger des Versuchsträger I war mit einer nahezu horizontalen Vorspannbewehrung versehen, so dass die Vertikalkomponente  $P_{\infty,v,QT}$  der Vorspannkraft entfiel und eine Aufhängewirkung bloss durch die schlaife Aufhängebewehrung gegeben war. Der Querträger des Versuchsträger II wies eine gekrümmte Spanngliedgeometrie auf. Somit konnte die Aufhängewirkung auf die Vertikalkomponente  $P_{\infty,v,QT}$  der Vorspannkraft und die schlaife Aufhängebewehrung verteilt werden. Die Versuchsträger I und II wiesen an der Kreuzungsstelle zwischen Längsträger 2 und Querträger einen etwa halb so starken Aufhängewiderstand auf wie an der Kreuzungsstelle zwischen Längsträger 1 und Querträger. Der Aufhängewiderstand  $V_R = A_{s,H}f_{sy} + P_{\infty,v,QT}$  zwischen Längsträger 1 und Querträger war so dimensioniert, dass ein Biegeversagen in Längstragrichtung garantiert werden konnte. Für die erreichte Traglast  $2F_u$  sind in Tabelle 3.2 die charakteristischen Grössen für parallelogrammförmige Spannungsfelder in Längstragrichtung angegeben. Es wird von voll ausgenutzten Bügelbewehrungswiderständen ausgegangen, so dass die Druckfeldlängen  $d_v \cot \theta$  und die Druckfeldneigungen  $\theta$  für die Längsträger 1 und 2 unterschiedliche Werte annehmen. Das Verhältnis  $V_R/F_u$  widerspiegelt die Abdeckung der halben Traglast durch den Aufhängewiderstand. Die Klammerwerte beim Versuchsträger I beziehen sich auf den Zustand beim Versagen der schwächer ausgebildeten Aufhängebewehrung.

Versuchsträger	Trägerteil	$d_v \cot \theta$ [m]	$d_v$ [m]	$\theta$ [°]	$-\sigma_{c3}$ [MPa]	$V_R$ [kN]	$V_R/F_u$ [-]
I	LT 1	1.403	0.75	28.1	19.7	1841	1.00
	LT 2	1.941 (1.678)	0.75	21.1 (24.1)	24.4 (19.0)	1061	0.58 (0.67)
II	LT 1	1.407	0.75	28.1	19.8	1768	0.96
	LT 2	1.946	0.75	21.1	24.5	840	0.45

**Tabelle 3.2** – Versuche nach [21]: repräsentative Kenngrössen.

Der Versuchsträger I mit geraden Querträgerspanngliedern versagte bei einer Belastungsintensität von  $2F = 3190$  kN durch Zerreißen eines Teils der Aufhängebeweh-

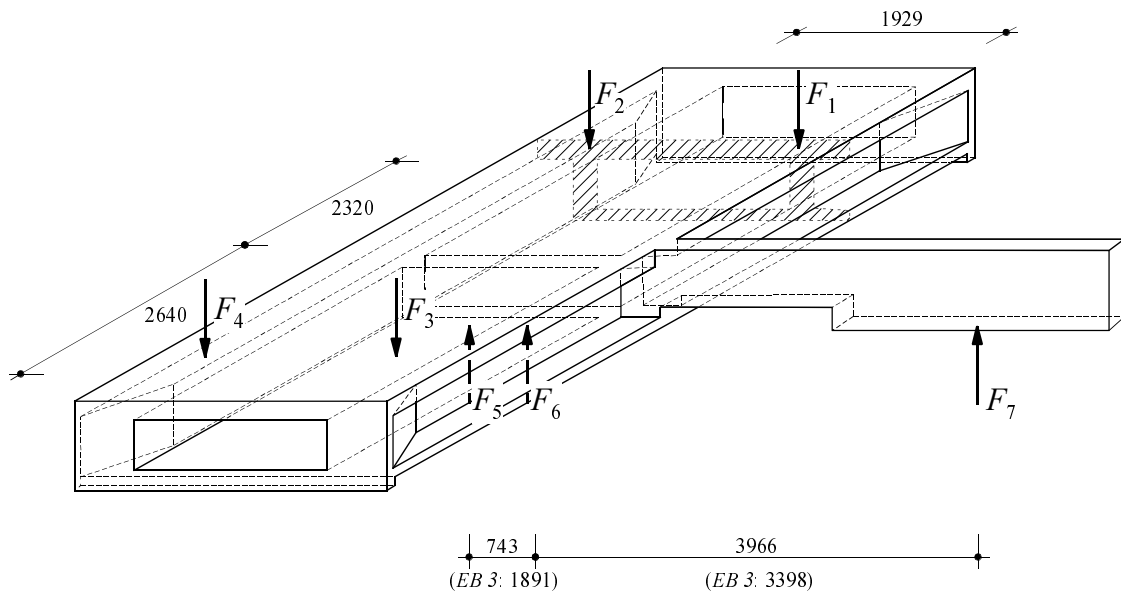
rung an der Kreuzungsstelle zwischen dem Längsträger 2 und dem Querträger. Nach Unterstützung dieser Kreuzungsstelle konnte die Belastung bis zur Traglast von  $2F_u = 3690$  kN weiter gesteigert werden. Der Bruch trat durch Biegeversagen des stärker verbügelten Längsträgers 1 ein. Zu diesem Zeitpunkt war im Steg praktisch die effektive Betondruckfestigkeit erreicht worden, da der Steg unmittelbar nach der Biegeentfestigung zerstört worden war. Mit Blick auf die vorigen Überlegungen erstaunt das Versagen der Aufhängebewehrung bei erst 86% der Traglast nicht, vgl. Bild 3.30. Trotz geringerem Tragwiderstand der Aufhängebewehrung war es offenbar möglich, dass sich Direktabstützungen ausbildeten, die nicht zu einem vorzeitigen Versagen des Betons führten. Die mit dieser Direktabstützung verbundene raschere Zunahme der Zugkraft im Zuggurt der Längstragrichtung konnte auch im Versuch festgestellt werden, wie ein Vergleich der aus den gemessenen Dehnungen ermittelten Spannungen in den Spanngliedern zeigt. Beim Längsträger 2 lagen diese Spannungen für  $2F \geq 2440$  kN beim Querträgeranschluss und in rund 1.6 m Entfernung davon zwischen 20 und 50 MPa höher als beim Längsträger 1.

Die Traglast  $2F_u$  beim Versagen der Aufhängebewehrung des Längsträgers 2 musste sich zu einem Drittel direkt abstützen, vgl. Tabelle 3.2. Die geringe Neigung eines der Spannglieder führt zu einem zusätzlichen, bis jetzt vernachlässigten Aufhängeanteil von etwa 150 kN pro Kreuzungsstelle. Somit müssen netto etwa  $0.33 \times 3190 / 2 - 150 = 382$  kN direkt abgestützt werden, und die Druckfeldlänge reduziert sich auf  $(3190/4 - 75) / (1047 \times 0.454) = 1.520$  m. Setzt man zur Gewährleistung der Direktabstützung eine Druckfeldhöhe von  $d_v/2$  voraus, so folgt für die Betonhauptdruckspannung  $\sigma_{c3} = 191 / (1.520 \times 150) \times [1 + 1.520^2 / (0.5 \times 0.75)^2] = 14.6$  MPa. Mit einer effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$  anhand von (2.12) ergibt sich  $f_c = 13.1$  MPa und es zeigt sich, dass der Beton nahezu in der Lage ist, diese Direktabstützung in Längsrichtung zu verkraften. Da der Querträger mit seiner Stegstärke von 0.35 m mehr als zweimal so dick ist als die Stegbreite der Längsträger, liegen die Betonhauptdruckspannungen im Querträger bei vergleichbaren Druckfeldneigungen tiefer als in den Längsträgerstegen.

Beim Träger II mit geneigten Spanngliedern trat der Bruch unter der Traglast  $2F_u$  von 3700 kN durch einen Stegdruckbruch im Steg des Längsträgers 2 ein. Letzterer war nicht nur schwächer bewehrt, vgl. Tabelle 3.1, sondern er wies auch eine deutlich geringere Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  auf als der Längsträger 1 (29 MPa gegenüber 36 MPa). Sämtliche Aufhängezonen waren beim Erreichen der Traglast  $2F_u$  noch nicht erschöpft. Da die Traglast sehr nahe bei der rechnerischen Biegebruchlast des Trägers lag, wurde auf das Zerstören des Längsträgers 1 verzichtet.

Beim schwächer bewehrten Längsträger 2 zeigte sich derselbe Sachverhalt wie beim Versuchsträger I. Der rechnerische Aufhängewiderstand  $V_R$  im Kreuzungsbereich zwischen dem Längsträger 2 und dem Querträger war nicht imstande, die halbe Traglast  $F_u$  aufzunehmen, vgl. Tabelle 3.2. Die Spannkraftverluste bei den stärker geneigten Spanngliedern der Querträgervorspannung waren gross. Ein Kraftzuwachs in den Spanngliedern konnte sich erst nach gewissen Deformationen und somit vorzugsweise an der





**Bild 3.33** – Modellversuche Europabrücke [70]: Versuchsaufbau der Träger *EB 1* bis *EB 4*. Abmessungen in mm.

schwächer bewehrten Aufhängezone ergeben. Diese Vermutung wurde durch die Messungen bestätigt. Die Spannungen in den stark geneigten Spanngliedern am Kreuzungspunkt zwischen Längsträger 2 und Querträger wuchsen im Laufe des Versuchs um rund 270 MPa. Dies entspricht etwa einem zusätzlichen Aufhängewiderstand  $\Delta H_R$  von 220 kN. Netto mussten sich somit etwa  $0.55 \times 3700 / 2 - 220 = 790$  kN direkt abstützen. Die Druckfeldlänge  $d_v \cot \theta$  in Längsrichtung würde auf  $(3700/4 - 110) / (1047 \times 0.454) = 1.715$  m reduziert. Setzt man zur Gewährleistung der Direktabstützung als wirksame Druckfeldhöhe etwa 0.6 m voraus (zwischen der Verankerung der Spannglieder), so ergibt sich für die Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3} = 395 / (1.715 \times 150) \times [1 + 1.715^2 / 0.6^2] = 14.1$  MPa. Die sehr vorsichtige Schätzung der effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$  gemäss (2.12) ergibt  $f_c = 11.8$  MPa und liegt etwas unterhalb dem geforderten Wert. Bei geringen Hauptverzerrungen  $\epsilon_1$ , wie sie beim Versuch festgestellt wurden, resultiert unter Verwendung von (2.11) eine etwas höhere effektive Betondruckfestigkeit  $f_c$  von 15.1 MPa, welche die Anforderungen der Direktabstützung in Querrichtung erfüllt.

Am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich [70] wurde das Trag- und Verformungsverhalten der Europabrücke Zürich anhand von vier Versuchsträgern im Massstab 3:7 untersucht. Die Versuchsträger entsprachen Ausschnitten eines einzelnen Hohlkastenträgers beidseits einer Zwischenstütze. Bild 3.33 zeigt den Versuchsaufbau, und in Tabelle 3.3 sind die Hauptparameter der Versuche festgehalten. Bei allen Versuchen war an den Kreuzungsstellen zwischen den Stegen und dem Querträger keine schlaffe Aufhängebewehrung vorhanden. Die vorhandene Bügelbewehrung entsprach einer minimalen konstruktiven Bewehrung. Die totale Vorspannkraft von  $9 \times 252$  kN = 2268 kN entsprach etwa  $0.56 f_{pk}$  und bewirkte im Querträger eine zentrische Beton- druckspannung  $-\sigma_{cp}$  von ungefähr 6.0 MPa. Ungeachtet der fehlenden Aufhängebeweh-

Versuchsträger	<i>EB 1</i>	<i>EB 2</i>	<i>EB 3</i>	<i>EB 4</i>
Bügelbewehrungsgehalt $\rho_w$ zwei- respektive einschnittige Bügel $\emptyset 6 @ 100$ [%]	0.26	0.13	0.26	0.13
Vorspannbewehrung längs $A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	5080	3460	5080	3460
Obere Längsbewehrung $A_s'$ [mm <sup>2</sup> ]	2280			
Untere Längsbewehrung $A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	1300			
Lagerung der Stege	indirekt		direkt	indirekt
Krafteinleitung in den Momentennullpunkten	konzentriert			verteilt

**Tabelle 3.3** – Versuche nach [70]: Versuchsparameter.

rung gingen alle Versuche durch ein Versagen der Längsträgerstege zu Bruch. Die Kreuzungsbereiche blieben von der Zerstörung mehrheitlich verschont. Für die nachfolgenden Überlegungen werden die Resultate des Versuchsträgers *EB 1* verwendet.

Als maximaler horizontaler Widerstand im Querträger wird die Horizontalkomponente der Vorspannkraft  $P_\infty$  der neun Spannglieder angesetzt. Die Vertikalkomponenten der drei Spanngliedlagen ergeben im Kreuzungsbereich zwischen dem Innensteg und dem Querträger einen Aufhängeanteil von  $0+115+128 = 243$  kN. Die Summe der äusseren Kräfte  $F_1$  und  $F_3$  im Innensteg links und rechts der Zwischenstütze addieren sich bei Maximallast zu  $983+815 = 1798$  kN. Der Anteil der Eigenlasten des Trägers wird durch die Auflagerkraft  $F_7$  etwa kompensiert, so dass für die Überprüfung der Aufhängewirkung nur mit den äusseren Kräften  $F_1$  und  $F_3$  gerechnet werden kann. Die im Bereich des Querträgers wirkenden Umlenkkräfte aus der Längsvorspannung addieren sich näherungsweise zu 70 kN. Ohne Kraftzuwachs in den Spanngliedern in Längs- und Quertragrichtung muss demzufolge eine Nettolast von  $1798-243-70 = 1485$  kN direkt auf die Zwischenstütze abgestützt werden. Für einen seitlichen Versatz zwischen der Stützenkraft  $F_6$  und der Längsträgerstegachse von 0.568 m ergeben sich Druckstreben mit Vertikalkomponenten von  $756 \times (0.236/0.568) = 314$  kN,  $756 \times (0.400/0.568) = 532$  kN und  $756 \times (0.492/0.568) = 655$  kN, die sich zu einer totalen Aufhängekraft von 1501 kN addieren. Offenbar reicht der Lastfall Vorspannung gerade aus, um die im Versuch erreichte Traglast vom Innensteg auf den Querträger zu übertragen. Ein Spannkraftzuwachs im Querträger muss dabei nicht vorhanden sein. Das Verhältnis der Querträgerbreite zur Stegstärke beträgt 2.7 und führt bei identischer bezogener Beanspruchung im Querträger zu geringeren Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  als in den Längsträgerstegen.

Für den Aussensteg resultieren ähnliche Verhältnisse. Die im Versuch gemessenen Maximalkräfte  $F_2$  und  $F_4$  ergeben  $875+832 = 1707$  kN. Zusätzlich muss der Anteil Eigenlasten von etwa 90 kN berücksichtigt werden. Die Vertikalkomponenten der Vorspannkraft ergeben zusammen  $211+307+178 = 696$  kN, und der Anteil der im Querträgerbereich wirkenden Umlenkkräfte aus der Längsvorspannung beträgt wie beim Innensteg 70 kN. Die zu übertragende Nettobelastung am Übergang zwischen Aussensteg und Querträger beträgt somit  $1707+90-696-70 = 1031$  kN. Die Vertikalkomponenten

ten der Direktabstützungen von den Spannstellen auf die Auflagerkraft  $F_5$  ergeben sich zu  $704 \times (0.077/0.568) = 95 \text{ kN}$ ,  $667 \times (0.268/0.568) = 315 \text{ kN}$  und  $712 \times (0.456/0.568) = 572 \text{ kN}$ . Ihre Summe beträgt  $982 \text{ kN}$ . Sind nur geringfügige Deformationen an den Verankerungsstellen der Spannglieder vorhanden, wird auch bei der Kreuzungsstelle zwischen Aussensteg und Querträger eine Direktabstützung in Querrichtung in statisch zulässiger Weise bewirkt.

Es wird damit erklärbar, dass das Versagen der Versuchsträger nicht im Querträger oder an den Kreuzungsstellen zwischen Querträger und Trägerstegen eintrat, sondern vielmehr in den unmittelbar an den Querträger angrenzenden Längsträgerstegen. Die rechnerischen Überprüfungen zeigen, dass für das Gleichgewicht der inneren und äusseren Kräfte praktisch keine Kraftsteigerungen in den Querträgerspanngliedern in Rechnung gestellt zu werden brauchen. Das nahezu ungerissene Tragverhalten des Querträgers auch bei hoher Lastintensität deutet auf die Richtigkeit dieser Aussage hin.

Die Versuchsbeispiele zeigen deutlich, dass bei indirekter Lagerung ohne Aufhängebewehrung eine detaillierte Überprüfung des Kräftefluss zu statisch zulässigen Spannungsfeldern führen kann. Insbesondere ist es zweckmässig, die Vorspannung als äussere Einwirkung auf den Betonquerschnitt einzuführen, damit der Kräftefluss auch visuell nachvollzogen werden kann. Nominelle Nachweise wie beispielsweise nach [60] führen nur selten zu befriedigenden Aussagen bezüglich der Tragsicherheit der untersuchten Zone, da sie die geometrisch komplexen Verhältnisse nur unklar erfassen können. Die Entwicklung konsistenter Spannungsfelder führt hier weiter.

## 3.7 Bruchmechanismen

### 3.7.1 Einleitung

Bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten können mögliche Tragreserven nicht einzig anhand unterer Grenzwerte der Plastizitätstheorie ermittelt werden. Die Anwendung der statischen Methode der Plastizitätstheorie ist zwar bei der Bemessung von Neubauten zweckmässig, da es sich um eine Bemessung auf der "sicheren Seite" handelt. Kinematisch zulässige Mechanismen führen zu oberen Grenzwerten der Traglast, die sich für eine Bemessung nur bedingt eignen. Für die Beurteilung bestehender Stahlbetonbauten sind sie jedoch sehr zweckmässig und haben den Vorteil, dass schon mit relativ bescheidenem rechnerischem Aufwand brauchbare Resultate zu erreichen sind. Untere und obere Grenzwerte zusammen ermöglichen erst eine zuverlässige Einschätzung der wahrscheinlichen Traglast einer Tragkonstruktion. Vernachlässigt man die Ermittlung oberer Grenzwerte der Traglast, so ist eine Aussage über die Tragsicherheit im allgemeinen nur bedingt möglich.

Ein oberer Grenzwert für die Traglast wird gefunden, indem die Arbeit  $W$  der äusseren Kräfte der Dissipation  $D$  in Beton, schlaffer und vorgespannter Bewehrung gleich-

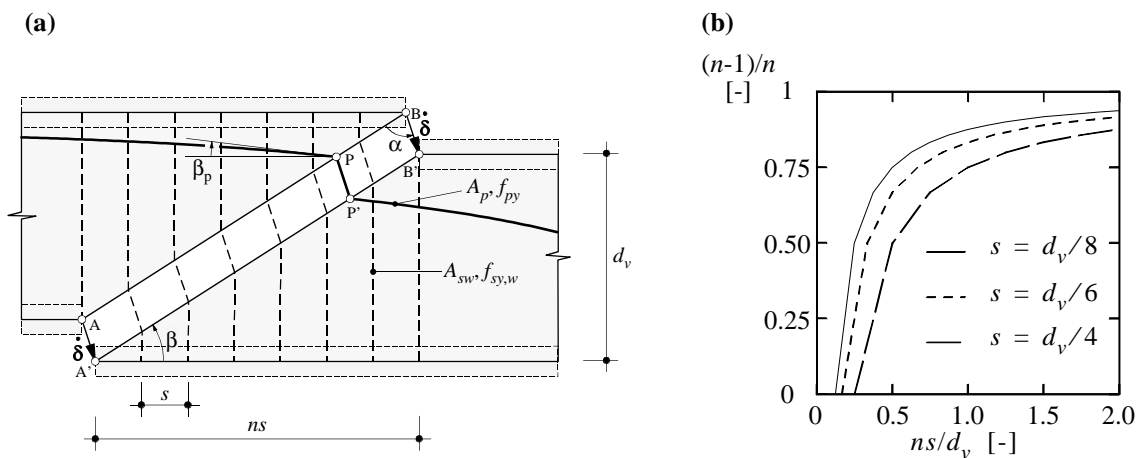
gesetzt wird. Ziel der Untersuchungen ist es, unterschiedliche Verschiebungszustände zu analysieren und die Quotienten  $D/W$  zu minimieren. Selbstverständlich ist es auch möglich, die Arbeit von nominellen Bruchlasten  $(g_r\gamma_G + q_r\gamma_Q + \Delta g_r\psi)\gamma_R$  gemäss [58,60] mit der totalen Dissipationsarbeit zu vergleichen. Man erhält auf diese Weise einen oberen Grenzwert für das Mass der Tragreserve. Auch ist es denkbar, die Lastanteile der nominellen Bruchlasten an der Traglast aufzuteilen, um spezifische Aussagen über den Einfluss verschiedener Einwirkungen auf die Traglast machen zu können. Dies wird anhand eines Beispiels in Kapitel 5 erläutert.

### 3.7.2 Dissipation in Bewehrungs- und Spannstahl

Die Bestimmung der Dissipationsarbeit im Bewehrungs- und Spannstahl bietet normalerweise keine Schwierigkeiten. Unter der Annahme eines kinematisch zulässigen Verschiebungszustandes wird jedem Punkt des Tragsystems eine eindeutige Verschiebungskomponente zugewiesen. Für die Berechnung der Dissipationsarbeit werden diejenigen Verschiebungskomponenten der Bewehrung benötigt, die entlang einer sogenannten Gleitlinie auftreten. Die Dissipationsarbeit in der schlaffen und vorgespannten Bewehrung lässt sich anhand folgender Skalarprodukte beschreiben:

$$D_s = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{sy,i} \cdot \dot{\boldsymbol{\delta}}_{s,i} \quad , \quad D_p = \sum_{j=1}^m \mathbf{F}_{py,j} \cdot \dot{\boldsymbol{\delta}}_{p,j} \quad (3.99)$$

$\mathbf{F}_{sy,i}$  und  $\mathbf{F}_{py,j}$  beschreiben die Kraftvektoren der Bewehrungsflusskräfte  $A_s f_{sy}$  und  $A_p f_{py}$ , wie sie entlang den Gleitlinien wirken, währenddem  $\dot{\boldsymbol{\delta}}_{s,i}$  und  $\dot{\boldsymbol{\delta}}_{p,j}$  die Verschiebungsvektoren selber darstellen. Im Falle vorgespannter Träger gemäss Bild 3.34 ist zu berücksichtigen, dass der Schnittpunkt P der Gleitlinie und der Spanngliedachse sowie die Neigung  $\beta_p$  für jede Gleitlinie separat bestimmt werden müssen.



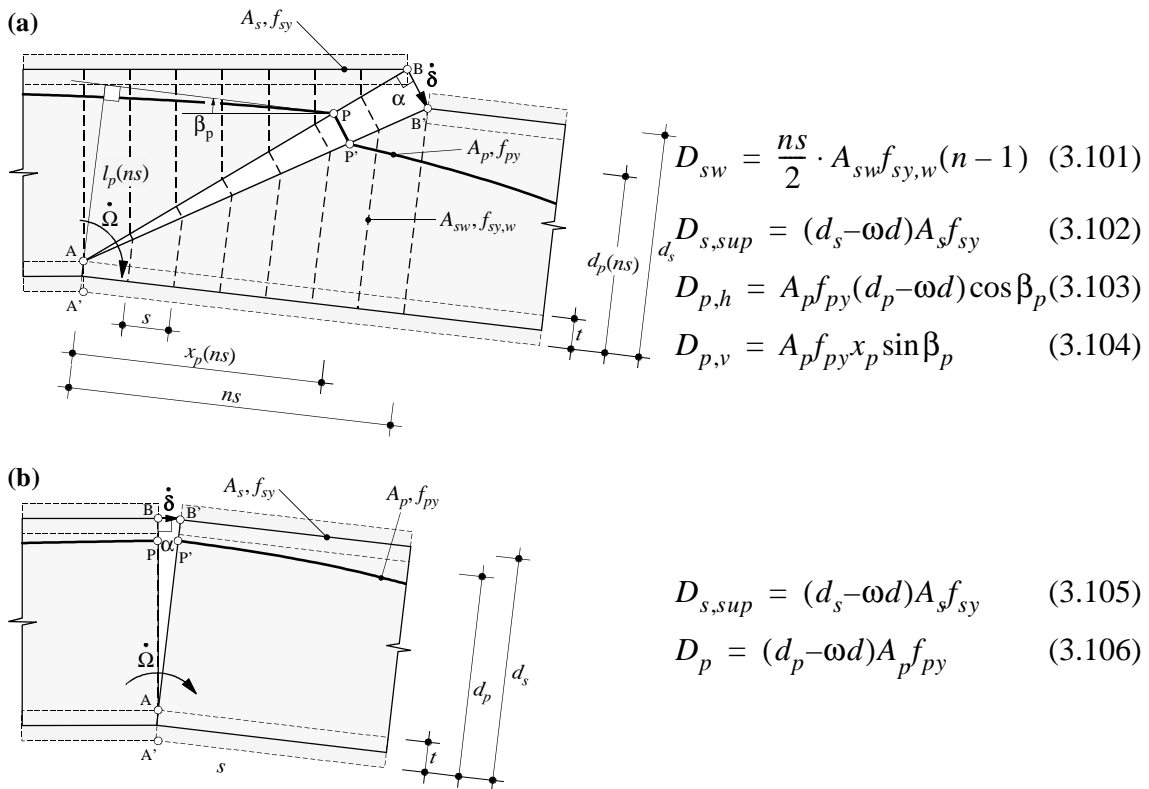
**Bild 3.34** – Dissipation in der Bügel- und Vorspannbewehrung: (a) Translationsmechanismus; (b) Einfluss unterschiedlicher Bügelabstände.

Bei der Berechnung der Dissipation in Bügelbewehrungen sind gewisse zusätzliche Überlegungen anzustellen. Da der Tragwiderstand eines einzelnen Bügels normalerweise als über den Bügelabstand  $s$  gleichmässig verteilt angesetzt wird, ergibt dies im Falle von sogenannten Stegdruckbruchmechanismen gemäss Bild 3.34(a) eine Überschätzung der Dissipation in der Bügelbewehrung. Wenn sich nämlich eine Gleitlinie der horizontalen Ausdehnung  $ns$  einstellt, die an ihren Enden je mit einer Bügelbewehrungsachse zusammenfällt, so beteiligen sich nur  $n-1$  diskrete Bügelbewehrungsquerschnitte an der Dissipation. Die Dissipation der Bügelbewehrung entlang einer Gleitlinienlänge  $l = (n^2 s^2 + d_v^2)^{1/2}$  beträgt unter einer vertikalen Translationsbewegung  $|\dot{\delta}_s| = 1$  somit

$$D_s = F_{sy}(n - 1) \quad (3.100)$$

während unter der Annahme gleichmässig verteilter Bügelbewehrungsquerschnitte  $n$  Bügel Beiträge zur Dissipation leisten würden. Dieser Effekt wirkt sich insbesondere bei grossen Werten von  $\tan\beta$  und  $s$  aus. Allerdings ist zu beachten, dass sich die Dissipation bei Stegdruckbrüchen in der Regel aus mehreren Anteilen zusammensetzt und dass die Geometrie der massgebenden Gleitlinie zusätzlich von der Arbeit der äusseren Kräfte mitbestimmt wird. Aussagen über den massgebenden Stegdruckbruchmechanismus einzig anhand von Bild 3.34(b) sind aus diesen Gründen nicht möglich.

Bild 3.34 beschränkt sich auf die Verhältnisse bei einem translatorischen Stegdruckbruchmechanismus. Selbstverständlich verlieren die grundsätzlichen Überlegungen zur



**Bild 3.35** – Dissipation in Bewehrungs- und Spannstahl: (a) Biegeschubbruchmechanismus; (b) Biegemechanismus ( $\Omega = 1$ ).

Bewehrungsdissipation bei der Anwendung von Rotationsmechanismen ihre Gültigkeit nicht.

Biegeschubbruchmechanismen gemäss Bild 3.35(a) führen nur zu Dissipationen in den Gurt- ( $A_s$ ), Bügel- ( $A_{sw}$ ) und Vorspannbewehrungsquerschnitten ( $A_p$ ); der Stegbeton liefert keinen Anteil zur Dissipation. Man spricht in einem solchen Fall auch von einem Kollapsrissmechanismus. Im Falle eines senkrechten Kollapsrisses AB wie in Bild 3.35(b) geht der Biegeschubbruchmechanismus in einen einfachen Biegemechanismus über, bei welchem die Bügelbewehrung nichts zur Dissipation beiträgt. Die Arbeit  $W_f$  der äusseren Kräfte liegt bei identischer Rotationsgeschwindigkeit  $\dot{\Omega}$  höher als der Wert  $W_f - \Delta W$  für den Biegeschubbruchmechanismus, da dort alle Lasten oberhalb AB keine Arbeit leisten. Bei Biegeschubbruchmechanismen können Dissipationsverluste durch allfällige Abstufungen der Gurt- ( $\Delta D_{s,sup}$ ) und Vorspannbewehrung ( $\Delta D_p$ ) in B respektive P unter Umständen nicht durch den Dissipationsgewinn in der Bügelbewehrung  $\Delta D_{sw}$  entlang AB kompensiert werden. Biegeschubbruchmechanismen können unter folgender Bedingung massgebend sein:

$$\frac{D_f}{W_f} \geq \frac{D_f - \Delta D_{s,sup} - \Delta D_p + \Delta D_{sw}}{W_f - \Delta W} \quad (3.107)$$

Für profilierte Träger ist zu bemerken, dass die Lage des Rotationszentrums A durch die Höhe der Druckzone  $t$  definiert wird. Sie wird durch die Beziehungen

$$t = \omega d \quad , \quad \omega = \frac{A_s f_{ys} + A_p f_{yp}}{b d f_c} \quad , \quad d = \frac{A_s f_{ys} d_s + A_p f_{yp} d_p}{A_s f_{ys} + A_p f_{yp}} \quad (3.108)$$

bestimmt, wobei  $\omega$  den mechanischen Bewehrungsgehalt und  $d$  die mittlere statische Höhe beschreibt. Ist der Flansch nicht voll ausgenutzt, so liegt das Rotationszentrum näher bei A', und die Dissipation in der Bewehrung erhöht sich. Man beachte, dass im Beton entlang A'A auch Energie dissipiert wird.

### 3.7.3 Dissipation im Beton

Genau wie die Dissipation in der Bewehrung ist auch diejenige im Beton von der geometrischen Form des Verschiebungszustandes abhängig. Die Dissipationsarbeit pro Einheitsfläche beträgt unter der Annahme eines ebenen Spannungszustandes und bei Vernachlässigung der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  (d.h. unter Annahme einer quadratischen Fliessfigur des Betons, vgl. Kapitel 2.2.5) für  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$

$$D_c = \dot{\delta} \cdot \frac{f_c}{2} (1 - \sin \alpha) \quad (3.109)$$

Für den Fall eines einfachen Biegebruch- oder Biegeschubbruchmechanismus gemäss Bild 3.35 wird im Beton des Druckgurtes entlang A'A Dissipationsarbeit geleistet. Für den Spezialfall einer vollen Ausnutzung des Druckflansches der Dicke  $t$  und unter der



den, siehe Bild 3.35(a). Legt man einen Kreis durch den Mittelpunkt und die Endpunkte der Gleitlinie A'B', so liegt der Punkt C mit dem Abstand  $l \sin \alpha$  von A' ebenfalls auf diesem Kreis. Da die über die Gleitlinienlänge  $l$  integrierte Dissipation gemäss (3.109) proportional zum Ausdruck  $l(1 - \sin \alpha)$  ist, entspricht die totale Dissipation im Beton der Dicke des Kreisringsegmentes DEB'F.

Bei einer vertikalen Translationsbewegung  $\alpha + \beta = \pi/2$  gemäss Bild 3.35(b) kann die Dissipation im Beton anhand von (3.113) besonders einfach bestimmt werden. Normalerweise wird der massgebende Mechanismus, d.h. diejenige Gleitlinie, für welche das Verhältnis zwischen totaler Dissipation  $D_s + D_c$  und Arbeit der äusseren Kräfte  $W$  ein Minimum erreicht, dadurch gefunden, dass die Gleitlinienneigung  $\beta$  variiert wird. Im vorliegenden Fall werden somit nur Gleitlinien untersucht, deren Anfangs- und Endpunkte mit Bügelachsen zusammenfallen. Dadurch werden Verschiebungszustände definiert, die auch zur Bestimmung der Dissipation der Bügelbewehrung gemäss (3.100) verwendet werden.

Zusätzlich zur Dissipation im Stegbeton wären theoretisch auch Dissipationsanteile aus dem Abscheren der Flansche zu berücksichtigen, welche aber in der Regel vernachlässigt werden. Für ergänzende Bemerkungen hierzu sei auf Kapitel 3.7.4 verwiesen.

Etwas andere Verhältnisse liegen vor, wenn Rotationsverschiebungszustände wie in Bild 3.36 vorliegen. Solche Mechanismen sind insbesondere für Zweifeldträger oder Randfelder von Durchlaufträgern denkbar. Der Starrkörper AC'D'O rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\Omega}$  um das Rotationszentrum O. Im Unterschied zu translatorischen Verschiebungszuständen variieren die Verformungsvektoren  $\dot{\delta}_p$  in Betrag und Richtung entlang der Gleitlinie. Aus der Bedingung, dass die um  $\theta$  gegenüber der  $x$ -Achse geneigte Hauptrichtung 3 in jedem Punkt P der Gleitlinie den Winkel zwischen der Tangente an die Gleitlinie (I) und der Senkrechten auf den Verschiebungsvektor (II) halbiert, d.h.  $\beta = \delta$ , resultiert die Differentialgleichung

$$\frac{dz_\theta}{dx_\theta} = -\frac{z_\theta}{x_\theta} \quad (3.114)$$

deren Lösung, eine Hyperbel der Form

$$x_\theta \cdot z_\theta = k \quad (3.115)$$

im weiteren zu

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left( \frac{k}{x_\theta^2} \right), \quad \tan 2\theta = \frac{2x_C d_v}{x_C^2 - x_D^2 - d_v^2} \quad (3.116)$$

führt [23]. Setzt man ferner den Verschiebungsvektor im Punkt P zu





Die totale Dissipation im Beton wird unter der Annahme von  $\dot{\Omega} = 1$  und bei einer konstanten Stegbreite  $b_w$  zu

$$D_c = \int_{x_D \cos \theta}^{x_C \cos \theta + d_v \sin \theta} \frac{f_c b_w k^2}{x_\theta \sqrt{k^2 + x_\theta^4}} \sqrt{1 + \frac{k^2}{x_\theta^4}} dx_\theta = \int_{x_D \cos \theta}^{x_C \cos \theta + d_v \sin \theta} \frac{f_c b_w k^2}{x_\theta^3} dx_\theta \quad (3.120)$$

und ergibt den Ausdruck

$$D_c = \frac{f_c b_w}{2} \cdot (x_C d_v \tan \theta - d_v^2) \quad (3.121)$$

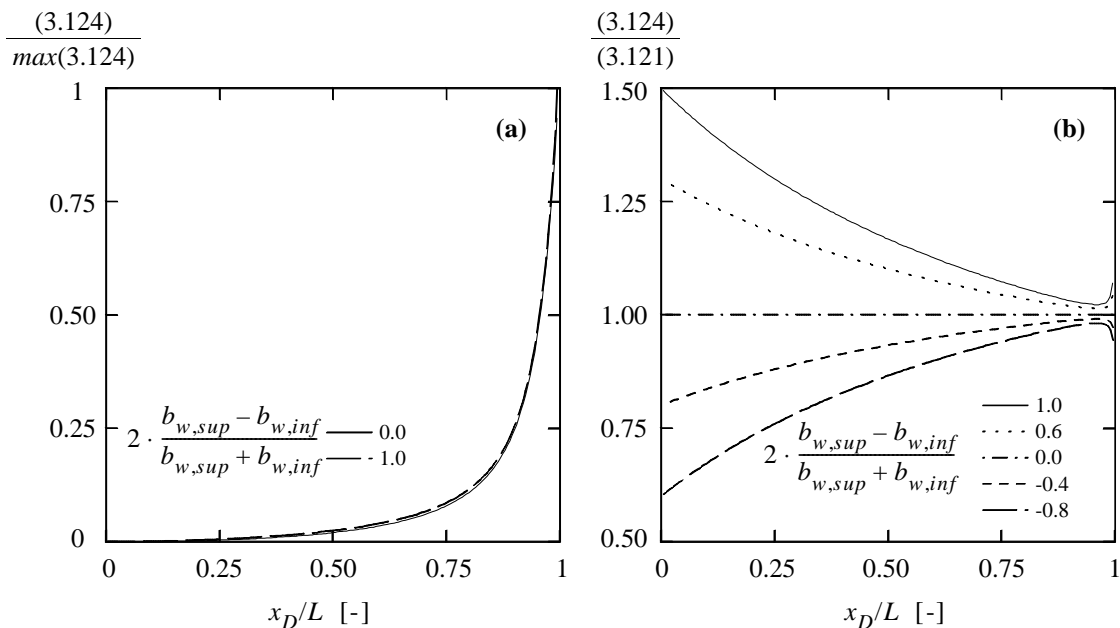
Der in [26,66] veröffentlichte Ausdruck für  $D_c$  enthält im Klammerausdruck rechterhand in (3.121) statt  $\tan \theta$  irrtümlicherweise den Ausdruck  $\tan \theta / \sin(2\theta)$ .

Grundsätzlich sind Rotationsmechanismen mit Dissipation im Beton auch für Durchlaufträger denkbar, vgl. Bild 3.42(e). Insgesamt liegen ähnliche Verhältnisse vor wie in den Bildern 3.36(a) bzw. 3.41(d) und in Bild 3.40(d). Die Veränderung der Lage des Rotationszentrums führt für Durchlaufträger zu den Beziehungen

$$\tan 2\theta = \frac{2x_D d_v}{x_C^2 - x_D^2 + d_v^2} \quad (3.122)$$

$$D_c = \frac{f_c b_w}{2} \cdot (x_D d_v \tan \theta + d_v^2) \quad (3.123)$$

Bis hierher wurden bloss Träger mit konstanter Stegbreite  $b_w$  untersucht. In manchen Fällen ist dies jedoch nicht der Fall, sondern die Stegbreite  $b_w$  variiert linear über die



**Bild 3.37** – Dissipation im Beton infolge Rotationsmechanismus: (a) Einfluss der Lage der Gleitlinienhyperbel; (b) Variation der Stegbreite.

Querschnittshöhe. Im Falle von Translationsmechanismen gemäss Bild 3.35 kann zur Berechnung der Dissipation im Beton von einer mittleren Stegbreite  $b_{w,m} = 1/2(b_{w,sup} + b_{w,inf})$  ausgegangen werden, da entlang der Gleitlinie A'B' ein homogener Verzerrungszustand vorliegt. Werden Rotationsmechanismen gemäss Bild 3.36 berücksichtigt, so ist (3.121) zu ersetzen durch

$$D_c = \frac{f_c}{2} \cdot \frac{b_{w,sup} - b_{w,inf}}{x_C - x_D} \cdot [C_1 + C_2 + C_3] \quad (3.124)$$

$$C_1 = \frac{x_D b_{w,inf} - x_C b_{w,sup}}{b_{w,sup} - b_{w,inf}} \cdot (x_C d_v \tan \theta - d_v^2) \quad (3.125)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \cdot (\sin 2\theta)^2 x_D^2 (x_D - x_C + d_v \cot \theta) \quad (3.126)$$

$$C_3 = \frac{2}{3} \cdot x_D^3 (\sin \theta)^4 - \frac{2}{3} \sin \theta (x_C \sin \theta - d_v \cos \theta)^3 \quad (3.127)$$

Bild 3.37 untersucht den Einfluss variabler Stegstärken anhand von (3.121) und (3.124). Unter Verwendung von  $x_C = L = 20$  m,  $d_v = 1.20$  m sowie  $b_{w,m} = 0.50$  m, sind folgende Aussagen möglich: Absolut gesehen bestehen zwischen der Dissipation im Beton gemäss (3.121) und (3.124) nur unwesentliche Unterschiede. Bei Stegen mit  $b_{w,sup} > b_{w,inf}$  ist die Dissipation immer grösser als diejenige mit unveränderlicher mittlerer Stegbreite  $b_{w,m}$ . Umgekehrte Konstellationen sind in der Praxis wohl nur äusserst selten anzutreffen, da im Übergangsbereich zwischen der Fahrbahnplatte und den Stegen erhöhte Querbiegebeanspruchungen vorliegen, die eine Wahl von  $b_{w,sup} > b_{w,inf}$  begünstigen.

Bei Rotationsmechanismen von Durchlaufträgern gemäss Bild 3.42(e) mit linear veränderlichen Stegbreiten gelangt man zu vergleichbaren Schlüssen. (3.123) ist in solchen Fällen zu ersetzen durch

$$D_c = \frac{f_c}{2} \cdot \frac{b_{w,sup} - b_{w,inf}}{x_D - x_C} \cdot [C_4 + C_5 + C_6] \quad (3.128)$$

$$C_4 = \frac{x_D b_{w,inf} - x_C b_{w,sup}}{b_{w,sup} - b_{w,inf}} \cdot (x_D d_v \tan \theta + d_v^2) \quad (3.129)$$

$$C_5 = \frac{1}{2} \cdot (\sin 2\theta)^2 x_C^2 (x_D - x_C + d_v \cot \theta) \quad (3.130)$$

$$C_6 = -\frac{2}{3} \cdot x_C^3 (\sin \theta)^4 + \frac{2}{3} \sin \theta (x_D \sin \theta + d_v \cos \theta)^3 \quad (3.131)$$

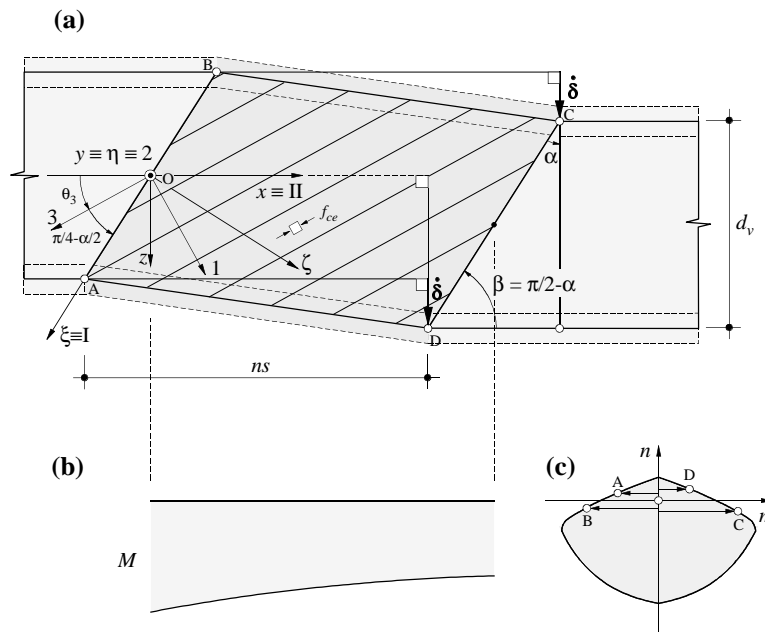
Für den Fall  $b_{w,sup} > b_{w,inf}$  liefert (3.128) minimal höhere Werte als (3.123), so dass bei einer ausschliesslichen Verwendung von (3.123) Resultate auf der sicheren Seite gefunden werden.

### 3.7.4 Einflüsse von Bruchzonen

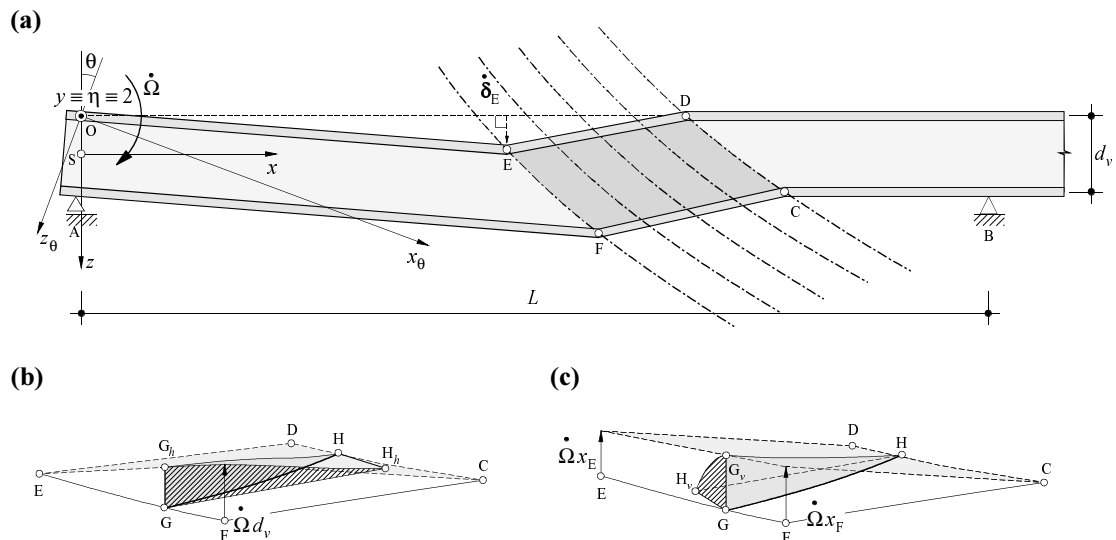
In Versuchen wird häufig festgestellt, dass sich beim Versagen des Stegbetons nicht eine einzelne Gleitlinie sondern eine Gleitlinienschar ausbildet [17,65,70]. Für translatorische Mechanismen gemäss Bild 3.35 resultiert wegen des homogenen Verschiebungszustandes innerhalb der Bruchzone dieselbe Dissipation wie bei der Beschränkung auf eine einzelne Gleitlinie [26,66]. Der Verschiebungszustand bewirkt zusätzliche Dissipationsanteile aus den Biege widerständen der Flansche. Da aber aus dem globalen Gleichgewichtszustand auch Biegebeanspruchungen des gesamten Trägers vorhanden sind, die sich in mehr oder weniger veränderlichen Gurtkräften äussern, muss zur Berechnung der Biege widerstände  $|m_u|$  und somit der Dissipationsanteile  $|m_u| \cdot (|\dot{\delta}|/ns)$  für jedes plastische Gelenk der Flansche die zugehörige Längskraft des Gurtes ermittelt werden. Für die gesamte Dissipation im Beton ergibt sich gemäss Bild 3.38:

$$D_c = \frac{f_c b_w}{2} (\sqrt{n^2 s^2 + d_v^2} - ns) + \frac{b_{sup} (|m_{uB}| + m_{uC}) + b_{inf} (|m_{uA}| + m_{uD})}{ns} \quad (3.132)$$

Für den Fall einer gekrümmten Gleitlinienschar liegen andere Verhältnisse vor, da das Rotationszentrum O in endlicher Entfernung von den Gleitlinien liegt. Für die Bestimmung der einzelnen Gleitlinienhyperbeln dient die Bedingung, dass die Hauptdruckspannungsrichtung  $\theta$  innerhalb der gesamten Bruchzone invariant ist. Innerhalb der Bruchzone CDEF gemäss Bild 3.39(a) beträgt die totale Dissipation im Beton



**Bild 3.38** – Bruchzone: (a) Translationsmechanismus mit zusätzlicher Dissipation in den Flanschen; (b) Biegebeanspruchung des Trägers; (c) Interaktionsdiagramm der Flansche mit symmetrischer Bewehrung.



**Bild 3.39** – Bruchzonen: (a) Gleitlinienschar; qualitative Dissipation einer durch die Bruchzone geführten Spanngliedbewehrung infolge (b) Horizontal- und (c) Vertikalgeschwindigkeiten.

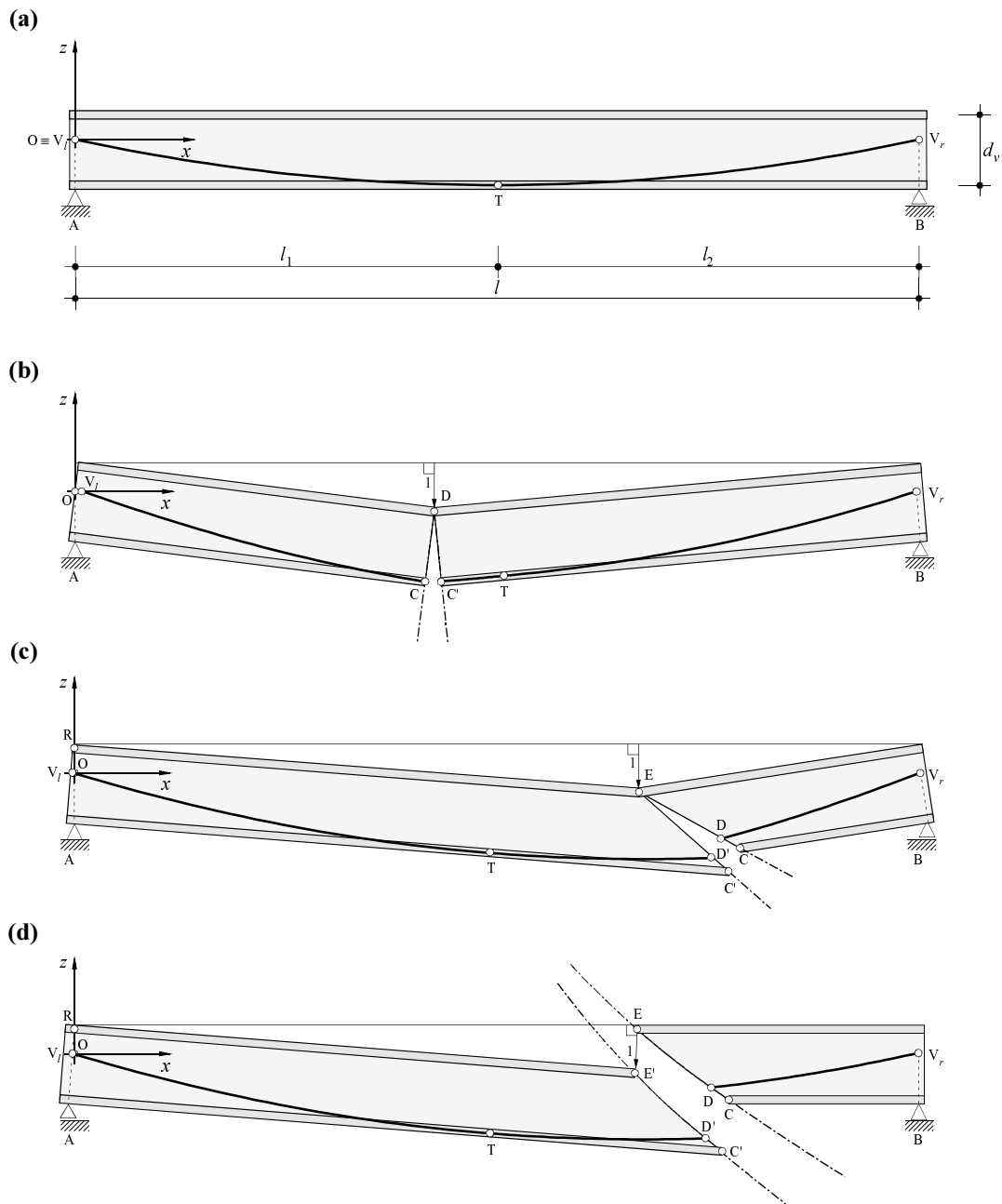
$$D_c = \frac{f_c b_w}{2} \cdot \left( \frac{x_C + x_F}{2} \cdot d_v \tan \theta - d_v^2 \right) \quad (3.133)$$

Die Berechnung der Dissipation der Vorspannbewehrung in der Bruchzone ist aufwendig, da entlang der Spanngliedachse innerhalb der Bruchzone jeweils unterschiedliche Verschiebungsinkremente zur Berechnung der Dissipationsarbeit bestimmt werden müssen. Mit den Bildern 3.39(b) und (c) wird versucht, wenigstens qualitativ die Dissipation der Vorspannbewehrung zu bestimmen. Zur Vereinfachung werden die einzelnen Verzerrungsinkremente und Vorspannbewehrungsquerschnitte komponentenweise getrennt voneinander untersucht. Die Grösse der horizontalen und vertikalen Verzerrungsinkremente wird senkrecht zur Bruchzonenebene abgetragen. Für die horizontalen Verzerrungsinkremente gemäss Bild 3.39(b) bedeutet dies, dass von den Eckpunkten der Bruchzone CDEF nur der Punkt F eine Komponente vom Betrage  $\dot{\Omega} d_v$  aufweist. Die Fläche  $GG_hH$  wird auf die Ebene  $z - z_G = 0$  projiziert. Die Fläche  $GG_hH_h$  ist proportional zur Dissipation der Horizontalkomponente der Vorspannbewehrung. Für die vertikalen Verzerrungsinkremente gemäss Bild 3.39(c) ist das Vorgehen analog. Die Fläche  $GG_vH$  wird auf die Ebene  $x - x_G = 0$  projiziert und entspricht somit der Fläche  $GG_vH_v$ , die ihrerseits proportional zur Dissipation der Vertikalkomponente der Vorspannbewehrung ist. Für die praktische Anwendung scheint es hingegen angebracht, anstelle ausführlicher Berechnungen von Mittelwerten für die Verzerrungsinkremente und Spanngliedachsen auszugehen.

### 3.7.5 Anwendungen

Für jedes statische System gibt es theoretisch unendlich viele Mechanismen mit zugehörigen oberen Grenzwerten für die Traglast. Deshalb sollte bei der Verwendung von Bruchmechanismen grundsätzlich derart vorgegangen werden, dass zunächst verschiedene Grundmechanismen einzeln untersucht werden. In Abhängigkeit von der geometrischen Lage der Gleitlinien wird dabei ein zugehöriger minimaler Grenzwert für die Traglast gefunden. Dies wird für jeden Grundmechanismus wiederholt, so dass zuletzt bloss die Minimalwerte der jeweiligen Mechanismustypen miteinander verglichen werden müssen. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass sich sowohl die Dissipation als auch die Arbeit der äusseren Kräfte als Funktionen des Lageparameters  $x$  eines Endpunktes der Gleitlinie angeben lassen. Eine explizite Bestimmung des massgebenden Wertes von  $x$  ist in der Regel nicht nötig, da sich die Werte der Funktion  $D(x)/W(x)$  im Bereich des Minimums in sehr engen Grenzen bewegen.

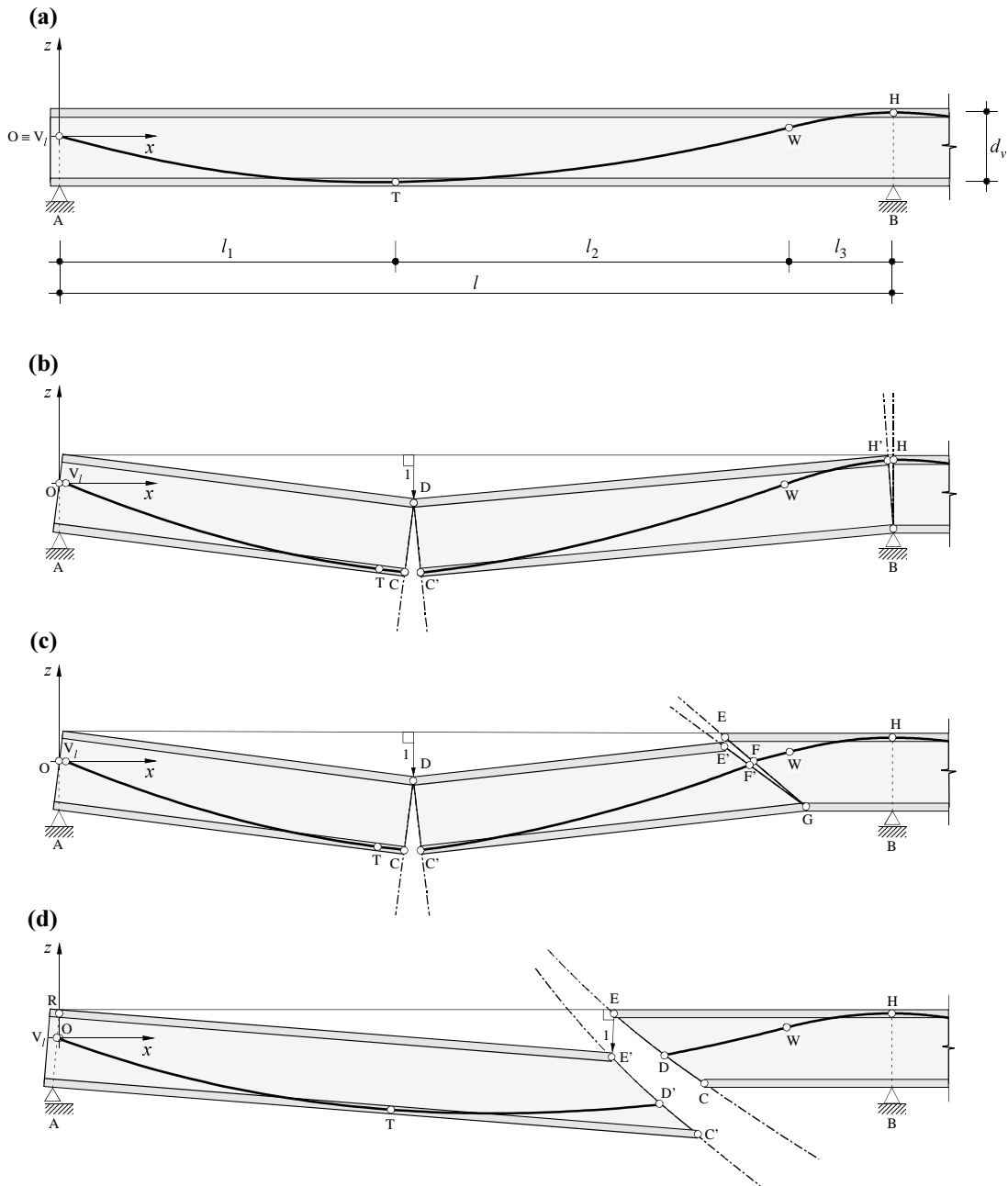
In Bild 3.40 sind Grundmechanismen für einen einfachen Balken mit parabolischem Spannglied aufgezeichnet. Ein reiner Biegemechanismus liefert zusammen mit einer bestimmten Belastungskonfiguration eine eindeutig definierbare Lage der Punkte D und C, bei welchen der geringste obere Grenzwert für die Traglast gefunden wird. Der im Bild 3.40(b) angegebene Mechanismus erzeugt Dissipation einzig in der die Gleitlinie CD kreuzenden Bewehrung sowie in der Betondruckzone des Gelenkes in D. Man beachte, dass die Vertikalkomponente der Spanngliedkraft ebenso wie der Beton unterhalb der Biegedruckzone keine Anteile zur Dissipation liefern. Es handelt sich somit bei der Gleitlinie CD um einen Kollapsriss. Auch bei einem Biegeschubbruch gemäss Bild 3.40(c) wird im Stegbeton keine Energie dissipiert. Dagegen liefert neben der Längsbewehrung im Untergurt und der Vorspannbewehrung auch die Bügelbewehrung einen Anteil an die Gesamtdissipation. Ein solcher Mechanismus kann massgebend werden, wenn Längs- und/oder Vorspannbewehrung in unmittelbarer Nähe der Gleitlinie stark abgestuft werden und der so erlittene Dissipationsverlust gegenüber einem einfachen Biegemechanismus nicht durch den Gewinn an Dissipation in der Bügelbewehrung entlang CE kompensiert werden kann. Im Gegensatz dazu bewirkt der Stegdruckbruchmechanismus in Bild 3.40(d) Dissipationsanteile im Stegbeton und der Bügelbewehrung. Zusätzlich wird durch die im Untergurt verlegte Längsbewehrung sowie die Vorspannbewehrung im Steg Energie dissipiert. Damit der Dissipationsanteil der Vorspannbewehrung adäquat berücksichtigt wird, muss für jede untersuchte Gleitlinie der Schnittpunkt D zwischen hyperbolischer Gleitlinie und Spanngliedachse sowie die Spanngliedneigung in D bestimmt werden. Grundsätzlich ist auch ein doppelter Stegdruckbruchmechanismus denkbar, dessen Gleitlinien je gerade verlaufen. Man muss jedoch bedenken, dass sich solche Verhältnisse nur dann einstellen können, wenn beide Stegdruckbruchmechanismen gleichzeitig auftreten, da bei einfachen Balken ein einzelner Stegdruckbruchmechanismus bereits einen kinematisch zulässigen Verschiebungszustand darstellt. Im Gegensatz dazu ist die Ausbildung zweier Stegdruckbruchmechanismen bei zusätzli-



**Bild 3.40** – Bruchmechanismen für einen einfachen Balken: (a) Geometrie; (b) Biegemechanismus; (c) Biegeschubbruchmechanismus; (d) Stegdruckbruchmechanismus.

chen behinderten Freiheitsgraden, wie sie z.B. in Bild 3.42(d) vorliegen, durchaus denkbar.

Mit Ausnahme eines reinen Biegemechanismus liegen Anfangs- und Endpunkte der Gleitlinien für die hier vorgestellten Mechanismen nicht auf derselben Abszisse, so dass eine Beschränkung auf einen variablen Lageparameter  $x$  nicht in der Lage ist, Typen von Bruchmechanismen vollständig zu beschreiben. Hier ist für die jeweiligen Mechanismen ein Fixpunkt der Gleitlinie zu wählen und der Endpunkt der Gleitlinie so zu vari-

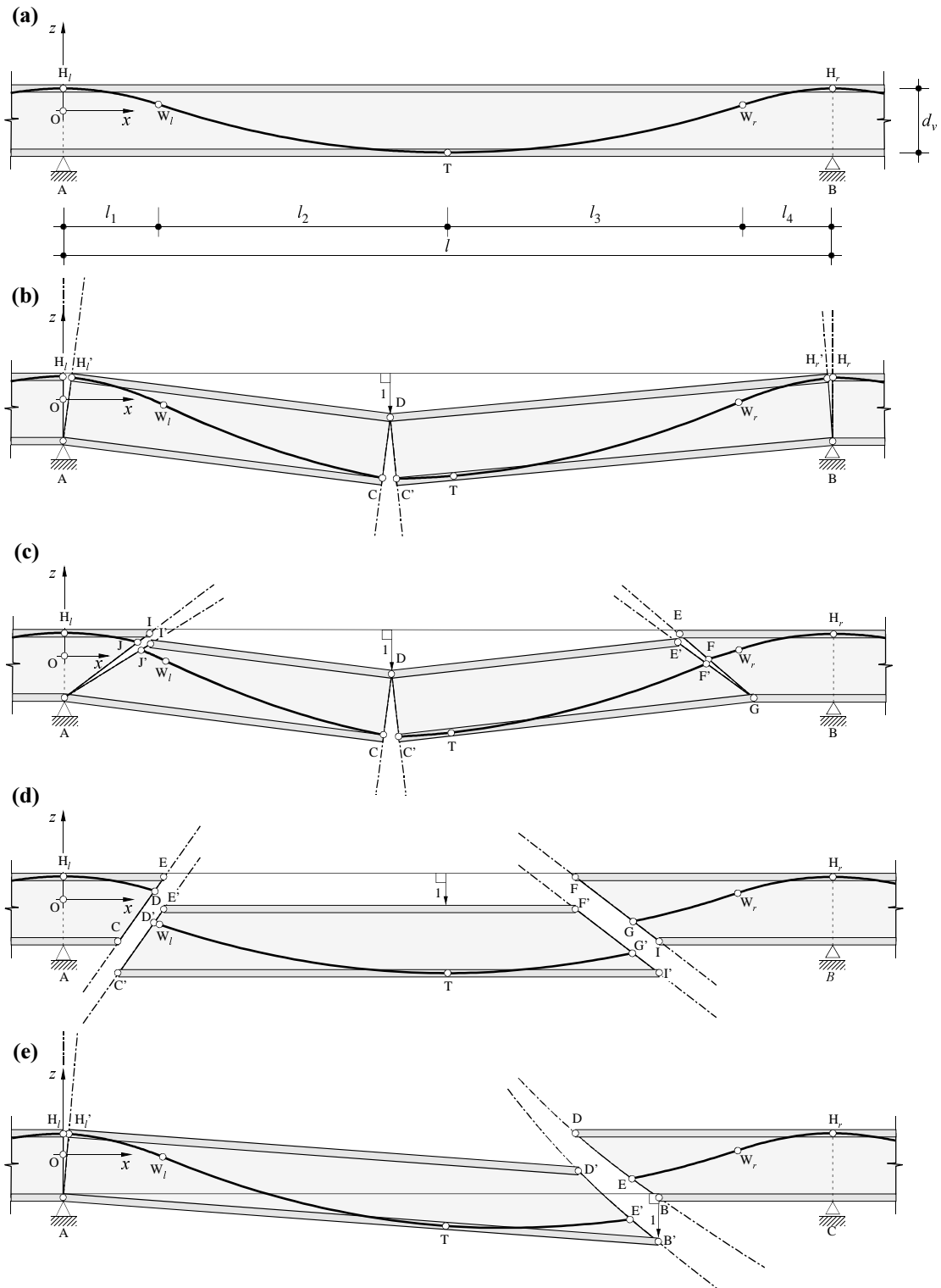


**Bild 3.41** – Bruchmechanismen für Randfeldträger: (a) Geometrie; (b) Biegemechanismus; (c) kombinierter Biege-Biegeschubbruchmechanismus; (d) Stegdruckbruchmechanismus.

ieren, bis die Funktion  $D(x)/W(x)$  ihr Minimum erreicht. Der Punkt C in Bild 3.40(c) und (d) stellt einen solchen Fixpunkt dar und kann beispielsweise dadurch festgelegt sein, dass entlang CB höhere Bügelbewehrungsquerschnitte  $A_{sw}$  vorliegen als im Mittelbereich des Trägers oder dass die Stege entlang CB eine zunehmende Stegbreite  $b_w$  aufweisen.

In Bild 3.41 sind Grundmechanismen für vorgespannte Zweifeld- oder Randfeldträger von Durchlaufträgern zusammengefasst. Währenddem für Bild 3.41(b) der massgebende





**Bild 3.42** – Bruchmechanismen für Durchlaufträger: (a) Geometrie; (b) Biegemechanismus; (c) kombinierter Biege-Biegeschubbruchmechanismus; (d) translatorischer Stegdruckbruchmechanismus; (e) Kombiniertes Stegdruckbruch-Biegemechanismus.

Biegemechanismus durch einen einzigen Lageparameter  $x$  charakterisiert werden kann, sind für die Mechanismen gemäss Bild 3.41(c) und (d) frei wählbare Fixpunkte G respektive C in die Berechnung miteinzubeziehen. Die Kriterien für die Wahl dieser Fixpunkte sind grundsätzlich dieselben, wie sie zuvor für den einfachen Balken erwähnt worden sind. Falls die Vorspannbewehrung im Stützenbereich abgestuft wird, kann auch ein Verankerungspunkt der Vorspannung einen Fixpunkt darstellen. In Bild 3.41(c) könnte der Punkt F einem solchen Fixpunkt entsprechen. Es bleibt zu erwähnen, dass die Lage des Punktes C in den Mechanismen aus Bild 3.41(b) und (c) nur in Ausnahmefällen mit dem Tiefpunkt T der Spanngliedachse zusammenfällt.

Bild 3.42 zeigt mögliche Grundmechanismen bei einem Durchlaufträger, wenn vorausgesetzt wird, dass alle plastischen Gelenke innerhalb der Spannweite liegen. Insbesondere wenn die Obergurtbewehrung seitlich der Auflager stark abgestuft wird, besteht die Gefahr, dass sich Biegemechanismen nicht direkt über den Stützen sondern seitlich der Stützen in den anschliessenden Feldern, d.h. am Ort der Bewehrungsabstufungen einstellen.

Bild 3.42(e) zeigt einen kombinierten Stegdruckbruch-Biegemechanismus, dessen Rotationszentrum über dem Auflager A zu liegen kommt. Diesem Umstand ist insbesondere bei der Bestimmung der im Spannstahl dissipierten Energie Rechnung zu tragen, da die Anteile am Skalarprodukt gemäss (3.99)<sub>2</sub> im Gegensatz zu den Mechanismen in Bild 3.40(d) und Bild 3.41(d) unterschiedliche Vorzeichen besitzen.

Die Fixpunkte der Mechanismen in Bild 3.42(c), (d) und (e) werden wie bei den Mechanismen für einfache Balken und Randfeld- oder Zweifeldträger nach den vorher erwähnten Überlegungen gewählt. Auf weiterführende Kommentare kann deshalb verzichtet werden.

Für die hier vorgestellten Grundmechanismen ist die Ermittlung der Arbeit der äusseren Kräfte  $W$  eine einfache Aufgabe. Muss die Wirkung einer grossen Einzellast berücksichtigt werden, kann diese zur Festlegung der massgebenden Lage der Gleitlinien vernachlässigt werden, da ihr Arbeitsanteil einem konstanten Wert entspricht. Ausnahmen stellen die Stegdruckbruchmechanismen mit Rotationsbewegung dar. In solchen Fällen entspricht dem Arbeitsanteil der Einzellast eine lineare Funktion, deren Ableitung nicht verschwindet, was bei der Bestimmung des massgebenden Quotienten  $D(x)/W(x)$  eine Rolle spielt.

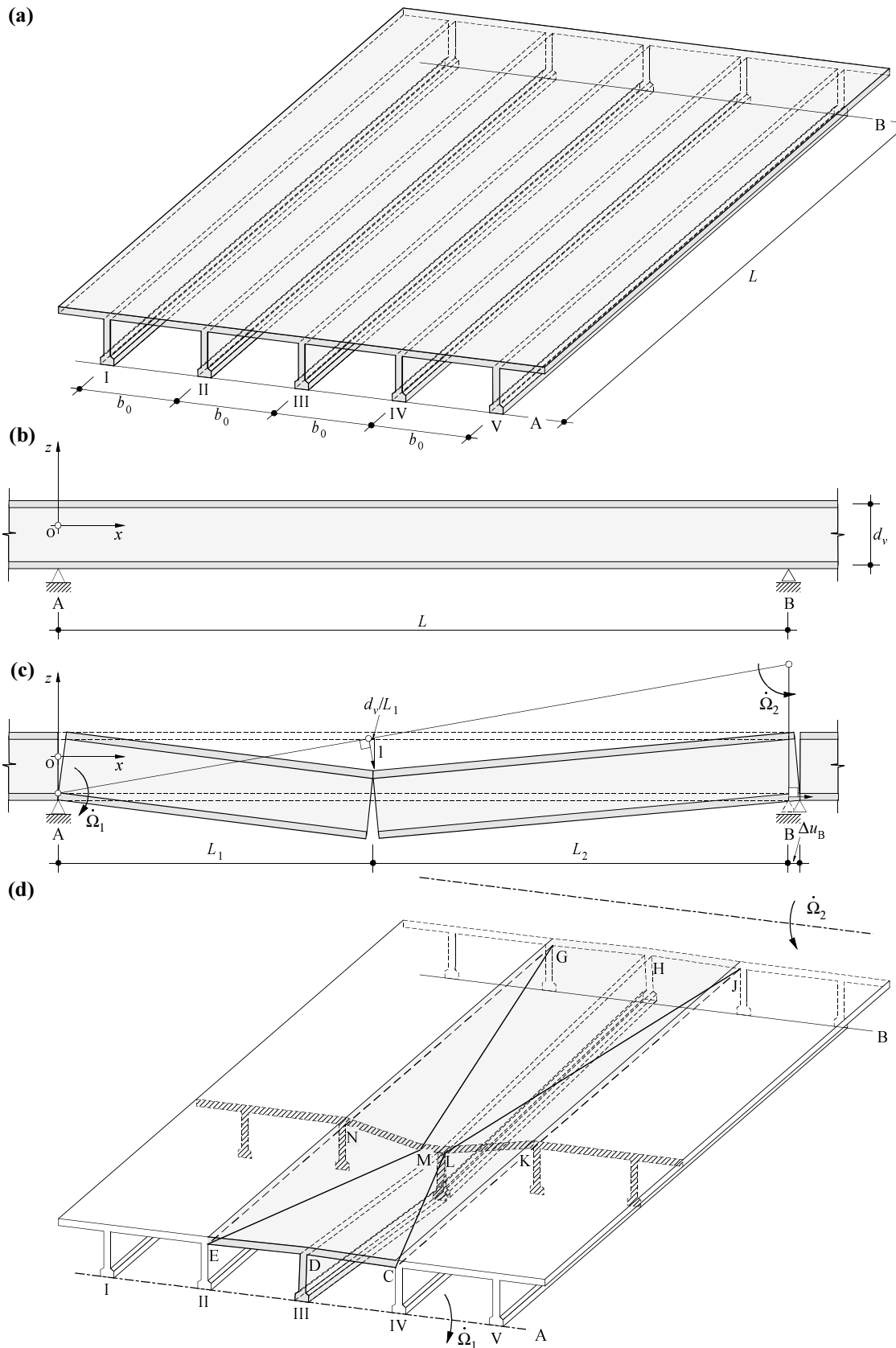
### 3.7.6 Räumliche Bruchmechanismen

Im vorherigen Kapitel wurden typische Bruchmechanismen von Trägern vorgestellt. Bei der üblichen Diskretisierung der Träger als Stäbe liegen die Rotationszentren von Rotationsmechanismen auf der Stabachse. Die in Wirklichkeit vorhandenen Horizontalverschiebungen der beweglichen Lagerpunkte werden vernachlässigt, da die senkrecht darauf stehende Auflagerkraft beim angenommenen Verschiebezustand keine Arbeit leistet.

Aus einzelnen Trägern zusammengesetzte Tragwerke mit aufbetonierter Fahrbahnplatte können mit denselben Grundmechanismen wie in Kapitel 3.7.5 untersucht werden, solange der Verschiebezustand allen Trägern gemeinsam ist. Versagt hingegen bloss ein einzelner oder mehrere dieser Träger, währenddem die übrigen starr oder elastisch bleiben, sind ergänzende Überlegungen nötig. Ibell, Morley und Middleton [16] untersuchten das Tragverhalten solcher Träger. Die Autoren überprüften das Tragverhalten anhand von vier unterschiedlich bewehrten und belasteten Versuchsträgern, die je aus einem fünfstegigen Plattenbalkenquerschnitt bestanden. Sie wurden in je fünf Laststellungen bis zum Bruch belastet. Für jede dieser fünf Laststellungen wurden vier Grundmechanismen untersucht, deren niedrigstes Verhältnis  $D/W$  zwischen Dissipation und Arbeit der äusseren Belastung mit der effektiv erreichten Traglast verglichen wurde. Diese Grundmechanismen wurden in ein verhältnismässig einfaches Rechenprogramm implementiert, welches für freie Parameter, wie beispielsweise Fliessgelenklinienlängen oder virtuelle Vertikalverschiebungen, die notwendige Minimierung der Dissipation besorgt. Entscheidende Bedeutung für die gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und den theoretischen Werten kam der richtigen Wahl der effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$  entlang der Fliessgelenklinien mit Betondissipation zu. Der Faktor  $f_c/f_{cc}$  ist dabei von nicht weniger als vier Faktoren abhängig, die den Einfluss der Längs- und Bügelbewehrung, der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  sowie der Trägergeometrie abdecken. Für die Kalibrierung von  $f_c/f_{cc}$  wurden in [16] die Resultate von 230 Versuchen herangezogen. Die effektive Druckfestigkeit erreichte damit einen Mittelwert von etwa  $0.48f_{cc}$ .

Anhand eines fünfstegigen Durchlaufträgers gemäss Bild 3.43 soll die qualitative Ermittlung oberer Grenzwerte der Traglast mit vereinfachenden Annahmen erläutert werden. Die Geometrie in Längs- und Querrichtung ist den Bildern 3.43(a) und (b) zu entnehmen. Für einen gewöhnlichen Biegemechanismus gemäss Bild 3.43(c) resultieren bei der Berücksichtigung der effektiven Trägergeometrie in B Horizontalverschiebungen  $\Delta u_B \approx 2d_v/L_2$ . Solange alle Träger gemeinsam versagen, spielt diese Horizontalverschiebung für die Ermittlung der Traglast keine Rolle. Dies ändert sich, wenn wie in Bild 3.43(d) lediglich ein Biegeversagen des Trägers III vorausgesetzt wird, während die Trägerstege I, II, IV und V starr oder elastisch bleiben.

Der Träger III erfährt in L eine vertikale Einsenkung vom Betrag 1. Die räumliche Ausdehnung des angenommenen Verschiebezustandes führt entlang der  $x$ -Achse zu einer horizontalen Relativverschiebung der Träger II und IV gegenüber Träger III entlang den Linien EG beziehungsweise CJ. Zur Wahrung der kinematischen Zulässigkeit des Verschiebezustandes müsste die Betondissipation entlang dieser Linien berücksichtigt werden. Zur Vereinfachung wird auf diesen Anteil der Betondissipation verzichtet. Zusätzlich sind Winkelgeschwindigkeiten der Fahrbahnplatte entlang CL und LH, EM und MG respektive entlang EG und CJ vorhanden, die zusammen mit den dortigen Biege widerständen einen Anteil zur Dissipation beitragen. Dabei sind die Plattenbiege widerstände  $m_{uy}$  in Querrichtung unabhängig von der gemeinsamen Tragwirkung zwischen den Trägerstegen und der Fahrbahnplatte, d.h. ihre Widerstände dürfen mit dem angenom-



**Bild 3.43** – Räumlicher Biegemechanismus eines aus mehreren Trägern zusammengesetzten Durchlaufträgers: (a) Trägersystem; (b) Geometrie; (c) globaler Biegemechanismus; (d) lokaler Biegemechanismus.

menen Verschiebezustand und den daraus resultierenden Rotationen für die Dissipation in Rechnung gestellt werden.

Dagegen werden in Längsrichtung die mobilisierbaren Tragwiderstände  $m_{ux}$  der Fahrbahnplatte durch die aus der globalen Tragwirkung hervorgerufenen Gurtkräfte beeinflusst. Die Krümmung im Feldbereich des Trägers III reicht nicht aus, um den reinen Plattenbiegewiderstand  $m_{ux}$  zu mobilisieren. Über den Auflagerachsen A und B liegen vergleichbare Verhältnisse vor, da die Plattenlängsbewehrung zum Tragwiderstand der Gesamtkonstruktion beiträgt und somit kein zusätzlicher Plattenbiegewiderstand mobilisiert werden kann. Aus diesem Grunde wird empfohlen, bei einer angenommenen Verbundtragwirkung von Trägersteg und Fahrbahnplatte die Tragwiderstände  $m_{ux}$  aus der Plattenrotation für die Ermittlung der Traglast zu vernachlässigen. Diese vereinfachenden Annahmen wurden auch für das Anwendungsbeispiel aus Kapitel 5.4 verwendet.

Die notwendige Fahrbahnplattenbreite legt die Lage der Fliessgelenklinien gemäss Bild 3.43(d) fest. Für die Fliessgelenklinie CLJ wäre beim Erreichen des Biege- widerstands des Verbundträgers nur eine der Stegdicke äquivalente Plattenbreite nötig. Die Fliessgelenklinie EMG hingegen geht von einer grösseren, zum Erreichen des Biege- widerstands notwendigen Fahrbahnplattenbreite aus. Neben der Dissipation wird durch die Lage der Fliessgelenklinien auch die Grösse der Arbeit der äusseren Kräfte beeinflusst.

Bei einer Trennung der Fahrbahnplatte vom Steg entlang DLH können ohne Beein- trächtigung der kinematischen Kompatibilität die durch den Verschiebezustand mobili- sierten Tragwiderstände getrennt voneinander ermittelt und superponiert werden, d.h. die zuvor vernachlässigten Terme der Dissipation aus der Fahrbahnplatte dürften in einem solchen Fall in Rechnung gestellt werden.

### 3.8 Mehrparametrische Belastung

#### 3.8.1 Fliessfläche im Belastungsraum

In Kapitel 2.2.2 wurde auf die Möglichkeit der Darstellung einer Fliessfläche im Bela- stungsraum hingewiesen. Diese Darstellung hat den Vorteil, dass sich die Traglast durch eine Kombination von Lasteinwirkungen ausdrücken lässt. Sie veranschaulicht die Ein- flüsse der einzelnen Lastanteile auf die Traglast und hebt ihre Bedeutung im Rahmen der Gesamtheit der Einwirkungen hervor. Die Ermittlung einer solchen Fliessfläche setzt allerdings voraus, dass eine eindeutige Beziehung zwischen Belastungen und Spannun- gen im Tragwerk besteht. Vorzugsweise werden normierte Lastanteile verwendet, deren Basis beispielsweise nominelle Bruchlasten darstellen. Auf diese Weise gewinnt man die Parameter

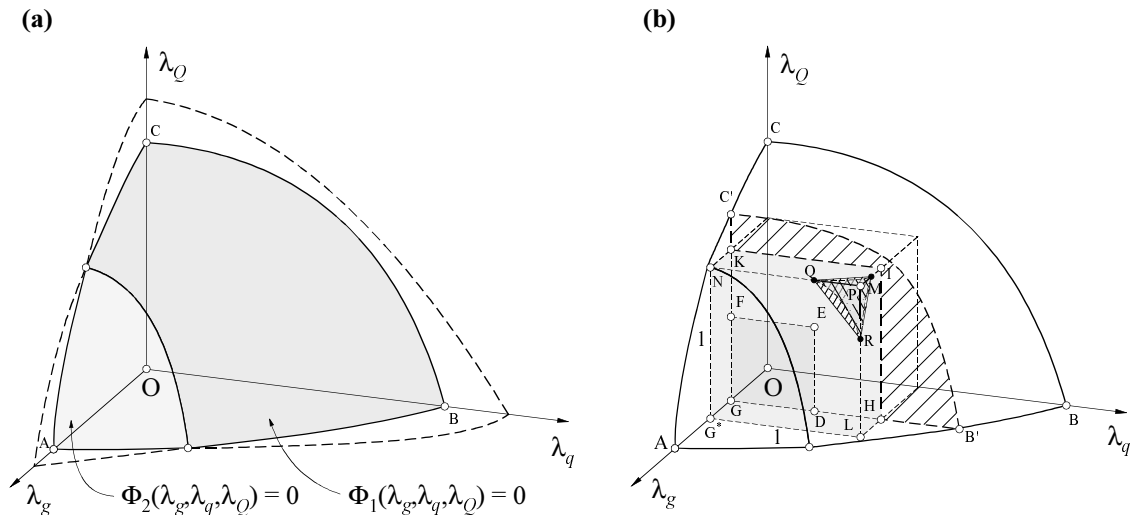
$$\lambda_g = \frac{g + \Delta g}{(g_d + \Delta g_d)\gamma_R} \quad , \quad \lambda_q = \frac{q}{q_d\gamma_R} \quad , \quad \lambda_Q = \frac{Q}{Q_d\gamma_R} \quad (3.134)$$

Diese beschreiben die normierten Lastanteile der Dauerlasten  $g + \Delta g$ , der verteilten Nutzlasten  $q$  und der punktuellen Nutzlasten  $Q$  und entsprechen demzufolge immer positiven Zahlenwerten. Aus diesem Grunde können sich die nachfolgenden Untersuchungen auf den ersten Oktanten im  $\lambda_g - \lambda_q - \lambda_Q$ -Koordinatensystem beschränken. Müssen dynamische Effekte ( $\Phi_{dyn}$ ) berücksichtigt werden, sind diese vorzugsweise in den Werten von  $q$  respektive  $Q$  miteinzubeziehen.

Bild 3.44 zeigt solche Fliessflächen im Belastungsraum. In Bild 3.44(a) ist eine aus zwei Fliessregimes bestehende Fliessfläche festgehalten. Die einzelnen Fliessregimes entsprechen je einer bestimmten Versagensart des Tragwerks. Mit Vorteil wird zunächst jede der entsprechenden, voneinander unabhängigen Fliessflächen einzeln untersucht. Die resultierende Fliessfläche  $\Phi = 0$  und damit der Verlauf der Regimegrenzen geht aus der Überschneidung der einzelnen Fliessflächen  $\Phi_i = 0$  hervor. Für die praktische Anwendung ist eine explizite Darstellung der Fliessfunktionen  $\Phi_i$  nur in Ausnahmefällen möglich oder nötig, da für jeden Punkt der Fliessfläche unter Umständen unterschiedliche Laststellungen zu berücksichtigen sind. Dasselbe gilt für die Ermittlung des Verlaufs der Regimegrenzen. Somit genügt für eine adäquate Approximation der Fliessfläche  $\Phi = 0$  die Verwendung einzelner signifikanter Punkte und eine entsprechende Interpolation. Wenn eine einzelne Fliessfläche für sämtliche Kombinationen von  $\lambda_g$ ,  $\lambda_q$  und  $\lambda_Q$  massgebend wird, entfallen jegliche Regimegrenzen, und diese einzelne Fliessfläche entspricht gerade der resultierenden Fliessfläche.

In Bild 3.44(b) werden die zu berücksichtigenden Belastungen mit der Fliessfläche verglichen. Daraus werden signifikante Punkte ersichtlich. Punkt G entspricht dem Belastungszustand infolge Dauerlasten auf Gebrauchsniveau. Der Bereich GDEF beschreibt sämtliche denkbaren Belastungszustände im Gebrauchszustand. Die Anwendung der Lastfaktoren  $\gamma_G$ ,  $\gamma_Q$  und  $\psi$  sowie des Widerstandsbeiwertes  $\gamma_R$  [60] führen zum Punkt G\* und zum Bereich G\*LMN, die dem nominellen Bruchzustand unter Dauer- respektive Dauer- und Nutzlasten entsprechen. Alle zu berücksichtigenden Lastkombinationen lassen sich somit mit beliebiger Grösse der Lastfaktoren und des Widerstandsbeiwertes im Quader GHIKG\*LMN zusammenfassen. Dieser Quader liegt innerhalb eines Würfels der Seitenlänge 1, dessen eine Ecke mit dem Ursprung O zusammenfällt und dessen Ecke M dem Zustand der nominell grössten Belastungsintensität entspricht.

Liegt der Punkt M mit  $\lambda_g = \lambda_q = \lambda_Q = 1$  innerhalb der Fliessfläche, so liegt keine Verletzung der Fliessgrenzen vor. Zur Bestimmung der vorhandenen rechnerischen Tragreserve werden in Gedanken die Lastanteile kontinuierlich gesteigert, bis der Eckpunkt M des Würfels auf die Fliessfläche trifft. Die Kantenlänge dieses Würfels liefert ein Mass für die vorhandene Tragreserve. Im vorliegenden Fall liegt ein Traglastdefizit vor, da der Punkt M ausserhalb der Fliessfläche liegt. Die Punkte P, Q und R beschreiben diejenigen Belastungszustände, bei welchen je zwei Lastparameter gerade den Wert 1 erreichen, währenddem der dritte Lastparameter so gross gewählt wird, dass der untersuchte



**Bild 3.44** – Approximative Fließflächen im Belastungsraum: (a) Fließregimes; (b) Vergleich mit nominellen Bruchbelastungen.

Punkt gerade auf die Fließfläche zu liegen kommt. Eine lineare Interaktion zwischen diesen drei Punkten führt zur Ebenengleichung

$$a\lambda_G + b\lambda_q + c\lambda_Q = 1 \quad (3.135)$$

Bei gleicher Beteiligung der einzelnen Lastparameter am Traglastdefizit ergibt sich für dasselbe

$$\Delta\lambda = \frac{1 - a - b - c}{a + b + c} \quad (3.136)$$

### 3.8.2 Einfluss von Zwangbeanspruchungen

Zwängungen haben grundsätzlich keinen Einfluss auf die Grösse der Traglast, solange ein Tragwerk eine ausreichende Duktilität in den Zonen plastischer Verformungen aufweist. Im Falle von mehrparametrischen Belastungszuständen verliert dieser Grundsatz seine Gültigkeit nicht. Hingegen bietet sich in diesem Zusammenhang die Gelegenheit zu einigen grundsätzlichen Überlegungen zu Zwängungen, was im folgenden anhand eines Zweifeldträgers näher beschrieben wird.

Bild 3.45(a) zeigt einen Zweifeldträger mit einer linear elastisch-ideal plastischen Momenten-Krümmungsbeziehung. Die Biege widerstände im Feld und über der Stütze betragen  $M_y$  respektive  $\mu M_y$ . Der Biege widerstand im Feld wird als konstant vorausgesetzt. Die Zwangsschnittgrösse  $M_r$  entspreche einem Biegemoment  $\nu M_y$  über der Stütze. Der Träger wird symmetrisch wahlweise einer Einzellast  $Q$  oder einer gleichmässig verteilten Linienlast  $q$  unterworfen.

Die Bilder 3.45(b) und (c) zeigen Verteilungen von Momentenschnittgrössen unter der Einzellast  $Q$  ohne und mit Berücksichtigung einer Zwangsschnittgrösse. Die Fließlasten  $Q_y$  über der Stütze und im Feld werden beschrieben mit

$$Q_{y,s} = \frac{2M_y}{L} \cdot \frac{\mu + \nu}{\xi(1 - \xi^2)} \quad , \quad Q_{y,f} = \frac{2M_y}{L} \cdot \frac{1 - \nu\xi}{\xi(2 + \xi)(1 - \xi)^2} \quad (3.137)$$

währenddem sich die Biegetraglast in Abhängigkeit von  $\xi$  mit der Beziehung

$$Q_u = \frac{M_y}{L} \cdot \frac{1 + \mu\xi}{\xi(1 - \xi)} \quad (3.138)$$

beschreiben lässt. Das Minimum von (3.138) wird für  $\xi_u = (\sqrt{1 + \mu} - 1)/\mu$  erreicht und beträgt

$$Q_{u,\min} = \frac{M_y}{L} \cdot \left( \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu} - 1} \right)^2 \quad (3.139)$$

Bild 3.46(a) verdeutlicht den Zusammenhang zwischen (3.137) und (3.138) für  $\mu = 1.5$ . Je nach Grösse des Parameters  $\nu$  sind die Unterschiede der Fliesslaster und damit die erforderlichen Umlagerungen  $\beta_Q = 1 - Q_y/Q_u$  gemäss Bild 3.46(b) beträchtlich. Gleichzeitiges Fliesen über der Stütze und im Feld hat keine plastischen Umlagerungen zur Folge und lässt sich mit der Grösse  $\xi_y$  durch Gleichsetzen von (3.137)<sub>1</sub> und (3.137)<sub>2</sub> beschreiben mit

$$\xi_y = \frac{\sqrt{1 + \mu(9\mu + 8\nu - 2)} - 1 - \mu}{2\mu} \quad (3.140)$$

(3.140) ist in Bild 3.46(c) ausgewertet und verdeutlicht wiederum, dass die Grösse der Zwangsschnittgrössen einen beträchtlichen Einfluss auf den Ort der ersten Fliesslagerung ausübt. Die erforderlichen plastischen Gelenkwinkel  $\Theta_p$  ergeben sich zu

$$\Theta_{p,s} = \frac{M_y L}{3EI} \cdot [(1 + \xi)(1 + \mu\xi) - 2(\mu + \nu)] \quad , \quad \bar{\Theta}_{p,s} = \frac{EI}{M_y L} \cdot \Theta_{p,s} \quad (3.141)$$

$$\Theta_{p,f} = \frac{M_y L}{6EI} \cdot \frac{(1 + \xi)(1 + \mu\xi) - 2(\mu + \nu)}{\xi} \quad , \quad \bar{\Theta}_{p,f} = \frac{EI}{M_y L} \cdot \Theta_{p,f} \quad (3.142)$$

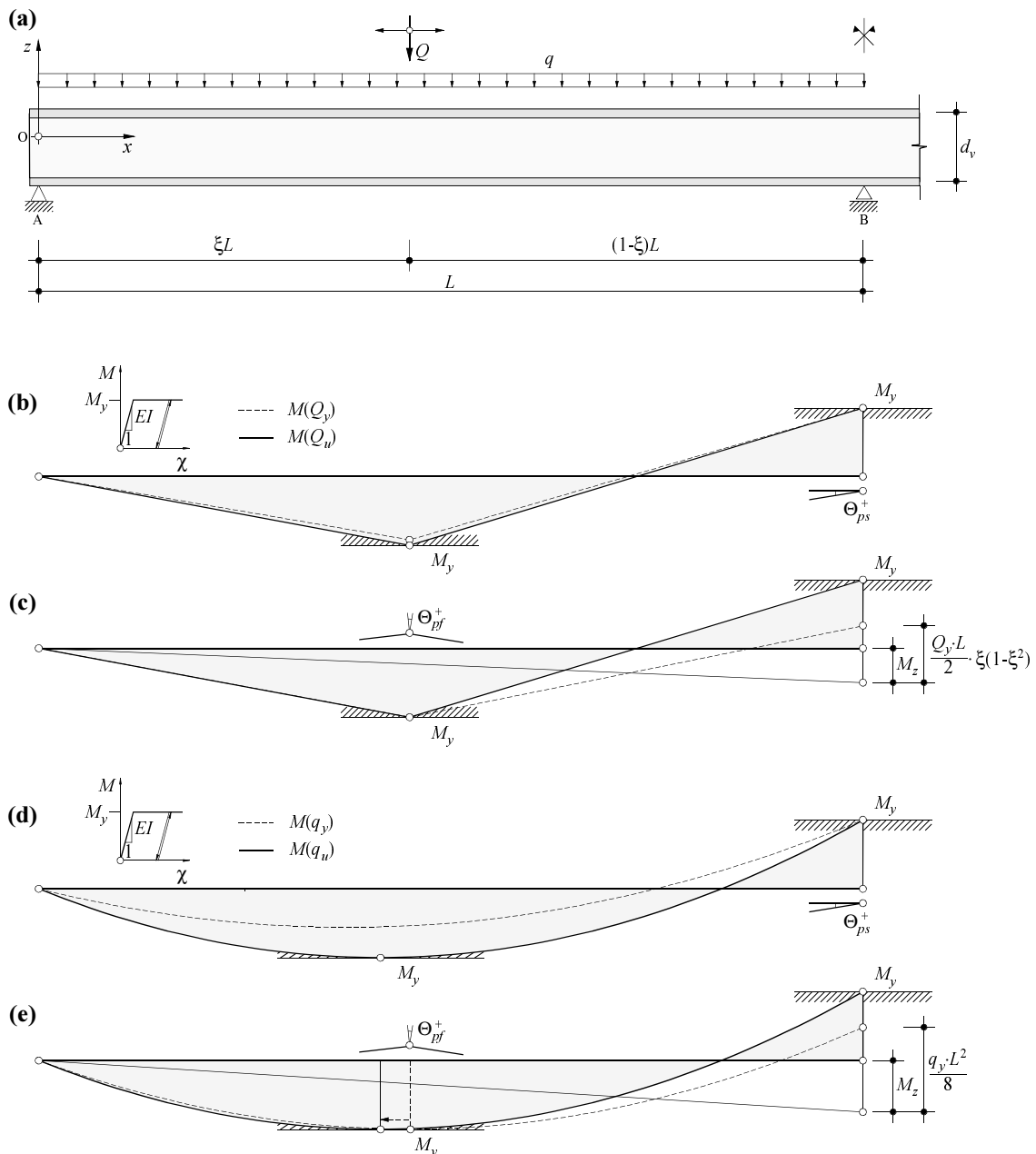
Der Übergang zwischen (3.141) und (3.142) ist durch (3.140) definiert.

Bei gleichmässig verteilter Linienlast gemäss den Bildern 3.45(d) und (e) liegen etwas andere Verhältnisse vor. Die Traglast  $q_u$  ist unabhängig von  $\xi$ . Da die Arbeitsanteile bei der Bestimmung der Biegetraglast sowohl für die verteilte Linienlast  $q$  als auch für die Einzellast  $Q$  je konstant sind, folgt für die Linientraglast direkt aus (3.139)

$$q_u = \frac{2M_y}{L^2} \cdot \left( \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu} - 1} \right)^2 \quad (3.143)$$

Die Fliesslaster  $q_y$  über der Stütze und im Feld wird beschrieben mit





**Bild 3.45** – Zweifeldträger ohne und mit Zwangbeanspruchung: (a) Geometrie und Belastung; (b), (c) Biegemomentenverteilung bei Fließbeginn und beim Erreichen der Traglast unter Einzellast  $Q$  sowie (d), (e) unter verteilter Linienlast  $q$ .

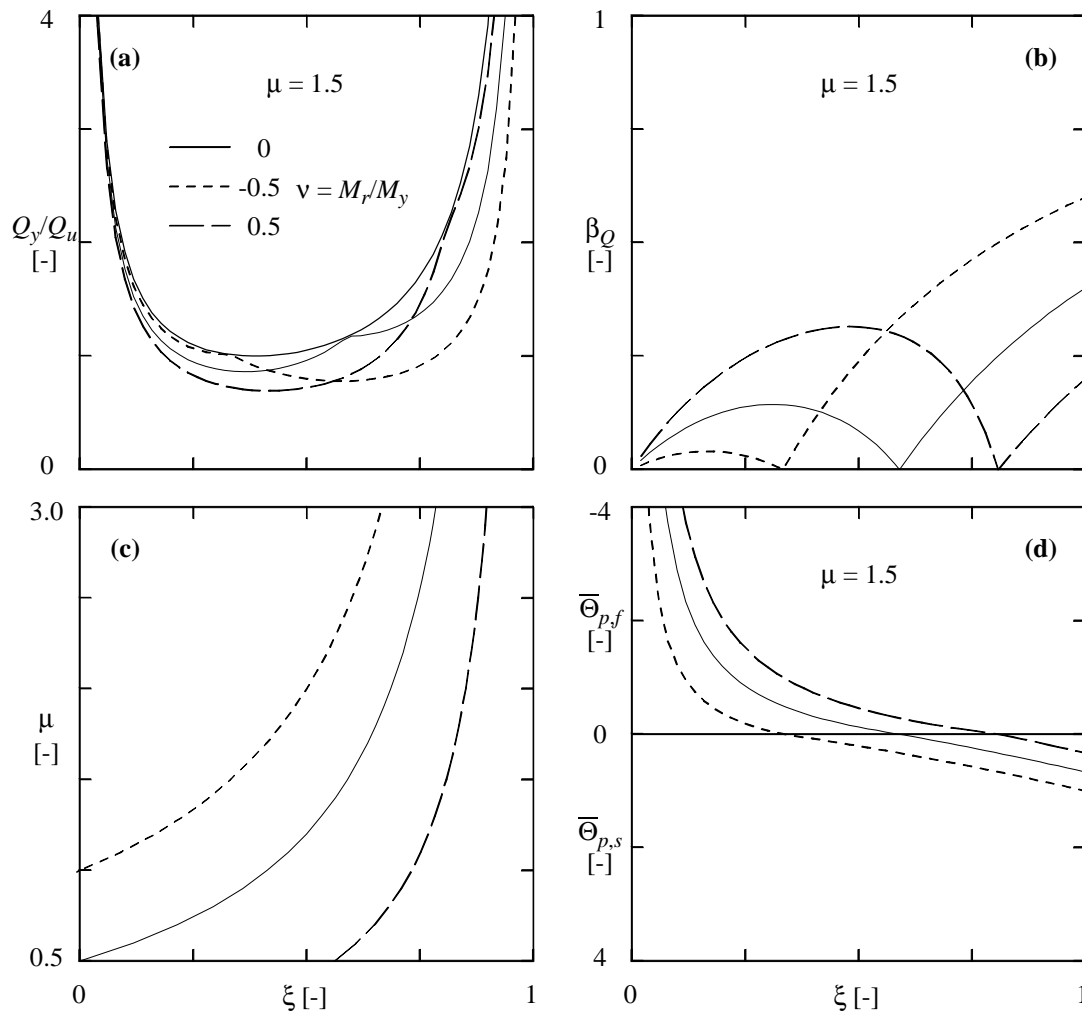
$$q_{y,s} = \frac{8M_y}{L^2} \cdot (\mu + \nu) \quad , \quad q_{y,f} = \frac{8M_y}{9L^2} \cdot (8 - 3\nu + 4\sqrt{4 - 3\nu}) \quad (3.144)$$

In Bild 3.47(a) ist für  $\mu = 1.5$  der Zusammenhang zwischen der Grösse der Einzeltraglast  $Q_u(\xi)$  und den Fließlasten gemäss (3.144) festgehalten. Es fällt auf, dass mit den vorgegebenen Widerständen nur mit beträchtlicher positiver Zwangbeanspruchung über der Stütze überhaupt ein erstes Fließgelenk im Feld zu erwarten ist. In Analogie zur

Belastung mit der Einzellast sind in den Bildern 3.47(b) und (d) die erforderlichen Umlagerungen  $\beta_q = 1 - q_y/q_u$  und Rotationswinkel in Abhängigkeit des Widerstandes über dem Zwischenaufleger aufgetragen. Die Schnittpunkte mit der  $\mu$ -Achse legen diejenigen Konfigurationen fest, bei welchen unter gegebener Zwangsbeanspruchung keine plastischen Umlagerungen nötig sind. Die Lage der ersten Fließgelenke im Feld wird durch die Beziehung

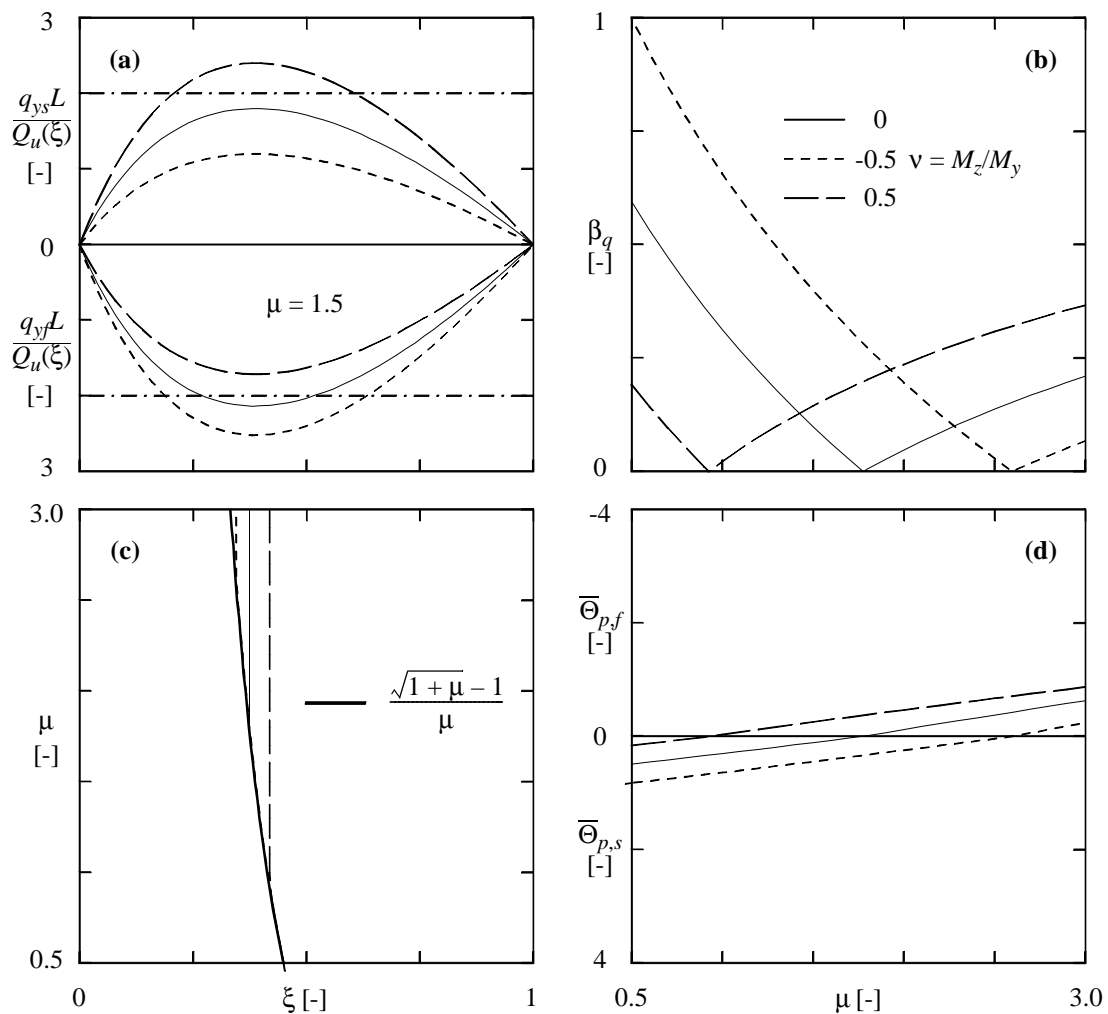
$$\xi_y = \frac{3}{2} \cdot \frac{2 + \sqrt{4 - 3\nu}}{8 - 3\nu + 4\sqrt{4 - 3\nu}} \quad (3.145)$$

beschrieben. Diese Lage muss nicht unbedingt mit der definitiven Lage der Fließgelenke im Bruchzustand übereinstimmen, da die Lage des Fließgelenkes durch die vorhandenen Widerstände eindeutig definiert ist. Wie bei der Einzellast wird die minimale



**Bild 3.46** – Zweifeldträger unter symmetrischer Einzellast  $Q$ : (a) Fließ- und Traglast; (b) erforderliche Umlagerungen; (c) Lage des Biegegelenkes im Feld bei gleichzeitigem Fließen im Feld und über der Stütze; (d) erforderliche plastische Gelenkwinkel  $\Theta_p$ .

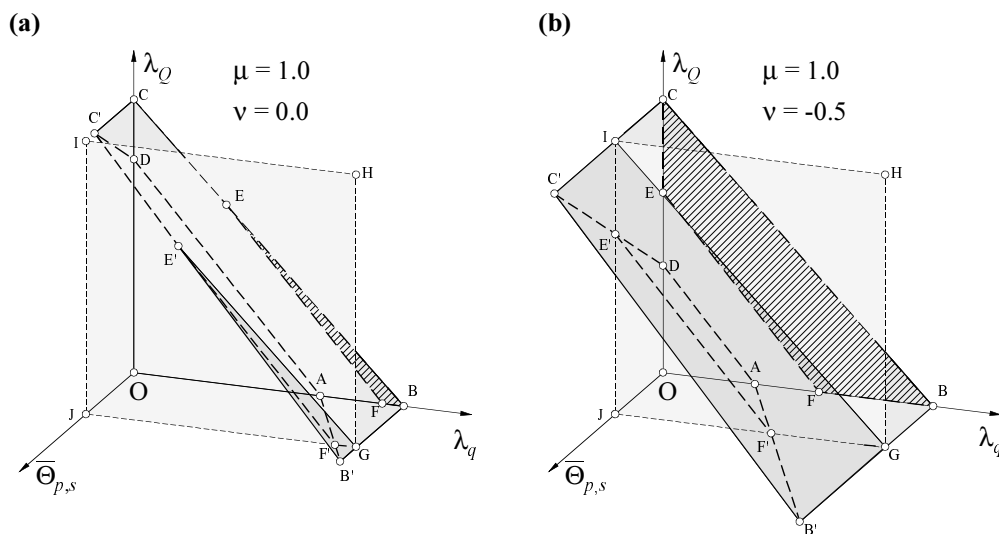
Traglast für  $\xi_u = (\sqrt{1 + \mu} - 1)/\mu$  erreicht. (3.145) stimmt nur für bestimmte Werte von  $\nu$  mit  $\xi_u$  überein. Dies bedeutet, dass nach dem Überschreiten der Fließlast eine Verlagerung der Gelenklage in Richtung  $\xi_u$  nötig wird. Dieser Umstand lässt sich einfach nachvollziehen. Wird nach dem Überschreiten der Fließlast an der Stelle  $\xi_y L$  ein Biege-gelenk eingeführt und das nun statisch bestimmte System sukzessive weiterbelastet, treten in diesem Gelenk Querkraftübertragungen auf. Dies bedeutet, dass sich der Querkraftnullpunkt aus der Gesamtbelastung und damit der Ort der maximalen Biegebeanspruchung verschiebt. In Bild 3.47(c) ist die Veränderung der Gelenklage in Abhängigkeit unterschiedlicher Zwangbeanspruchungen und Widerstandsverteilungen festgehalten. Die dick ausgezogene Kurve legt die Gelenklage beim Erreichen der Traglast fest. Die vertikalen Linien beschreiben für unterschiedliche Grössen der Zwangbeanspruchung die Gelenklage bei Fließbeginn im Feld. Die erforderliche Verlagerung des plastischen Gelenkes im Feld wächst mit zunehmendem Widerstand und positiver



**Bild 3.47** – Zweifeldträger unter symmetrischer Linienlast  $q$ : (a) Fließlast; (b) erforderliche Umlagerungen; (c) Verschiebung der Lage des Biegegelenkes im Feld bis zum Erreichen der Traglast; (d) erforderliche plastische Gelenkwinkel  $\Theta_p$ .

Zwangbeanspruchung über dem Zwischenaufleger. Sie erreicht im Maximum gut 10% der Spannweite. Die Schnittpunkte zwischen den einzelnen vertikalen Linien und der dick ausgezogenen Linie legen ihrerseits fest, bei welchen Werten von  $\mu$  überhaupt ein erstes Fließgelenk im Feld auftritt.

Die Idee für eine nach Belastungsanteilen getrennte Untersuchung der Umlagerungen  $\beta$  und des daraus resultierenden plastischen Verformungsbedarfs  $\Theta_p$  ist folgende: In Analogie zur Darstellung approximativer Fließflächen im Belastungsraum lassen sich approximative Verformungsbedarfsfiguren bestimmen, welche für frei zu bestimmende Werte von  $\mu$  und  $\nu$  und unter einer gegebenen Belastungskonfiguration  $\lambda_q$  und  $\lambda_Q$  den Verformungsbedarf definieren. Als dritte Koordinatenachse dient der zu einer spezifischen Belastung gehörende plastische Verdrehungswinkel  $\Theta_p$ . Da die Zwangbeanspruchungen bei der Ermittlung der Traglast keine Rolle spielen, jedoch für den Verformungsbedarf von grosser Wichtigkeit sind, sollten die Einflüsse der Zwangbeanspruchungen (insbesondere jene aus dem Lastfall Vorspannung, vgl. Kapitel 2.3) berücksichtigt werden. Bild 3.48 zeigt Verformungsbedarfsfiguren. Das Verformungsvermögen des untersuchten Tragwerks wird auf einen bestimmten Wert limitiert, der durch die Ebene GHIJ definiert wird. Bis zum ersten Fließgelenk (Linie AD) – in diesem Fall über der Stütze – finden keine plastischen Verformungen statt, d.h. die Last- und Verformungsbildpunkte liegen in der  $\lambda_q$ - $\lambda_Q$ -Ebene. Bei Laststeigerung sind den Lastbildpunkten plastische Verdrehungswinkel  $\Theta_{p,s}$  zugeordnet. Sobald diese Verdrehungswinkel das Verformungsvermögen der Zone plastischer Verformung überschreiten, versagt das Tragwerk, noch bevor die rechnerische Traglast erreicht wurde. Die Projektion der Bereiche B'E'F' respektive B'C'E'F' in Bild 3.48 auf die  $\lambda_q$ - $\lambda_Q$ -Ebene definiert diejenigen Belastungskombinationen für welche unter der angenommenen Zwangbeanspruchung und bei beschränktem Verformungsvermögen die rechnerische



**Bild 3.48** – Verformungsbedarf eines Zweifeldträgers unter mehrparametrischer Belastung: (a) und (b) approximative Verformungsbedarfsfiguren für  $\xi_Q = 0.6$  bei unterschiedlicher Zwangbeanspruchung.

Traglast nicht erreicht werden kann. Wie man sieht, können günstig wirkende Zwangbeanspruchungen die bis zum Erreichen der Traglast notwendigen Verformungen beträchtlich reduzieren. Auf diese Weise kann die Gefahr eines frühzeitigen Versagens wegen eines ungenügenden Verformungsvermögens vermindert werden, und kritische Belastungskonfigurationen mit grossem Verformungsbedarf lassen sich mit ausreichender Genauigkeit erfassen.

# 4 Vorgehen bei rechnerischen Überprüfungen

## 4.1 Einleitung

Im Hinblick auf die Erhaltung von Bauwerken hat der SIA vor kurzer Zeit die Norm SIA 469 [62] und die Empfehlung SIA 162/5 [63] erlassen. Diese Dokumente behandeln neben den zur Verständigung notwendigen Begriffen die im Zusammenhang mit der Erhaltung anfallenden Arbeiten und ihre gegenseitigen Abhängigkeiten. In Ergänzung dazu regelt eine Richtlinie des Bundesamts für Strassenbau [2] die Überwachung und den Unterhalt der Kunstbauten von Nationalstrassen. Im Gegensatz zur Norm SIA 469, welche die Erhaltung beliebiger Tragwerke behandelt, nimmt die Empfehlung SIA 162/5 auf die Besonderheiten der Erhaltung von Betontragwerken Rücksicht. Da sich die vorliegende Arbeit auf Betontragwerke beschränkt, wird auf einen Vergleich zwischen [62] und [63] verzichtet. Die Äusserungen in den folgenden Kapiteln orientieren sich ausschliesslich an der Empfehlung SIA 162/5.

Die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Betonbauten stellt gemessen an der Vielfalt der parallel oder seriell ablaufenden Tätigkeiten im Rahmen der Erhaltung von Betontragwerken bloss einen Teilaspekt dar. Sie fällt unter den Oberbegriff der Überprüfung und ist in der Rubrik der Zustandsbeurteilung eingeordnet. Diese Einbettung in ein Gesamtkonzept dient der Übersichtlichkeit und einem strukturierten Vorgehen und vermeidet Doppelspurigkeiten in den Arbeiten. Insbesondere hat sich bewährt, für jede Stufe der Überprüfungsarbeiten neben der Zustandserfassung und der Zustandsbeurteilung eine Massnahmenempfehlung zuhanden des Werkeigentümers auszufertigen. Auf diese Weise sind die an der Erhaltung von Betontragwerken beteiligten Fachleute angehalten, nach einem klar definierten Programm vorzugehen.

Die Erfahrung der vergangenen Jahren hat gezeigt, dass die Aufwendungen zur Überprüfung bestehender Betontragwerke gemessen an den gewonnenen Erkenntnissen oft kaum gerechtfertigt sind. Insbesondere kann der Aufwand an rechnerischen Überprüfungen in dieselbe Grössenordnung zu liegen kommen wie bei Neubauten. In diesem Sinne sollen die folgenden Anregungen als ökonomisch orientierte Vorschläge bei der Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten verstanden werden. Sie beschränken sich auf statische Aspekte und decken somit nur einen – wenn auch sehr wichtigen – Teilaspekt bei der Überprüfung bestehender Betonbauten ab.

Die Massnahmenempfehlung schafft die Grundlage für den Grundsatzentscheid des Werkeigentümers über das weitere Vorgehen. Deshalb ist die Massnahmenempfehlung

immer als ein Produkt sämtlicher darin einflussender Aspekte der Zustandserfassung und der Zustandsbeurteilung zu betrachten. Der getroffene Grundsatzentscheid seitens des Werkeigentümers mündet in die Massnahmenplanung, die ihrerseits von der gewählten Erhaltungsstrategie abhängt. Verschiedene sinnvolle Erhaltungsvarianten führen über Vergleich und Optimierung zu einem Erhaltungskonzept, welches das grundsätzliche Vorgehen bei der Erhaltung von Einzeltragwerken oder einer Gruppe von Tragwerken während einer vorgeschriebenen Zeit festlegt.

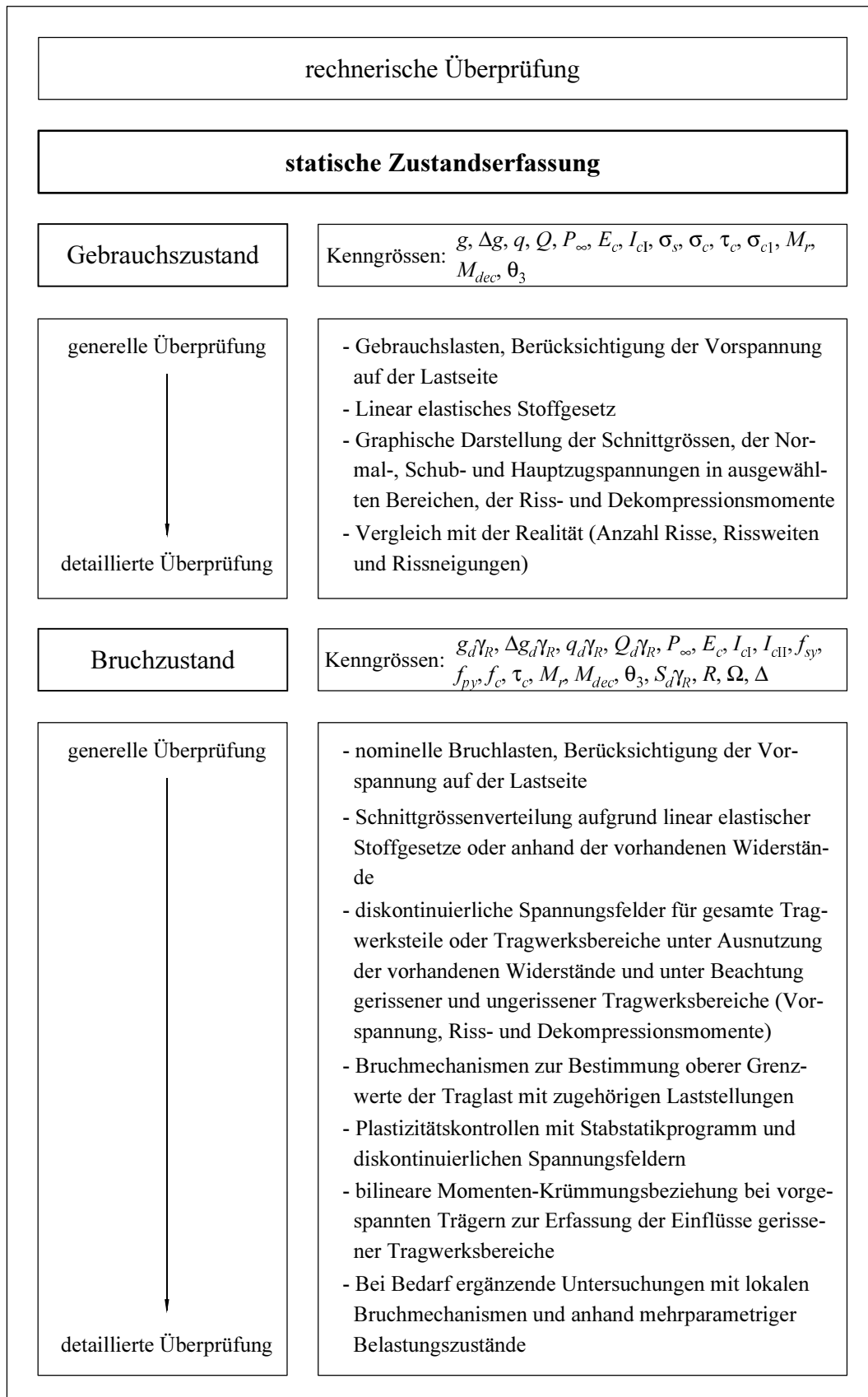
Im folgenden wird versucht, die rein statischen Aspekte aus dem Gesamtrahmen der Überprüfung bestehender Betonbauten herauszulösen. Vorschläge für durchzuführende rechnerische Überprüfungen und ein daraus abgeleiteter Kriterienkatalog ermöglichen eine sinnvolle Qualifikation und Klassifikation der Tragwerke oder einzelner Tragwerksteile. Die Resultate dieser rein statischen Klassifikation ergänzen die Ergebnisse der nicht-statischen Zustandserfassung (festgestellte Mängel, Schäden und Schädigungsmechanismen) zu einer gesamthaften Zustandsbeurteilung und münden in die zuvor umschriebene Massnahmenempfehlung.

## 4.2 Statische Zustandserfassung

Überprüfungen im Sinne der Empfehlung SIA 162/5 umfassen eine Zustandserfassung, eine Zustandsbeurteilung und eine Massnahmenempfehlung zuhanden des Werkeigentümers. Sie werden insbesondere dann angeordnet, wenn während Überwachungsarbeiten Mängel oder Schäden entdeckt werden, wenn Nutzungsänderungen vorgesehen sind, wenn aussergewöhnliche Einwirkungen aufgetreten sind oder wenn Eingriffe am Bauwerk bevorstehen.

Überprüfungen an Betontragwerken haben zum Ziel, deren vergangenen und zukünftigen Zustand mit geringem Aufwand zu verifizieren. Es leuchtet ein, dass dieses Ziel nur durch ein stufenweises Vorgehen erreicht werden kann. Es wäre unangebracht, Überprüfungsarbeiten für alle Betontragwerke in der gleichen Ausführlichkeit durchzuführen. Vielmehr ist es sinnvoll, mit möglichst einfachen Überlegungen und Untersuchungen die Bauwerke zu klassifizieren und solche auszuschneiden, bei denen genauere Nachforschungen angestellt werden müssen. Aus diesem Grunde wird zwischen genereller und detaillierter Überprüfung unterschieden. Im folgenden wird versucht, einen gangbaren Weg zur statischen Klassifizierung von Betonbauten aufzuzeigen, stehen doch bauliche Massnahmen im Rahmen der Erhaltung meist in direktem Zusammenhang mit mangelnder Tragbarkeit, Veränderungen der Nutzung oder veränderten Nutzungsanforderungen.

Bild 4.1 fasst die wichtigsten Untersuchungen im Zusammenhang mit der rechnerischen Überprüfung bestehender Betonbauten zusammen. Dabei besteht kein Anspruch auf Vollständigkeit. Die erforderlichen rechnerischen Überprüfungen stehen immer im Kontext einer diskursiven Auseinandersetzung zwischen Ingenieur und Werkeigentümer.



**Bild 4.1** – Mögliches Vorgehen bei der statischen Zustandserfassung bestehender Stahlbetonbauten.



In jedem Falle ist es angebracht, von ausführlichen Berechnungen abzusehen, solange kein Anlass dazu besteht. Vielmehr soll der Grundlagenbeschaffung und dem Aufarbeiten aktualisierter Informationen Aufmerksamkeit geschenkt werden. Für die statischen Überprüfungen selber empfiehlt sich, einige wenige nach bestem Ingenieurverstand gewählte Gefährdungsbilder und damit verbundene Laststellungen zu untersuchen. Qualitative Einflusslinien sind hierfür ein dienliches Hilfsmittel. Der "genaue" Verlauf der Einflusslinien bei statisch unbestimmten Systemen muss nicht zwingend ermittelt werden, da er genauso wie die Schnittgrößen von den zugrundegelegten Stoffgesetzen abhängig ist und somit im Bruchzustand keine Bedeutung mehr hat. Zudem sind Einflusslinien im Bruchzustand nicht relevant. Sämtliche an wesentlichen Tragfunktionen beteiligten Tragwerksteile sollen rechnerisch überprüft werden. Es empfiehlt sich jedoch, verfeinerte Überprüfungen nur für diejenigen Tragwerksteile anzustellen, wo sich dies aufgrund einfacher Berechnungen als erforderlich nachweisen lässt.

Für ausgewählte Einwirkungskombinationen und Laststellungen soll der Kräftefluss verfolgt werden. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass im Gegensatz zur Verwendung von Grenzwertlinien von Gleichgewichtszuständen ausgegangen wird, die in jedem Tragwerksteil ihre Gültigkeit haben. Zudem sind die Unterschiede zwischen Extremalwerten der Schnittgrößen der frei gewählten Einwirkungskombinationen und den Werten der "genauen" Grenzwertlinien nur von marginaler Grösse, so dass letztlich die Aussagekraft der Beurteilung der Tragsicherheit nicht unter diesen vereinfachenden Annahmen leidet.

Grundsätzlich ist bei der Ermittlung der Einwirkungen von der heute gültigen Norm [58] auszugehen. Die Auswirkungen der Normenwechsel auf die Grösse der zu berücksichtigenden Einwirkungen sind bereits in Kapitel 2.4 sowie in [48] und [51] eingehend behandelt worden. Der Ingenieur sollte zumindest den prozentual zu erwartenden Verlust oder Gewinn an Tragsicherheit, wie er aus dem Normenwechsel resultiert, näherungsweise kennen. Auf diese Weise können von der vorgesehenen Belastungsintensität unausgenutzte Tragreserven eruiert werden, noch bevor die Tragwiderstände genauer untersucht zu werden brauchen.

Eine Anwendung der Richtlinie SIA 462 [61] erlaubt die Reduktion des Lastfaktors für Eigenlasten  $\gamma_G$ . Sie setzt jedoch ausdrücklich voraus, dass am Tragwerk ergänzende Sicherheitsmassnahmen anzuordnen sind, die objektspezifisch definiert werden müssen. Ein so reduzierter Lastfaktor  $\gamma_{G,red}$  erbringt z.B. bei Brücken grosser Spannweite und Breite einen beträchtlichen Gewinn an rechnerischer Tragsicherheit, da die Eigenlasten einen grossen Teil der Gesamtbelastung darstellen. Das Kalibrieren von Lastfaktoren stellt aber nur dann einen Gewinn dar, wenn die zur Ermittlung des Tragwiderstands angesetzten Modelle in gleicher Weise überarbeitet oder hinterfragt werden. Etwas überspitzt formuliert können noch so gründliche Untersuchungen auf dem Gebiet der Kalibrierung von Lastfaktoren nicht für sich in Anspruch nehmen, "bessere" oder "genauere" Aussagen über die Tragsicherheit zu machen, wenn die zur Beurteilung der Tragsicherheit verwendeten Widerstandsmodelle selbst zu allgemein gewählt werden.

Die rechnerischen Überprüfungen sollen in aller Regel das Tragverhalten des Tragwerks im Gebrauchs- und im Bruchzustand umfassen. Für die Untersuchung des Gebrauchs Zustands ist es angebracht, von linear elastischen Stoffgesetzen auszugehen. Ebenfalls ist die Wirkung der Vorspannung als äussere Einwirkung zu berücksichtigen, vgl. Kapitel 2.3.2. Im Falle von schlaff bewehrten Tragwerken werden üblicherweise die Risschnittgrössen überschritten, so dass für die Ermittlung der Spannungen  $\sigma_c$  im Beton und  $\sigma_s$  in der Bewehrung am gerissenen Querschnitt erfolgen sollen. Letztlich hat jedoch die Tragsicherheit bestehender Betonbauten nur am Rande mit dem Tragverhalten im Gebrauchs Zustand zu tun, so dass das Hauptaugenmerk der rechnerischen Überprüfungen auf die Untersuchung des Tragverhaltens im Bruchzustand gelegt werden sollte.

Im Bruchzustand empfiehlt es sich, in Absprache mit den beteiligten Fachleuten sämtliche Lasten und Schnittgrössen auf einem einheitlichen "Niveau" zu fixieren. Eine Berücksichtigung sämtlicher Faktoren ( $\gamma_G$ ,  $\gamma_Q$ ,  $\Psi$ ,  $\gamma_R$ ) auf der Einwirkungsseite hat den Vorteil, dass bei den wenigen zu untersuchenden Laststellungen und Einwirkungskombinationen das unübersichtliche Jonglieren mit Faktoren entfällt. Zudem liegen die berechneten unteren und oberen Grenzwerte der Traglast auf demselben Niveau und sind somit direkt miteinander vergleichbar. Aus Gründen eines besseren Verständnisses des Kräfteflusses wird die Berücksichtigung der Vorspannung als äussere Belastung empfohlen. Von besonderem Interesse sind die Belastungsintensitäten, bei welchen der Querschnitt das erste Mal reisst oder dekomprimiert. Die zu untersuchenden Laststellungen und Einwirkungskombinationen sollen mit einem das ganze Tragwerk umfassenden Gleichgewichtszustand erfasst werden.

Bei detaillierten Untersuchungen sind für den geringsten oberen Grenzwert der Traglast Plastizitätskontrollen durchzuführen. Solche Plastizitätskontrollen sind oft mit beträchtlichem Aufwand verbunden. Hingegen sind sie bei sachgemässer Anwendung sehr nützlich. Kann für den untersuchten Mechanismus ein statisch zulässiges Spannungsfeld angegeben werden, erhält man eine exakte Lösung nach Plastizitätstheorie, vgl. Kapitel 2.2.3. Wird an gewissen Stellen die Fließgrenze überschritten, liefert die Plastizitätskontrolle den Hinweis auf einen anderen Versagensmechanismus oder auf eine kinematische Inkompatibilität. Bei komplizierten Systemen kann für die Plastizitätskontrolle ein Stabstatikprogramm gute Dienste leisten. Zu diesem Zweck führt man neben der berechneten Traglast in sämtlichen plastischen Gelenken des Mechanismus die an der Dissipation beteiligten Tragwiderstände als äussere Kräfte ein und blockiert eines dieser Gelenke, um das System innerlich und/oder äusserlich statisch bestimmt zu machen. Die Lösung der Gleichgewichtsbedingungen führt zu Lagerkräften und einer Schnittgrössenverteilung, die unabhängig von den Steifigkeitsverhältnissen sind. Anschliessend lässt sich mit einem diskontinuierlichen Spannungsfeld dessen Stabilität überprüfen, vgl. Kapitel 2.2.3.

Zusätzlich können verfeinerte Mechanismusberechnungen oder die Untersuchung mehrparametrischer Belastungszustände die Grenzwerte der Traglast in gewissen Grenzen korrigieren, vgl. Kapitel 3.7.6 und 3.8. Solche Berechnungen sind stets anspruchsvoll und bleiben sicher ausgewiesenen Fachleuten vorbehalten. Der Aufwand solcher Untersu-

chungen ist jedoch dann gerechtfertigt, wenn aufwendige bauliche Erhaltungsmaßnahmen direkt von den Resultaten solcher Berechnungen abhängen.

### 4.3 Statische Zustandsbeurteilung

Die Zustandsbeurteilung umfasst eine zusammenfassende Analyse und Bewertung der Informationen über den aktuellen Zustand und die bisherige Zustandsentwicklung und stellt Voraussagen über die weitere Zustandsentwicklung und deren Konsequenzen im Laufe einer vorgeschriebenen Zeit. Marti schlug vor [64], die Zustandsbeurteilung anhand von fünf Zustandsklassen vorzunehmen. Dieses Vorgehen ist insbesondere dann sinnvoll, wenn für eine Reihe vergleichbarer Bauwerke dieselben Massstäbe angewendet werden sollen. Die Zustandsklassen werden aufgrund verschiedenster Kriterien charakterisiert. Im folgenden soll nun versucht werden, die in Kapitel 3 vorgeschlagenen Hilfsmittel zur rechnerischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten zu quantifizieren, um eine mit den Zustandsklassen vergleichbare, aber nach rein statischen Gesichtspunkten orientierte Klassifizierung der Betontragwerke zu ermöglichen.

Zur Erlangung möglichst zuverlässiger Entscheidungsgrundlagen zuhanden des Werkgebers stehen die rechnerischen Untersuchungen oft im Mittelpunkt des Interesses, da sie quantifizierbar und somit greifbar sind. Bild 4.2 zeigt einen möglichen Fragenkatalog, nach welchem ein Tragwerk einer statischen Zustandsbeurteilung unterworfen werden sollte. Analog zu Bild 4.1 wird zwischen Gebrauchs- und Bruchzustand unterschieden. Die Fragen von Bild 4.2 können üblicherweise mit den in Bild 4.1 vorgeschlagenen rechnerischen Untersuchungen beantwortet werden. Auf diese Weise kann für jedes Tragwerk oder dessen Teile nach demselben Schema ein "Steckbrief" erstellt werden, in welchem nicht nur die Grunddaten, sondern auch die statischen Aspekte auf einer breiteren Basis als nur nach der Norm für Betonneubauten [60] Eingang finden. Der "Steckbrief" erlaubt dem Ingenieur, das Tragwerk nach rein statischen Überlegungen beispielsweise gemäss Tabelle 4.1 zu klassifizieren. Die Gesamtbeurteilung des Tragwerks berücksichtigt neben den Daten der statischen Überprüfung auch die am Objekt visuell festgestellten Mängel und Schäden.

Die Tragsicherheitsklassen gemäss Tabelle 4.1 versuchen, die statische Qualität des untersuchten Tragwerks oder Tragwerksteils zu beschreiben. Währenddem für die Tragsicherheitsklasse 1 über einen längeren Zeitraum keine baulichen Massnahmen erforderlich sind, kann mit Tragwerken der Tragsicherheitsklasse 2 noch über einen begrenzten Zeitraum gelebt werden. Tragwerke der Tragsicherheitsklasse 3 erfordern ein sofortiges Handeln. Die Übergänge zwischen den einzelnen Klassen sind selbstverständlich fließend.



**Bild 4.2** – Fragenkatalog zur statischen Zustandsbeurteilung bestehender Stahlbetonbauten.

$\lambda = \frac{f}{\sigma_d \gamma_R}$	Tragsicherheitsklassen		
	1	2	3
Statischer Gesamteindruck Gebrauchszustand	sehr gut bis gut	genügend	ungenügend bis mangelhaft
vorgespannte Tragwerke: Hauptzugspannungen $\sigma_{c1}$ am homogenen Betonquerschnitt $f_{ct}$ gemäss (2.5) [67]	$\frac{f_{ct}}{\sigma_{c1}} \geq 1$	$1 > \frac{f_{ct}}{\sigma_{c1}} \geq 0.9$	$0.9 > \frac{f_{ct}}{\sigma_{c1}}$
Biegung $M$ [60] $f_c = 0.65 \cdot f_{cw,min}$	$\lambda \geq 1$	$1 > \lambda \geq 0.8$	$0.8 > \lambda$
Querkraft $V$ [60] $f_c = f_{c,red}$	$\lambda \geq 0.8$	$0.8 > \lambda \geq 0.6$	$0.6 > \lambda$
Zonen mit mangelndem Widerstand zur Gewährleistung des Kräfteflusses im Bruchzustand	keine	einzelne	einige bis zahlreiche
mangelhafte konstruktive Details (Krafteinleitungen, Kraftumlenkungen, Aufhängebewehrung, Spannkraftverankerungen, Bewehrungsverankerung)	keine bis wenige	wenige	einige bis zahlreiche
diskontinuierliches Spannungsfeld $f_c$ gemäss (2.12) [67]	$\lambda \geq 0.9$	$0.9 > \lambda \geq 0.7$	$0.7 > \lambda$
diskontinuierliches Spannungsfeld $f_c$ gemäss (2.11) [39]	$\lambda \geq 1$	$1 > \lambda \geq 0.8$	$0.8 > \lambda$
diskontinuierliches Spannungsfeld für Lagerbereiche, Krafteinleitungen $f_c$ gemäss (2.8) [39]	$\lambda \geq 1$	$1 > \lambda \geq 0.9$	$0.9 > \lambda$
Bruchmechanismen ohne Dissipation im Stegbeton	$\lambda \geq 1$	$\lambda \geq 1$	$1 > \lambda$
Bruchmechanismen mit Dissipation im Stegbeton $f_c$ gemäss (2.12) [67]	$\lambda \geq 1.2$	$1.2 > \lambda \geq 0.9$	$0.9 > \lambda$
Bruchmechanismen mit Dissipation im Stegbeton $f_c$ gemäss (2.11) [39]	$\lambda \geq 1.4$	$1.4 > \lambda \geq 1$	$1 > \lambda$

**Tabelle 4.1** – Anhaltspunkte zur Einteilung in Tragsicherheitsklassen.

## 4.4 Massnahmenempfehlung

Eine Massnahmenempfehlung sollte nicht nur statische Aspekte berücksichtigen, sondern von einer gesamthaften Zustandsbeurteilung ausgehen. Sie umfasst Vorschläge für das weitere Vorgehen und mündet in die Massnahmenplanung. Sie ist in starkem Masse von der gewählten Erhaltungsstrategie (Akzeptieren, Anpassen, Korrigieren sowie Abbrechen und Ersetzen) abhängig und führt schliesslich zum Erhaltungskonzept.

Das Erhaltungskonzept stellt den Kern der gesamten Erhaltungstätigkeit dar. Das Erhaltungskonzept fasst die in der Massnahmenempfehlung zusammengestellten notwendigen Tätigkeiten in einen zeitlich abhängigen Kontext. Es muss sich zeitlichen und räumlichen Vorgaben und Randbedingungen anpassen und gibt Aufschluss über die wahrscheinlichen Termine und Kosten. Ferner klärt das Erhaltungskonzept die Nutzung

des Bauwerks während der Ausführung und macht Abschätzungen über die Auswirkungen der Erhaltungsmassnahmen und über die Folgen einer Abweichung von diesen Massnahmen.

Bei baulichen Erhaltungsmassnahmen sind für die Ausschreibung generell andere Überlegungen nötig als beim Neubau. Eine rein quantitative Angabe von zu leistenden Arbeiten ist in der Regel ungenügend und führt oft zu Missverständnissen und Mehrkosten. Die Ausschreibung von Erhaltungsmassnahmen sollte als Beschreibung der erforderlichen Tätigkeiten in zeitlich geordneter Abfolge verfasst werden. Dies verpflichtet die Projektverfasser zu einer sorgfältigen, die Ausführung berücksichtigenden Planung.



# 5 Beispiele

## 5.1 Einleitung

Im folgenden werden drei Beispiele vorgestellt, die zu einem besseren Verständnis der vorangegangenen Kapitel dienen sollen. Sie umfassen ausschliesslich Projekte des Brückenbaus. Der Anwendung von Spannungsfeldern und der Berücksichtigung der Vorspannung wird besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Zudem wird auf typische Schwierigkeiten aufmerksam gemacht, welche verfeinerte rechnerische Überprüfungen mit sich bringen.

## 5.2 Beispiel 1: Europabrücke, Zürich

### 5.2.1 Einleitung

Die Europabrücke verbindet die Zürcher Quartiere Höngg und Altstetten und überquert die Limmat, die Autobahn und die Eisenbahnlinie nach Bern. Mit ihrer Brückenfläche von nahezu  $30'000 \text{ m}^2$  ist sie eine der grössten Brücken der Schweiz. Sie wurde zwischen 1961 und 1963 erstellt und besteht aus zwei parallelen, vorgespannten Hohlkastenträgern, welche mit ebenfalls vorgespannten Querträgern über den Stützen verbunden sind.

Beide Hohlkastenträger sind in Längsrichtung schwimmend gelagert. Um die Längsverschieblichkeit des über einen Kilometer langen Überbaus zu gewährleisten, ist er durch Einhängeträger in drei statisch voneinander unabhängige Abschnitte unterteilt. Über jede Brücke werden zwei Verkehrsspuren geführt. Die Hohlkasten sind teils monolithisch, teils über Betongelenke mit den Stützen verbunden.

Die Hohlkastenquerschnitte weisen eine variable Höhe auf. Die Stege sind mit Ausnahme des Bereichs der Limmatquerung konstant 0.5 m breit. Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich auf ein repräsentatives 43 m langes Innenfeld im Bereich der Bahnüberquerung. Details sind Bild 5.1 zu entnehmen. Über den Stützen sind die beiden Hohlkasten über einen 1.3 m dicken Querträger miteinander verbunden. Da die Stützenköpfe bloss 2.20 m breit sind, liegt eine indirekte Lagerung der Trägerstege vor.

In Längsrichtung sind beide Hohlkasten entsprechend dem damaligen Bemessungskonzept [52] sehr stark vorgespannt. Für das untersuchte Feld sind pro Steg 9 Spannglie-



der vorhanden. Jedes Spannglied besteht aus 55 Drähten  $\varnothing$  6 mm. Dies führt zu zentrischen Betondruckspannungen  $-\sigma_{cp}$  unter dem Lastfall Vorspannung von ungefähr 5 MPa. Im Querträger bewirken zwölf Spannglieder aus 40 Drähten  $\varnothing$  6 mm eine zentrische Betondruckspannung  $-\sigma_{cp}$  von 6 MPa.

Die Stegbewehrung besteht aus einer vertikalen, vergleichsweise schwachen, nicht abgestuften Bügelbewehrung (zweischnittige Bügel  $\varnothing$  14 @ 250 mm pro Steg). An den Kreuzungspunkten zwischen Stegen und Querträgern ist keine Aufhängebewehrung vorhanden. Die dortige Bewehrung entspricht bloss einer schwachen konstruktiven Bewehrung.

In den Neunzigerjahren musste der Fahrbahnbelag komplett ersetzt werden. Die Bewehrung in der Fahrbahnplatte war teilweise stark korrodiert. Bedeutende Korrosion wurde auch bei den Gerbergelenken der Einhängeträger und an verschiedenen anderen Stellen festgestellt. Die nachfolgende rechnerische Überprüfung ergab [75], dass die Schubtragfähigkeit sowohl der Einhängeträger als auch der indirekt gelagerten Trägerstege über den Stützen gemäss den aktuellen Normen des SIA [58,60] in erheblicher Weise ungenügend war. Als sichernde Sofortmassnahme wurden die Gerbergelenke der Einhängeträger mit zusätzlichen Stützen abgestützt. Für die übrigen kritischen Bereiche wurden einerseits Stützenkopfverbreiterungen vorgesehen, andererseits wurden in Ergänzung zu den theoretischen Untersuchungen vier Modellversuche im Massstab 3:7 durchgeführt [70]. Die Resultate dieser Versuche führten dazu, dass über weite Bereiche auf Verstärkungsmassnahmen an der Europabrücke verzichtet werden konnte.

Ziel der folgenden verfeinerten rechnerischen Untersuchung ist es, die Tragsicherheit der Europabrücke zu beurteilen. Zu diesem Zweck werden für einen ausgewählten Bereich diskontinuierliche Spannungsfelder entwickelt und mit Grenzwerten aus Bruchmechanismusberechnungen verglichen.

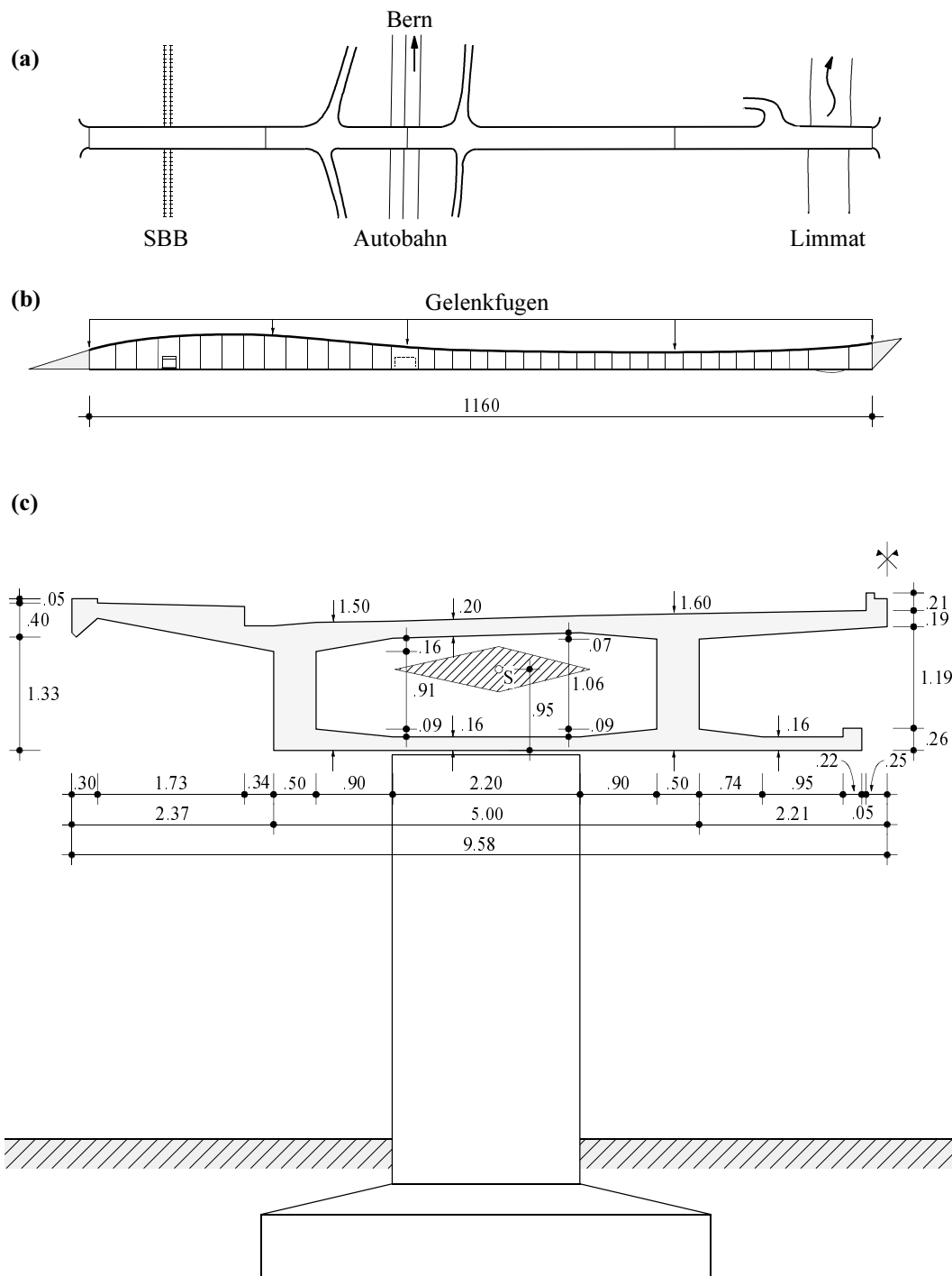
### 5.2.2 Grundlagen

Tabelle 5.1 fasst die aktualisierten Rechenwerte der verwendeten Baustoffe zusammen. Die schlaffe Bewehrung besteht aus sogenanntem Caron-Stahl. Mittel- und Maximalwerte der Fließgrenze  $f_{sy}$  betragen 455 respektive 495 MPa. Zusätzlich wurden die Rechenwerte der Druckfestigkeit des Betons anhand von Betonproben neu festgelegt.

Pro Stegspannglied wird von einer Spannkraft  $P_{\infty} = 1'297$  kN ausgegangen. Die Wirkung von Reibungskräften wird vernachlässigt und mit der Wahl eines tiefen Wertes von  $\sigma_{p\infty}$  berücksichtigt.

Einwirkungen werden nachfolgend unter Anwendung der Lastfaktoren  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  sowie des Widerstandsbeiwertes  $\gamma_R$  als Bruchlasten bezeichnet. Sie schliessen die Wirkung von Eigen- und Auflasten sowie von Nutzlasten gemäss [58] mit ein.

Die Bruchbelastung aus den Dauerlasten wird aufgeteilt auf oben und unten an den Stegen angreifende verteilte Linienlasten  $q_{sup}$  und  $q_{inf}$ . Für die Entwicklung von diskonti-



**Bild 5.1** – Europabrücke, Zürich: (a) Situation; (b) Ansicht; (c) Querschnitt. Abmessungen in m.

nuierlichen Spannungsfeldern werden für sämtliche Nutzlasten (Lastmodelle 1, 2 und 3 gemäss [58]) Grenzwertlinien ermittelt und im Stützenbereich linearisiert, so dass mit bereichsweise konstanten Linienlasten operiert werden kann. Torsionseffekte aus exzentrischer Belastung und asymmetrischem Querschnitt werden mit zusätzlichen Linienlasten berücksichtigt. Details sind dem Kapitel 5.2.3 zu entnehmen.

Baustoff	$f_{cw,m}$ [MPa]	$f_{cc}$ [MPa]	$\sigma_{p\infty}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]
Beton Träger	80	$0.8 \times 80 = 64$		
Betonstahl			0	460
Stegspannglieder, Drähte $\varnothing$ 6 mm			835	1'500
Querträgerspannglieder,			935	1'500

**Tabelle 5.1** – Aktualisierte Rechenwerte der Baustoffe.

Die Wirkung des Eigenspannungszustandes aus der Vorspannung in Längsrichtung wird durch die Einführung von Anker- und Umlenkkraften berücksichtigt. Zur Vereinfachung werden die drei unterschiedlichen Spanngliederführungen zu einer einzigen Spanngliedergeometrie zusammengefasst. Die Vorspannkraft  $P_\infty$  nach Abzug aller Verluste wird über den gesamten Bereich konstant angesetzt, so dass eine Berücksichtigung von Reibungskraften entfallen kann. Im Feld bewirkt die Vorspannkraft  $P_\infty$  eine Umlenkkraft  $u_\infty$  von  $73 \text{ kNm}^{-1}$ , währenddem die Gegenkrümmung über der Stütze eine nach unten gerichtete Umlenkkraft von  $u_\infty = 8 \times P_\infty \times f/l^2 = 8 \times 11'674 \times 0.171/(6^2) = 448 \text{ kNm}^{-1}$  erzeugt.

### 5.2.3 Spannungsfelder

Der nominelle Schubwiderstand gemäss der Norm SIA 162 [60] wird an einem parallelen Druckfeld berechnet und beträgt

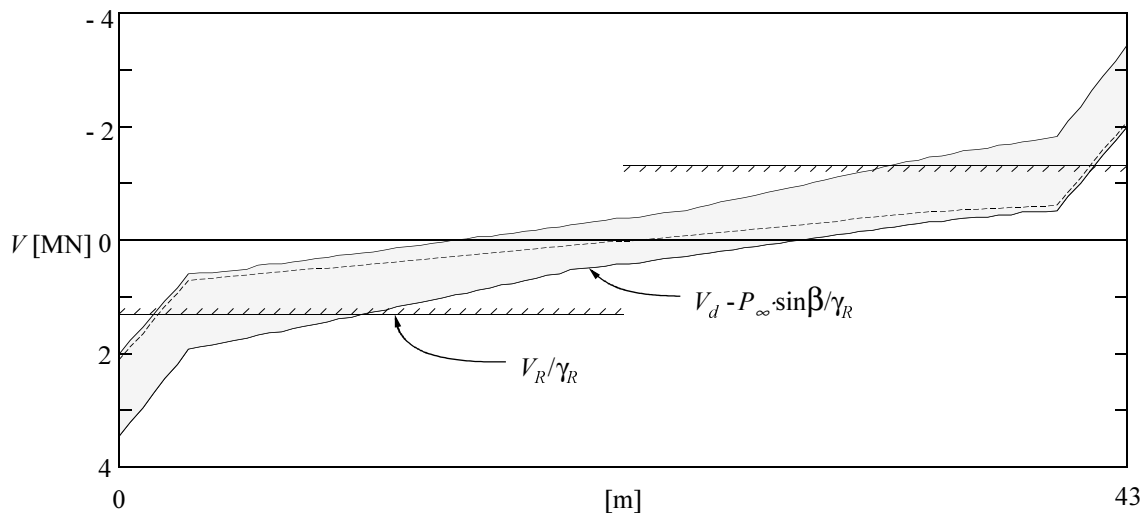
$$V_R = \frac{A_{sw} f_{swy}}{s} \cdot d_v \cot \alpha \quad , \quad \Delta V_R = P_\infty \sin \beta \quad (5.1)$$

$A_{sw}$ ,  $s$  und  $f_{swy}$  entsprechen der Bügelquerschnittsfläche, dem Bügelabstand und der Bügelfliessgrenze,  $d_v$  dem inneren Hebelarm,  $\alpha$  der Druckfeldneigung sowie  $\beta$  der Neigung des Spanngliedes im untersuchten Schnitt. Der Nachweis der Schubtragsicherheit ist erbracht, wenn die Bedingung

$$\frac{V_R + \Delta V_R}{\gamma_R} \geq V_d = V(\gamma_G G + \gamma_Q Q + \gamma_P R_P) \quad (5.2)$$

erfüllt wird. Wie Bild 5.2 zeigt, ist die Gleichung (5.2) über eine Länge von etwa 10 m beidseits der Zwischenaufleger nicht erfüllt. Der Schubwiderstand aus der Bügelbewehrung ergibt sich mit  $A_{sw} = 308 \text{ mm}^2$ ,  $s = 250 \text{ mm}$ ,  $f_{swy} = 460 \text{ MPa}$ ,  $d_v = 1.3 \text{ m}$  und mit dem minimalen Wert für  $\alpha = 25^\circ$  zu  $V_R = 1579 \text{ kN}$ .

In Ergänzung zum nominellen Nachweis nach der Gleichung (5.2) wird ein diskontinuierliches Spannungsfeld gemäss Bild 5.3 entwickelt. Es umfasst lediglich einen Teil des Innensteges im Bereich der Zwischenstütze. Der Schnitt AHG entspricht dem Querträgeranschluss. Wegen der fehlenden Aufhängebewehrung bei der Verbindung zwischen Steg und Querträger ist die Lastabtragung auf GH beschränkt, d.h. das Dreieck AFH ist unter dieser Voraussetzung spannungsfrei. Diese Annahme erlaubt ein statisch zulässiges Span-



**Bild 5.2** – Europabrücke, Zürich: Verlauf der Querkraft und des Schubwiderstandes auf Bemessungsniveau.

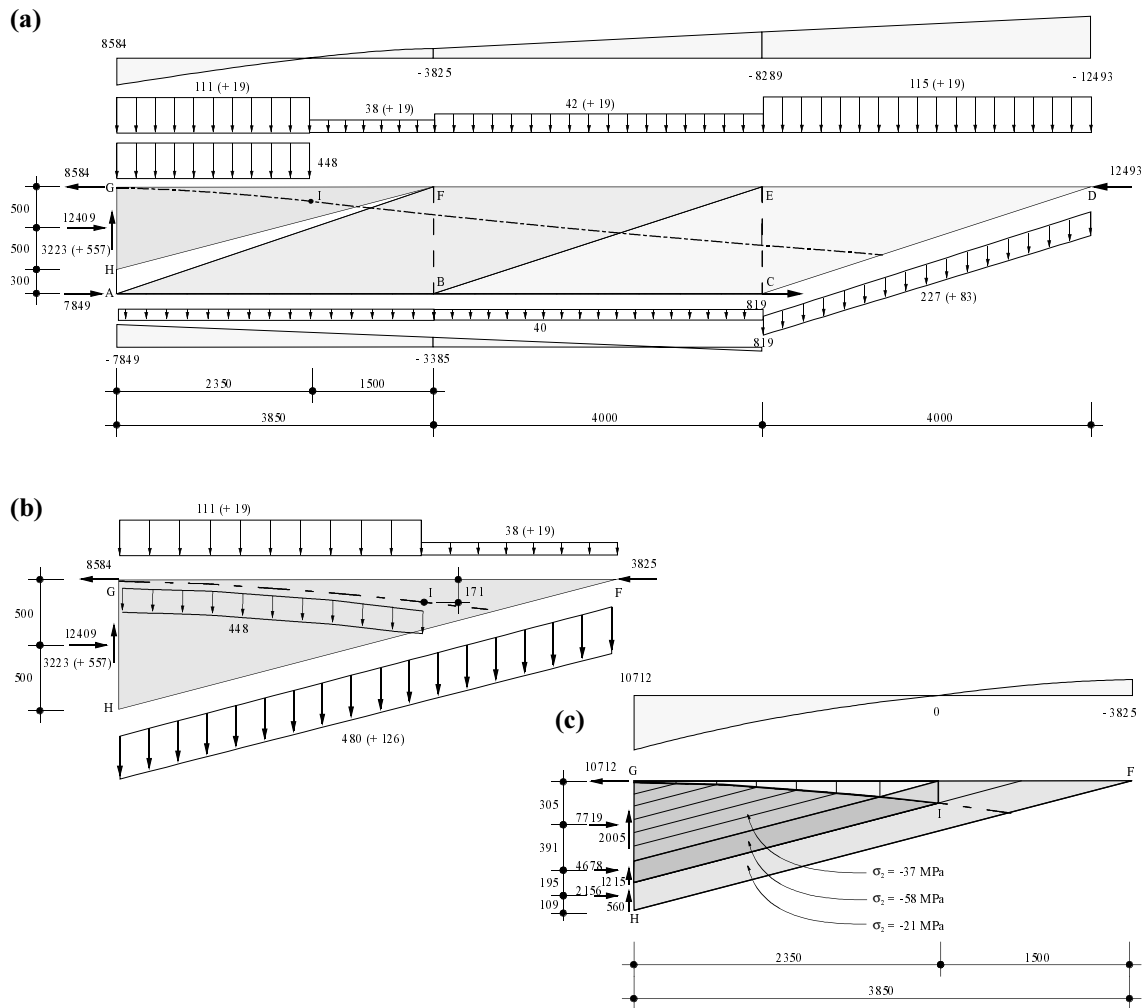
nungsfeld für den angrenzenden Querträger, da seine Vorspannung das zur Lastabtragung notwendige horizontale Gleichgewicht in Brückenquerrichtung gewährleisten kann.

Zahlenwerte in Klammern beziehen sich auf Linienlasten, die sich aus exzentrischer Lasteinwirkung ergeben. Es wird ohne nähere Untersuchung davon ausgegangen, dass der antisymmetrische Anteil exzentrischer Lasten bereits am Kraftangriffspunkt als Umlauf-torsionsschubfluss im Träger eingeleitet ist. Die schlaffe Längsbewehrung des Obergurtes steht wegen der relativ grossen Reserven der Vorspannbewehrung zur Aufnahme der Torsionslängskräfte zur Verfügung. Die vertikale Bügelbewehrung muss zusätzlich zu den Schubflüssen aus Querkraft auch solche aus Torsionsbeanspruchung aufnehmen.

Anker- und Umlenkkräfte infolge  $P_\infty$  werden der äusseren Belastung aus  $(G\gamma_G + Q\gamma_Q)\gamma_R$  superponiert. Biegemoment und Querkraft sowie Anker- und Umlenkkräfte entlang CD werden durch die statisch äquivalenten Kräfte 819 kN, 12'493 kN und  $227 \text{ kNm}^{-1}$  in C und D respektive entlang CD ersetzt. Nach oben wirkende Umlenkkräfte  $u_\infty$  von  $73 \text{ kNm}^{-1}$  sind zwischen dem Wendepunkt I und dem Schnitt CE bereits in die an der Stegobenseite angreifenden Linienlasten einberechnet. Entlang GI müssen nach unten gerichtete Umlenkkräfte von  $448 \text{ kNm}^{-1}$  berücksichtigt werden.

Mit Ausnahme des Dreiecks FGH, vgl. Bild 5.3(b), stellt die Bestimmung der Gurt- und Bügelbewehrungskräfte sowie der Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  keine Schwierigkeit dar. Vertiefte Untersuchungen des Dreiecks FGH zeigen, dass ein statisch zulässiges Spannungsfeld gefunden werden kann, welches aus parallelen Druckspannungstrajektorien besteht, die sich ausschliesslich auf die gekrümmten Spannglieder abstützen. Da die Dekompression des Obergurtes etwa oberhalb des Wendepunktes der Spannglieder erreicht wird und weil die schlaffe Bewehrung nahezu ausschliesslich zur Abtragung der Torsionslängskräfte verwendet wird, nimmt die Spannkraft in den Spanngliedern entlang IG zu. Gleichzeitig resultieren durch die Kraftzunahme im Spannglied zusätzliche Um-

Beispiel 1: Europabrücke, Zürich



**Bild 5.3** – Europabrücke, Zürich, Diskontinuierliches Spannungsfeld: (a) Übersicht; (b) Schnittkörperdiagramm des Stegbereichs FGH; (c) paralleles Spannungsfeld für den Bereich FGH. Kräfte in kN, Linienlasten in  $\text{kNm}^{-1}$  und Abmessungen in m.

lenkkräfte, die aber vernachlässigt werden. Die Längszugkraft von 10'712 kN bei G kann durch den differentiellen Widerstand  $\Delta P_y$  der Vorspannbewehrung von  $20'994 - 11'674 = 9'320$  kN nicht ganz aufgenommen werden. Ebenfalls liegt der Bügelbewehrungswiderstand  $f_w$  von  $308 \times 460 / 250 = 566 \text{ kNm}^{-1}$  leicht unterhalb dem geforderten Wert von  $480 + 126 = 606 \text{ kNm}^{-1}$ . Zusätzlich liegen gemäss Bild 5.3(c) sehr grosse, aber lokal begrenzte Betonhauptdruckspannungen  $-\sigma_{c3}$  vor. Trotz dieser kritischen Bemerkungen zeigt Bild 5.3, dass (und wie) die rechnerischen Bruchlasten abgetragen werden können. Weitere Verfeinerungen der diskontinuierlichen Spannungsfelder wären denkbar und würden zu leicht reduzierten Spannungen führen.

### 5.2.4 Bruchmechanismen

In Ergänzung zu den unteren Grenzwerten der Traglast werden gemäss Bild 5.4 Stegdruckbruchmechanismen entsprechend einer Translationsbewegung (vgl. Kapitel 3.7) untersucht. Die Dissipationsanteile der Bügelbewehrung und des Stegbetons werden anhand der Gleichungen (3.100) und (3.113) berechnet. Die kritischste Gleitlinie ergibt sich dann, wenn das Verhältnis zwischen Dissipationsarbeit ( $V_u$ ) und Arbeit der äusseren Kräfte ( $V_d \gamma_R - P_\infty \sin \beta$ ) minimal wird. Für die effektive Betondruckfestigkeit  $f_c$  werden die Werte gemäss (2.11) [39] respektive (2.12) [67] verwendet. Gemäss Bild 5.4 muss  $V_u$  und  $V_d \gamma_R - P_\infty \sin \beta$  für jedes  $n$  bestimmt werden. Ebenfalls müssen unten am Steg angreifende Lasten  $q_{inf}$  berücksichtigt werden. Zusammen mit den vorherigen Werten für  $A_{sw}$ ,  $s$ ,  $f_{swy}$  und  $d_v$  sowie mit  $f'_c = 64$  MPa,  $b_w = 500$  mm ergeben sich die Resultate gemäss Tabelle 5.2.  $n_{opt}$  beschreibt dabei die Anzahl Bügelabstände  $s$ , bei denen sich das minimale Verhältnis  $D/W$  einstellt.

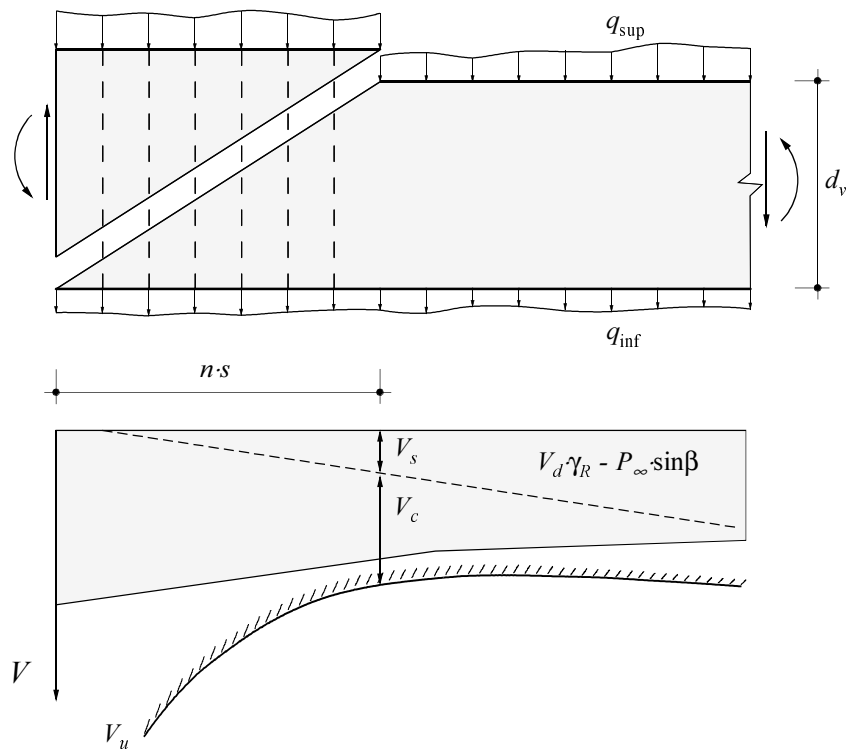
$f_c$ gemäss	$\left( \frac{V_u}{V_d \gamma_R - P_\infty \sin \beta} \right)_{\min}$	$n_{opt}$
(2.11)	1.34	8
(2.12)	1.13	7

**Tabelle 5.2** – Resultate der Berechnungen von Stegdruckbruchmechanismen.

Versuch	$A_{sw}$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_{cc}$ [MPa]	$f_c$ gemäss			
			(2.11)		(2.12)	
			$\left( \frac{V_{\exp} - P_{\exp} \sin \beta}{V_u} \right)_{\max}$	$n_{opt}$	$\left( \frac{V_{\exp} - P_{\exp} \sin \beta}{V_u} \right)_{\max}$	$n_{opt}$
<i>EB 1</i>	56.5	79	1.02	11	1.20	8
<i>EB 2</i>	28.3	85	0.99	20	1.12	18
<i>EB 3</i>	56.5	80	1.09	12	1.28	9
<i>EB 4</i>	28.3	83	1.03	22	1.17	18

**Tabelle 5.3** – Vergleich zwischen Vorhersagen gemäss Stegdruckbruchmechanismusberechnungen und Resultaten aus Modellversuchen [70].

Vergleiche mit den Modellversuchen [70] zeigen, dass die erreichten Traglasten sehr gut mit den theoretischen Traglasten übereinstimmen. In Tabelle 5.3 sind die Resultate der Vergleichsrechnungen zusammengefasst. Daraus geht hervor, dass die Versuchsergebnisse unter Verwendung von Gleichung (2.11) im Maximum 10 Prozent von den theoretischen



**Bild 5.4** – Europabrücke, Zürich: Bestimmung des kritischsten Stegdruckbruchmechanismus.

tisch ermittelten Werten abweichen. Mit Ausnahme des Versuchsträgers *EB 2* sind alle Vorhersagen konservativ. Aus diesem Grunde kann die in Tabelle 5.2 angegebene Tragreserve von 34 Prozent als zuverlässig angesehen werden.

### 5.2.5 Beurteilung

Fände bloss die gültige Norm für Betonbauten [60] Anwendung bei der Beurteilung der Tragsicherheit der Europabrücke, so läge fast über die Hälfte der untersuchten Spannweite eine ungenügende Schubtragsicherheit vor. Theoretische und experimentelle Untersuchungen zeigen, dass beträchtliche Tragreserven bestehen, selbst wenn die Bügelbewehrung stark reduziert wird. Berechnungen von oberen Grenzwerten anhand von Stegdruckbruchmechanismen resultieren in sehr zuverlässigen Vorhersagen für die experimentelle Traglast; sie können demnach auch für vergleichbare Untersuchungen empfohlen werden. Diskontinuierliche Spannungsfelder zeigen, dass (und wie) nominelle Bruchlasten im Stützenbereich eines Innensteges in den Querträger eingeleitet werden können. Die Einführung der Effekte der Vorspannung auf der Lastseite als Anker- und Umlenkkräfte hat sich als Hilfe zur sinnvollen Erfassung des Kräfteflusses erwiesen.

## 5.3 Beispiel 2: Objekt N1/312, Lenzburg

### 5.3.1 Einleitung

Das in den Jahren 1963/64 erstellte Objekt N1/312 “Aabachviadukt” bei Lenzburg ist Teil der Autobahn A1 und besteht aus zwei parallelen, monolithisch miteinander verbundenen, neunfeldrigen Balkenbrücken von je 363 m Länge, deren Spannweiten zwischen 29 und 48 m variieren und über die je zwei Verkehrsspuren geführt werden. Bild 5.5(a) veranschaulicht das statische System der Brücke. Die Hohlkasten sind teils monolithisch, teils über Betongelenke mit den Stützen verbunden. Beide Brückenhälften sind in Längsrichtung schwimmend gelagert, und die Stützen sind sowohl über Flach- als auch Pfahlfundationen im Baugrund eingespannt.

Beide Hohlkastenquerschnitte sind konstant 1.80 m hoch und weisen variable Stegbreiten und Druckplattenstärken auf. Details sind den Bildern 5.5(b), (c) und (d) zu entnehmen. Über den leicht konischen Stützen sind die beiden Hohlkasten über einen 1.2 m dicken Querträger miteinander verbunden, durch den insgesamt vier kreisförmige Durchstiegs- und Leitungsöffnungen von je 0.77 m Durchmesser führen. Da die Stützenköpfe bloss 2.40 m breit sind, liegt eine indirekte Lagerung der Trägerstege vor.

In Längsrichtung sind beide Hohlkasten entsprechend dem damaligen Bemessungskonzept [52] sehr stark vorgespannt. Für das untersuchte Feld EF sind pro Steg 11 Spannglieder über der Stütze sowie sechs Spannglieder im Feld vorhanden. Jedes Spannglied besteht aus 55 Drähten  $\varnothing 7$  mm. Dies führt zu zentrischen Betondruckspannungen  $-\sigma_{cp}$  unter dem Lastfall Vorspannung von 4.6 bis 6.1 MPa.

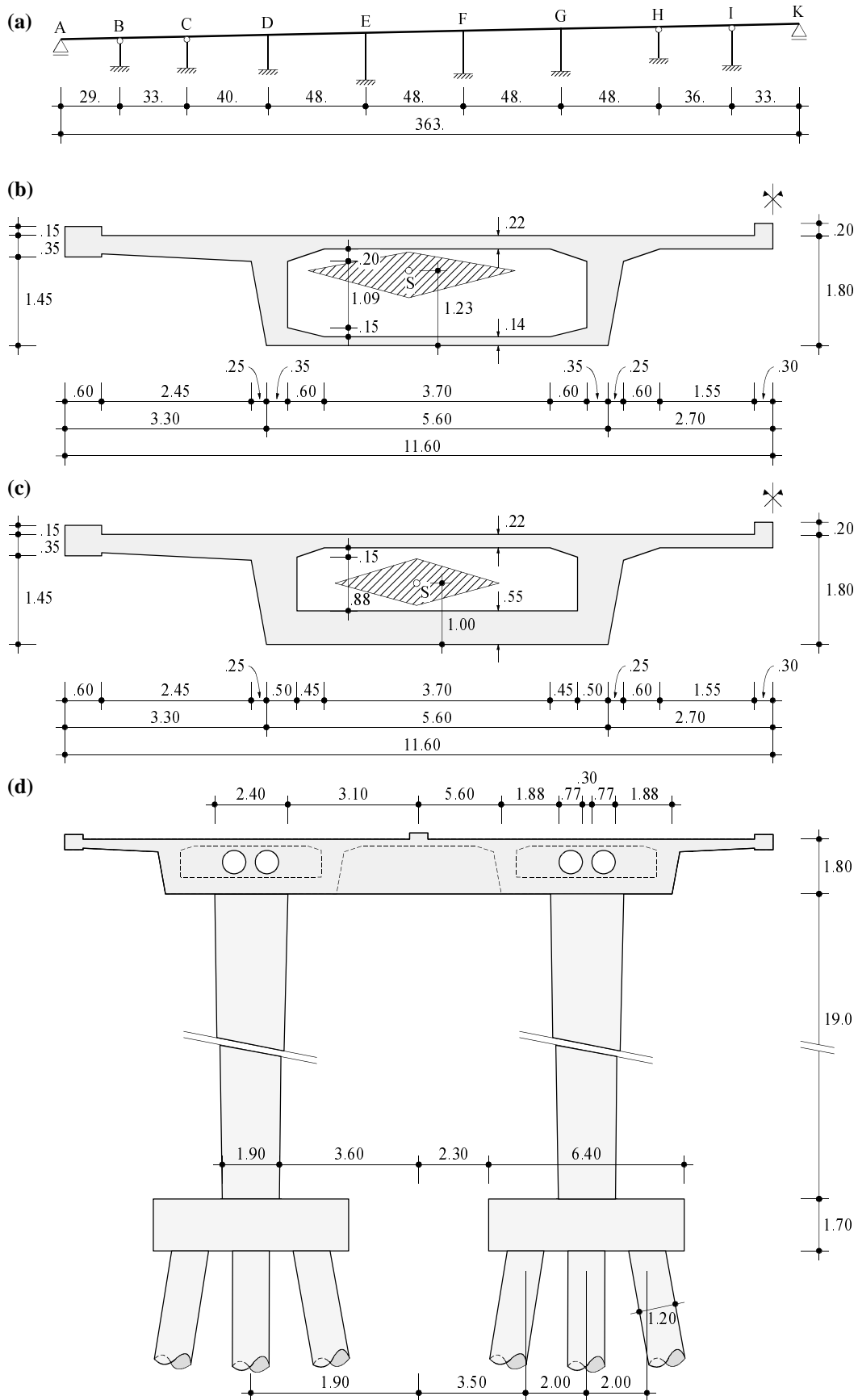
Im Rahmen der Erstellung eines Zustandsberichtes wurde der Aabachviadukt anhand der aktuellen Normen [58,60] rechnerisch überprüft. Die für die Bauzeit typischen Verhältnisse einer vollen Vorspannung in Längsrichtung in Kombination mit einer vergleichsweise schwachen, nicht abgestuften Bügelbewehrung (zweischnittige Bügel  $\varnothing 14 @ 300$  mm pro Steg) bestätigen die Erfahrung, dass bestehende Stahlbetonbrücken, die nach früheren Bemessungskonzepten [53] dimensioniert wurden, grundsätzliche Schwierigkeiten beim Nachweis der Schubtragsicherheit bereiten, währenddem Biegetragsicherheiten vorliegen, die weit über die erforderlichen Werte hinausgehen.

Ziel der folgenden verfeinerten rechnerischen Untersuchung ist es, die Tragsicherheit des Aabachviaduktes mit genügender Zuverlässigkeit zu beurteilen. Zu diesem Zweck werden für die Zonen mit der nach [60] geringsten rechnerischen Schubtragsicherheit diskontinuierliche Spannungsfelder entwickelt und mit Grenzwerten aus Bruchmechanismusberechnungen verglichen.

### 5.3.2 Grundlagen

Da die Biegesteifigkeit der Fahrbahnplatte im Bereich der Verbindung der beiden Brückenhälften sehr gering ist, beschränken sich alle nachfolgenden Berechnungen auf eine





**Bild 5.5** – Objekt N1/312, Lenzburg: (a) Statisches System; (b) Feldquerschnitt; (c) Stützenquerschnitt; (d) Stützenpaar F. Abmessungen in m.

Brückenhälfte. Tabelle 5.4 fasst die aktualisierten Rechenwerte der verwendeten Baustoffe zusammen. Sie enthält insbesondere die aus Prüfungen an Probekörpern gewonnene Erkenntnis, dass anstelle des bei der Projektierung vorgesehenen Stahls II mit einer rechnerischen Fließgrenze von 355 MPa bereits Stahl III eingesetzt worden war. Zusätzlich wurden auch die Rechenwerte der Druckfestigkeit des Betons anhand von Betonproben neu festgelegt.

Baustoff	$f_{cw,min}$ [MPa]	$f_{cc}$ [MPa]	$\sigma_{p\infty}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]
Beton Träger	84	$0.8 \times 84 = 67$		
Betonstahl			0	420
Parabolische Spann- glieder, Drähte $\varnothing$ 7 mm			1'020	1'500

**Tabelle 5.4** – Aktualisierte Rechenwerte der Baustoffe.

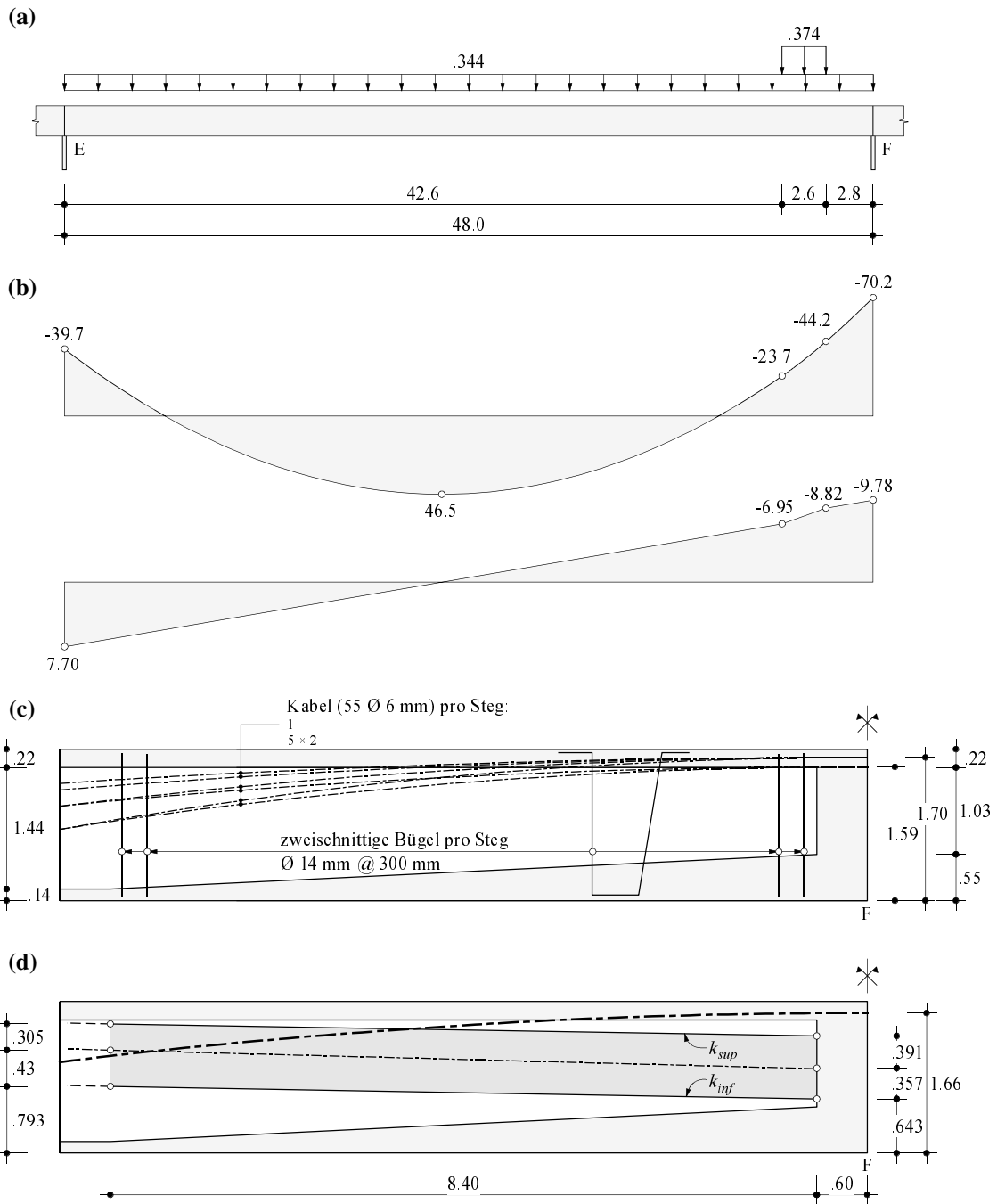
Pro Spannglied wird von einer Spannkraft  $P_\infty = 2'160$  kN ausgegangen. Die Wirkung von Reibungskräften wird vernachlässigt und mit der Wahl eines tiefen Wertes von  $\sigma_{p\infty}$  berücksichtigt.

Einwirkungen werden nachfolgend unter Anwendung der Lastfaktoren  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  sowie des Widerstandsbeiwertes  $\gamma_R$  als Bruchlasten bezeichnet. Sie schliessen die Wirkung von Eigen- und Auflasten sowie von Nutzlasten gemäss [58] mit ein.

Die mittlere Querschnittsfläche eines Hohlkastenquerschnitts entspricht  $5.61 \text{ m}^2$ ; dies entspricht einer Bruchbelastung von  $5.61 \times 25 \times 1.3 \times 1.2 = 219 \text{ kNm}^{-1}$ . Übrige Auflasten (Belag, Lärmschutzwand, Leitschranken) ergeben zusammen  $55 \text{ kNm}^{-1}$ .

Die Achslasten des Lastmodells 1 [58] werden in Längsrichtung über eine Länge von 2.6 m verteilt angeordnet und liefern unter Berücksichtigung des dynamischen Beiwertes von  $\Phi_{dyn} = 1.8$  eine Linienlast von  $4 \times 75 \times 1.8 \times 1.5 \times 1.2 / 2.6 = 374 \text{ kNm}^{-1}$ . Schliesslich entspricht den Lastmodellen 2 und 3 [58] eine verteilte Bruchbelastung von  $(5 \times 3 + 8 \times 3.0) \times 1.5 \times 1.2 = 70 \text{ kNm}^{-1}$ .

Die Wirkung des Eigenspannungszustandes aus der Vorspannung wird durch die Einführung von Anker- und Umlenkkräften berücksichtigt. Zur Vereinfachung werden die sechs unterschiedlichen Spanngliedführungen im Bereich der Stütze F zu einer einzigen Spanngliedachse zusammengefasst, siehe Bilder 5.6(c) und (d). Der Krümmungsradius  $r$  dieses fiktiven Spannglieds beträgt 79.45 m. Als Anker- und Umlenkkräfte ergeben sich  $P_\infty = 22 \times 2'160 = 47'520$  kN respektive  $u_\infty = P_\infty / r = 47520 / 79.45 = 598 \text{ kNm}^{-1}$ . Zur Klärung der Frage, in welchen Bereichen der Querschnitt auch unter nominellen Bruchlasten ( $219 + 55 + 70 = 344 \text{ kNm}^{-1}$  und im 2.6 m langen Bereich des Lastmodells 1 zusätzlich  $374 \text{ kNm}^{-1}$ ) dekomprimiert wird, ist in Bild 5.6(c) zusätzlich der zwischen Feld- und Stützenquerschnitt linearisierte Verlauf der Kernweiten angegeben.



**Bild 5.6** – Objekt N1/312, Lenzburg: (a) Massgebende Belastungskonfiguration für Querkraftbeanspruchung; (b) Schnittkräfte aus äusseren Belastungen; (c) Längsschnitt im Bereich der Stütze F; (d) Verlauf der Kernweiten  $k_{inf}$  und  $k_{sup}$ . Abmessungen in m, Linienlasten in kNm<sup>-1</sup>.

### 5.3.3 Entwicklung von Spannungsfeldern

Die rechnerischen Verhältnisse  $V_R/(V_d\gamma_R)$  gemäss [60] sind bei weitem ungenügend. Im Bereich der Stütze F wird nur gut 50% der erforderlichen Schubtragsicherheit

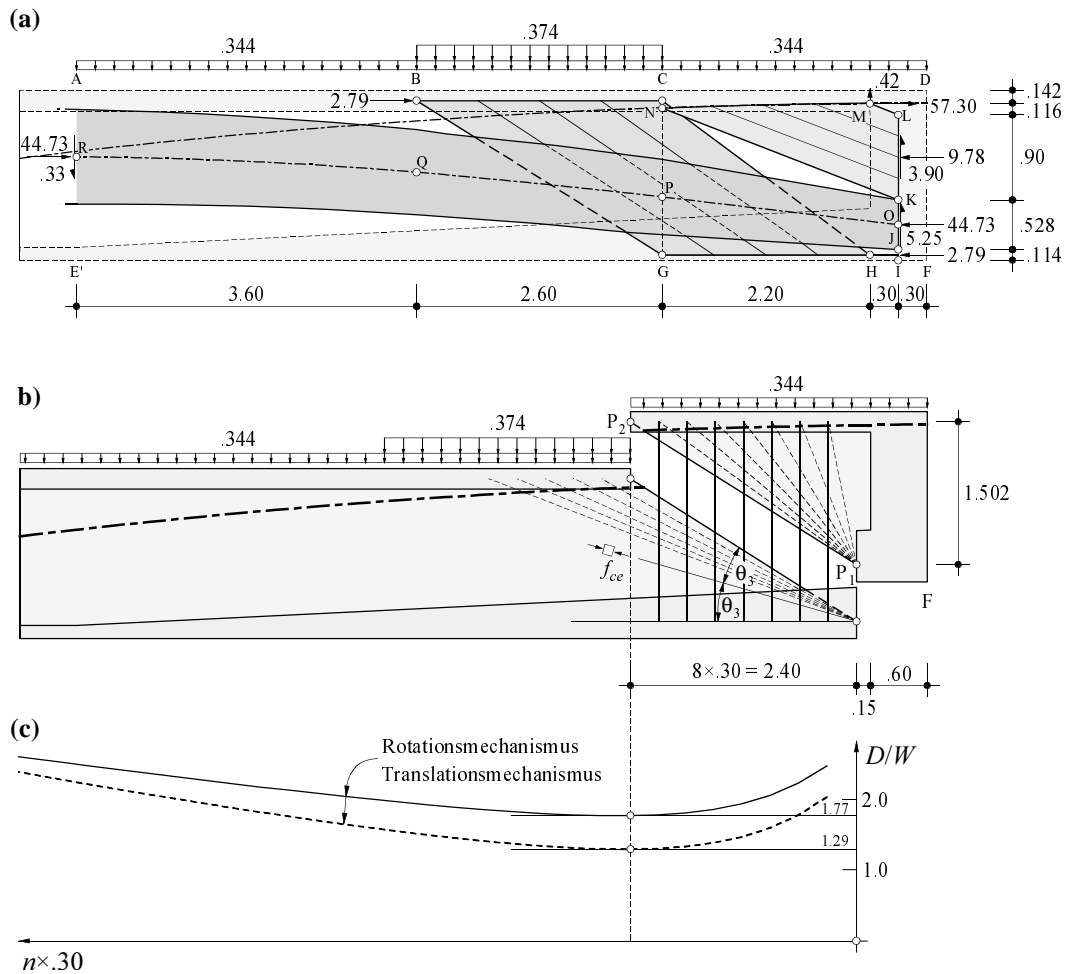
erreicht. Dagegen zeigen die Nachweise der Biegetragsicherheit an derselben Stelle Reserven von über 75%.

Neben der geringen Bügelbewehrung, der pro Steg ein Bügelbewehrungswiderstand von  $2 \times 14^2 \times (\pi/4) \times (0.42/0.30) = 431 \text{ kNm}^{-1}$  entspricht, bewirken die über den Stützen nur schwach gekrümmten Spannglieder einen geringen Anteil der Vorspannkraft am Querkraftwiderstand gemäss [60], da der Wendepunkt der Spannglieder 9.60 m von der Stützenachse F entfernt liegt, d.h. im Fünftelpunkt der Spannweite von 48 m.

Für die verfeinerten Untersuchungen wird ein Spannungsfeld gemäss Bild 5.7(a) entwickelt. Es wird vereinfachend angenommen, dass sämtliche Belastungen zwischen den Stegen und an der Trägeroberseite angreifen. Exzentrizitäten aus der Asymmetrie des Querschnitts und aus Nutzlasten werden vernachlässigt. Betrachtet man die in den Viertelpunkt der Querträgerdicke reduzierten inneren Kräfte, so erkennt man, dass die Vorspannbewehrung in M noch bei weitem nicht im Fließen ist, da  $55 \times 7^2 \times (\pi/4) \times 1.5 \times 22 = 69'850 \text{ kN} > 57'300 \text{ kN}$ . Der Querschnitt wird etwa 2.80 m seitlich der Stützenachse auch unter nominellen Bruchlasten wieder komprimiert. Deshalb erreicht die Spanngliedkraft in N den Wert  $P_\infty = 47'520 \text{ kN}$ , und Kraftänderungen in den Spanngliedern sind somit nur entlang NM unter Mithilfe der Belastung ( $344 \text{ kNm}^{-1}$ ) und der Bügelbewehrungskraft ( $431 \text{ kNm}^{-1}$ ) zu erwarten. Das parallele Druckfeld KLMN hat zum Ziel, einen Grossteil der Belastungen aus äusseren Einwirkungen und den Umlenkkraften aus Vorspannung ohne Erfordernis weiterer Bügelbewehrung direkt in die bezüglich der Stege nach innen versetzte Stütze einzuleiten. Die Grösse der Vertikalkomponente dieses Druckfeldes von  $3'900 \text{ kN}$  entspricht infolgedessen demjenigen Anteil der Auflagerkraft, der nicht durch die Aufhängebewehrung abgedeckt werden kann.

Aus der Neigung des Druckfeldes KLMN ergibt sich eine zugehörige Horizontalkraft von  $9'780 \text{ kN}$ , die zu einer Reduktion des Hebelarms der Biegebeanspruchung und somit zu einer Erhöhung der aufzunehmenden Obergurtkraft führt. Würde man für den Nachweis der Biegetragsicherheit auf die Berücksichtigung des Druckfeldes KLMN verzichten und den Biegenachweis über der Stütze einzig anhand der Biegebeanspruchungen führen, so ergäbe sich für einen Hebelarm der inneren Kräfte  $d_v = 1.502 \text{ m}$  lediglich eine erforderliche Kraft im Spannglied von  $|M|/d_v = 70'500/1.502 = 46'940 \text{ kN}$ , die weit unterhalb dem Wert liegt, welcher für das untersuchte Spannungsfeld nötig ist. Mit anderen Worten dürfen bei indirekt gelagerten Stützenquerträgern, wo zumindest ein Teil der Auflagerkraft nicht durch eine Aufhängebewehrung abgedeckt ist, die Nachweise der Tragsicherheit für Biege- und Querkraftbeanspruchung nicht voneinander losgelöst erbracht werden, vgl. Kapitel 3.6.3.

Die Wahl der ersten Druckfeldlänge zu 2.2 m führt dazu, dass sich die Belastung von  $374+344 = 718 \text{ kNm}^{-1}$  nicht direkt auf den Querträger abstützt, sondern die Bügel entlang GH beansprucht, die ihrerseits auf das Paralleldruckfeld KLMN einwirken. Entlang GH baut sich eine Horizontalkraft von  $2'790 \text{ kN}$  auf. Die zur Gewährleistung des horizontalen Gleichgewichts entlang IJKLM notwendige Druckkraft in O wird zu  $44'730 \text{ kN}$  und ent-



**Bild 5.7** – Objekt N1/312, Lenzburg: (a) Diskontinuierliches Spannungsfeld im Bereich der Stütze F; (b) Translationsmechanismus; (c) obere Grenzwerte der Traglast für Rotations- und Translationsmechanismen mit  $f_c$  gemäss (2.12) [67]. Abmessungen in m, Kräfte in kN, Linienlasten in  $\text{kNm}^{-1}$ .

spricht zusammen mit den 2'790 kN genau der Vorspannkraft  $P_\infty$ . Dies entspricht der Voraussetzung, dass die Kraft im Spannglied in N den Wert  $P_\infty$  erreicht. Durch die sehr geringe Neigung der Druckkraft in O von etwa  $7^\circ$  wird ein hochbeanspruchtes Druckfeld erzeugt, dessen Achse entlang OPQR verläuft und dessen Aufgabe es ist, die zur Wahrung des vertikalen Gleichgewichts nötigen 5'250 kN der Auflagerkraft zu tragen, die ihrerseits entlang HF durch die im Querträger vorhandene Aufhängebewehrung abgedeckt ist. Der Stegbeton wird durch dieses flach geneigte Druckfeld entlang OP lokal sehr stark beansprucht. Die Spannungen  $-\sigma_{c3}$  liegen im Bereich der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$ . Gleichzeitig wird vorausgesetzt, dass die das Druckfeld kreuzende Bügelbewehrung vollständig im Fließen ist und entsprechende positive Hauptdehnungen  $\epsilon_1$  entlang PQ vorhanden sind, die zu einem Abbau der effektiven Druckfestigkeit führen. Zusätzlich zur grossen Beanspruchung des Druckfeldes entlang OPQR ergeben sich Spannungsüberlagerungen aus dem Druckfeld GHCB, welche die Hauptspannungen im Überlappungsbereich der beiden Druckfelder noch erhöhen.

Zur teilweisen Entschärfung der Situation bietet sich an, die Bügelbewehrungskraft entlang GH dazu zu verwenden, das hochbeanspruchte Druckfeld entlang OP zu umfassen und parabolisch nach oben umzulenken, ohne dass es durch weitere Druckfelder gekreuzt wird. Belastungen entlang BC würden sich somit vertikal auf dieses gekrümmte Druckfeld abstützen.

Ungeachtet dieser Möglichkeit muss konstatiert werden, dass das in Bild 5.7(a) vorgestellte Spannungsfeld an der Grenze des Denkbaren steht. Die Betondruckspannungen erreichen im Druckfeld OPQR derart hohe Werte, dass ein Versagen des Stegbetons unter gleichzeitigem Fliessen der Bügelbewehrung zu erwarten ist. Werden die Spannungen im Druckfeld entlang OPQR limitiert, so könnte mit den Einwirkungen nach [58] bloss eine reduzierte Tragsicherheit nachgewiesen werden, die jedoch weit über derjenigen nach [60] läge. Andererseits ist ein Versagen der Längsbewehrung unter der betrachteten Laststellung sozusagen ausgeschlossen, da in den Spanngliedern direkt über der Stütze F noch nicht aufgezehrte Tragreserven vorhanden sind. Weiter verfeinerte Spannungsfeldberechnungen sind denkbar, insbesondere derart, dass man die Längsbewehrung stärker ausnützt, als dies mit dem vorliegenden Spannungsfeld geschieht. Die hohen Spannungen im Druckfeld OPQR liessen sich damit auf ein erträgliches Mass reduzieren. Für die Beurteilung ist das Wissen um diese Tragreserven der Längsbewehrung von beträchtlicher Wichtigkeit.

Erstaunlich für die Zeit der Erstellung des Viaduktes ist die Tatsache, dass die Querträger mit Fachwerkmodellen und unter Verwendung von vertikaler und diagonaler Aufhängebewehrung bemessen wurden. Dies ist mit ein Grund, weshalb der Nachweis der Tragsicherheit der Querträger auch nach den heutigen Normen [58,60] ohne Schwierigkeiten erbracht werden kann.

### 5.3.4 Bruchmechanismen

In Ergänzung zu den unteren Grenzwerten der Traglast werden Bruchmechanismen anhand von Bild 5.7(b) und (c) untersucht. Dabei gelangen Mechanismen gemäss Bild 3.42(d) und (e) zur Anwendung, da reine Kollapsrissmechanismen dank der grossen Vorspannbewehrung ungleich höhere obere Grenzwerte der Traglast liefern.

Beim Translationsmechanismus wird vorausgesetzt, dass sich an beiden Trägerenden derselbe Mechanismus mit derselben zugrundegelegten Gleitlinie  $P_1P_2$  einstellt. Damit stellt die Lage des Punktes  $P_2$  den einzigen freien Parameter dar. Für fest gewählte Koordinaten des Punktes  $P_1$  wird das geringste Verhältnis zwischen Dissipation und Arbeit der äusseren Bruchkräfte für Gleitlinien erreicht, deren Projektion auf die Brückenlängsachse acht Bügelabständen  $s = 0.3$  m entspricht. Dissipationsarbeit leistet neben der Bügel- und Vorspannbewehrung auch der Stegbeton. Wegen der Translationsbewegung darf zur Berechnung der Dissipation des Betons mit einer mittleren Breite des Stegbetons gerechnet werden. Die so ausgewiesene Tragreserve gegenüber den Bruchlasten beträgt 29%.

Der Rotationsmechanismus mit Reserven von 77% ist nicht massgebend. Die obere Längsbewehrung in E steuert trotz geringem Rotationswinkel  $1/(L-0.75 \text{ m})$  einen grossen Anteil an die Gesamtdissipation bei.

Interessant ist die Tatsache, dass beide Mechanismen für dieselbe Lage von  $P_2$  den geringsten und somit massgebenden Quotienten  $D/W$  liefern. Für die effektive Betondruckfestigkeit  $f_c$  wird anhand von (2.12) bei beiden Mechanismen ein unterer Grenzwert [67] von  $f_c = 20.6 \text{ MPa}$  verwendet.

### 5.3.5 Beurteilung

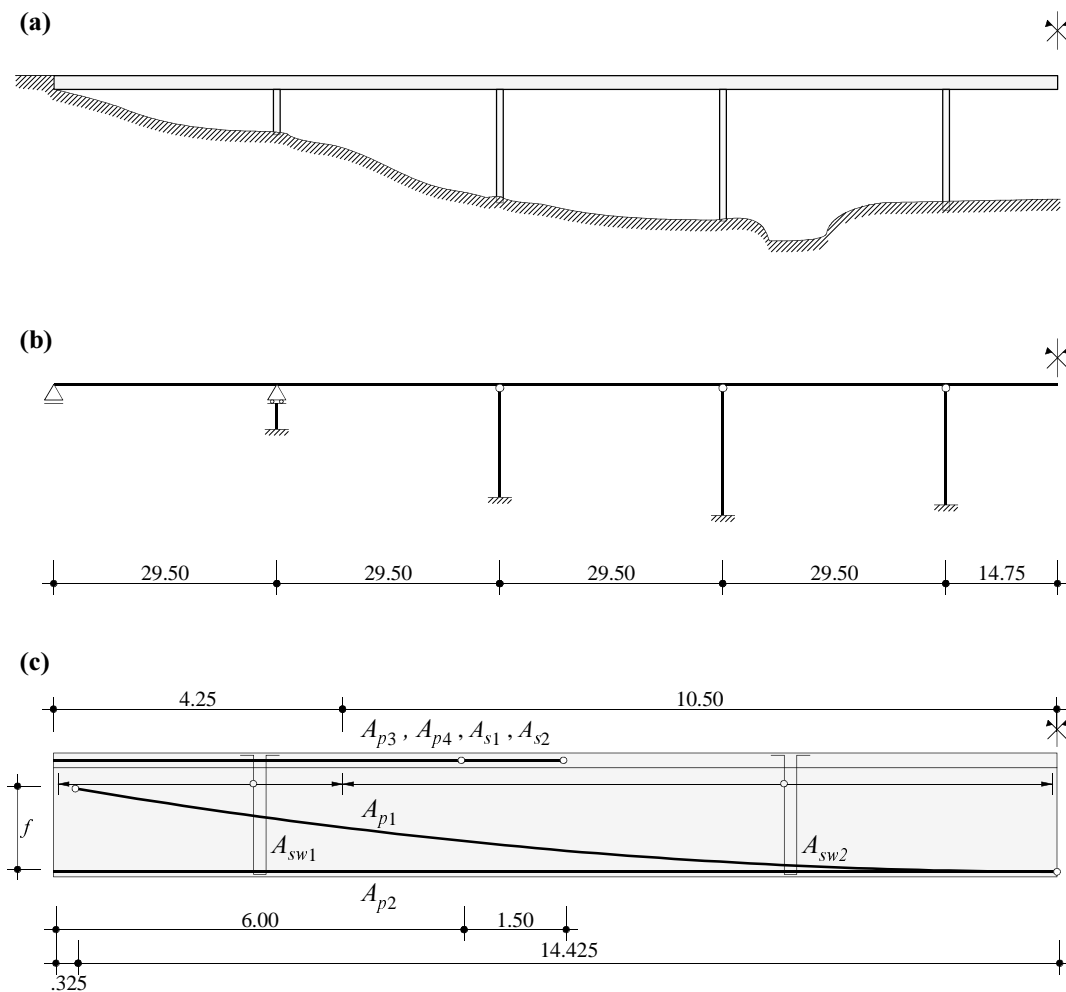
Die lokal sehr hohen Betondruckspannungen im Spannungsfeld von Bild 5.7(a) könnten mit weiter verfeinerten Untersuchungen noch reduziert werden. Die mit dem Translationsmechanismus von Bild 5.7(b) ermittelte Tragreserve von 29% ist vergleichbar mit dem Beispiel aus Kapitel 5.2, das theoretisch und experimentell intensiv untersucht wurde [69-71] und bei welchem auf Verstärkungsmassnahmen weitgehend verzichtet werden konnte. Zudem liegen bei den übrigen Stützenbereichen des Aabachviaduktes im allgemeinen wesentlich günstigere Verhältnisse vor als bei Stütze F. Die vorhandene Tragsicherheit ist deshalb annehmbar.

## 5.4 Beispiel 3: Pont sur la Veveyse de Châtel

### 5.4.1 Einleitung

Die Bilder 5.8 und 5.9 zeigen die geometrischen Verhältnisse der Brücke über die Veveyse. Sie ist im Grundriss mit einem Radius von 2'000 m gekrümmt und überquert das Veveyse-Tal in neun Spannweiten von 29.5 m. In Querrichtung besteht sie aus sechs vorgefertigten, 1.6 m hohen, 28.85 m langen I-Trägern mit 0.18 m breiten Stegen. Die 0.22 m dicke Ortbeton-Fahrbahnplatte verbindet die I-Träger zusammen mit den zwischen 1.0 und 1.2 m Breite variierenden Ortbeton-Stützenquerträgern zu einem monolithischen Tragwerk, das auf gelenkig oder verschieblich angeschlossenen Stützen ruht. Die Fahrbahnplatte wurde auf vorgefertigten, 0.07 m dicken Betonbrettern hergestellt, die auf die 1.65 m breiten Trägeroberflansche aufgelegt wurden. Die 19.5 m breite Verkehrsfläche ist mit einem 0.10 m dicken Belag versehen.

Die vorgefertigten Träger sind im Unterflansch mit einer Spannbettvorspannung der Querschnittsfläche  $A_{p2}$  vorgespannt. Zusätzlich sind sie mit je einem parabolisch geführten Spannglied mit einer Pfeilhöhe von 1.23 m und der Querschnittsfläche  $A_{p1}$  versehen. Nach dem Betonieren der Fahrbahnplatte wurden darin eingelegte, über die Stützen führende gerade Litzenspannglieder der Querschnittsfläche  $A_{p3}$  bzw.  $A_{p4}$  vorgespannt, die 6.0 respektive 7.5 m seitlich der Stütze verankert wurden. Als Bügelbewehrung sind seit-



**Bild 5.8** – Pont sur la Veveyse du Châtel: (a) Ansicht; (b) Statisches System; (c) Längsschnitt eines Innenfeldträgers. Abmessungen in m.

lich der Zwischenstützen zweischnittige Bügel  $\varnothing 12 @ 150$  und im Feld  $\varnothing 6 @ 150$  vorhanden.

Die Schubtragsicherheit gemäss der Norm SIA 162 [60] kann insbesondere bei den Übergängen zwischen den unterschiedlichen Bügelbewehrungsquerschnitten nicht nachgewiesen werden. Andererseits ergeben sich zwar knappe, aber genügende Biegetragsicherheiten.

Ziel der verfeinerten rechnerischen Untersuchung ist es, die Tragsicherheit des Pont sur la Veveyse zu beurteilen. Zu diesem Zweck werden diskontinuierliche Spannungsfelder entwickelt und mit oberen Grenzwerten der Traglast aus ebenen und räumlichen Bruchmechanismusbetrachtungen verglichen. In Ergänzung dazu wird überprüft, inwieweit es möglich ist, die auf die ganze Verkehrsfläche wirkenden Belastungen in Querrichtung zu verteilen.



### 5.4.2 Grundlagen

Die Rechenwerte der verwendeten Baustoffe sind in Tabelle 5.5 zusammengefasst. Die Spannungen  $\sigma_{p\infty}$  in den Vorspannbewehrungen schliessen sämtliche Reibungsverluste mit ein.

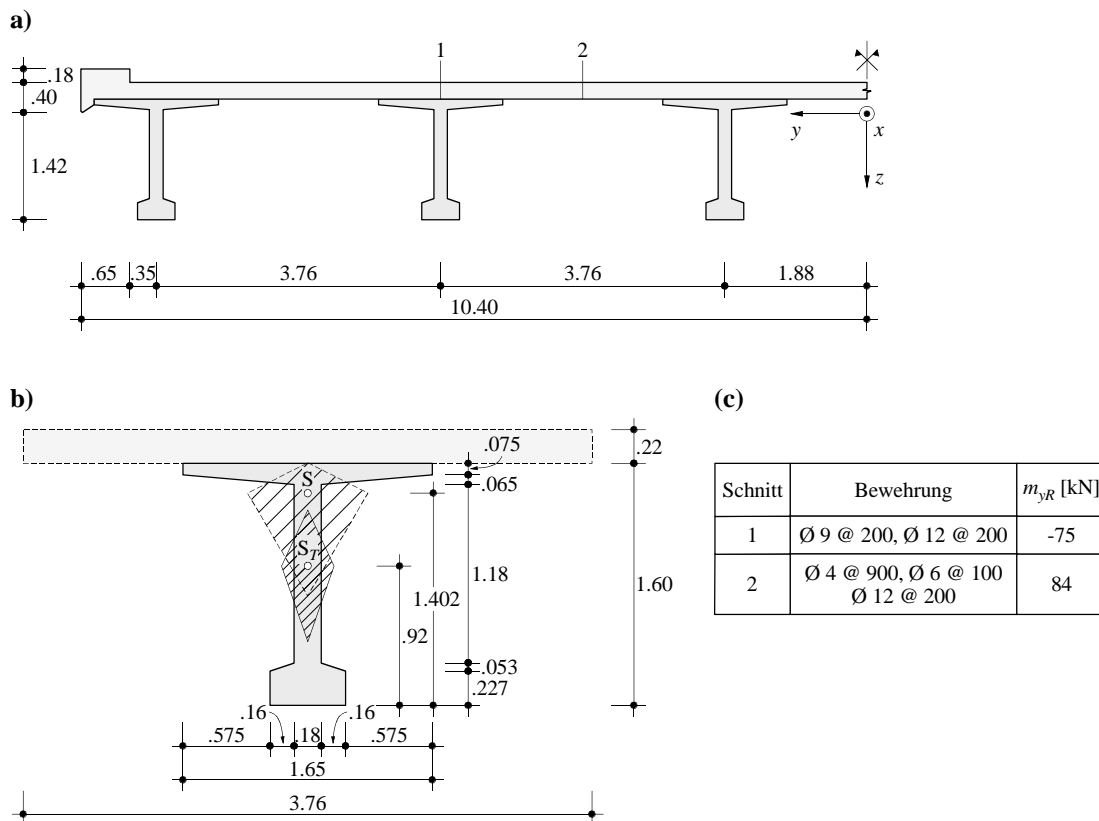
Als Einwirkungen werden neben der Eigenlast der Träger und der Fahrbahnplatte der 0.1 m starke Belag und die Nutzlasten gemäss [58] unter Anwendung der Lastfaktoren  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  sowie des Widerstandsbeiwertes  $\gamma_R$  erfasst. Auf diese Weise erhöhte Belastungen werden wie in den Kapiteln 5.2 und 5.3 Bruchlasten genannt.

Baustoff	$f_{cw,min}$ [MPa]	$f_{cc}$ [MPa]	$\sigma_{p\infty}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]
Träger	80	$0.8 \times 80 = 64$		
Fahrbahnplatte	42.5	$0.8 \times 42.5 = 34$		
Betonstahl Ø 6 mm			0	500
Betonstahl, übrige Bewehrung			0	460
Parabolische Spannglieder, Drähte Ø 6 mm (1)			1'125	1'500
Spannbett, Drähte Ø 7 mm (2)			870	1'500
Litzenspannglieder Ø 0.5" über den Stützen (3,4)			1'100	1'500

**Tabelle 5.5** – Aktualisierte Rechenwerte der Baustoffe.

Die vorfabrizierten Träger haben im mittleren Bereich eine Querschnittsfläche von  $0.527 \text{ m}^2$ ; dies entspricht einer Bruchbelastung von  $0.527 \times 25 \times 1.3 \times 1.2 = 20.6 \text{ kNm}^{-1}$ . Fahrbahnplatte und Belag der 19.5 m breiten Verkehrsfläche ergeben zusammen eine verteilte Bruchbelastung von  $(0.22 \times 25 + 0.10 \times 24) \times 1.3 \times 1.2 = 12.3 \text{ kPa}$ . Die 0.375 m breiten verstärkten Fahrbahnränder bewirken ihrerseits je eine Bruchbelastung von etwa  $7.5 \times 1.3 \times 1.2 = 11.7 \text{ kNm}^{-1}$ .

Die Achsgruppe des Lastmodells 1 [58] wird unter Berücksichtigung eines dynamischen Beiwerts von  $\Phi_{dyn} = 1.8$  mit  $4 \times 75 \times 1.8 \times 1.5 \times 1.2 = 972 \text{ kN}$  in Rechnung gestellt. Lastmodell 2 [58] ist über eine Breite von 3.0 m verteilt und bewirkt eine verteilte Bruchbelastung von  $5 \times 1.5 \times 1.2 = 9 \text{ kPa}$ , während für das Lastmodell 3 [58] in den übrigen Bereichen  $2.5 \times 1.5 \times 1.2 = 4.5 \text{ kPa}$  zu veranschlagen sind.



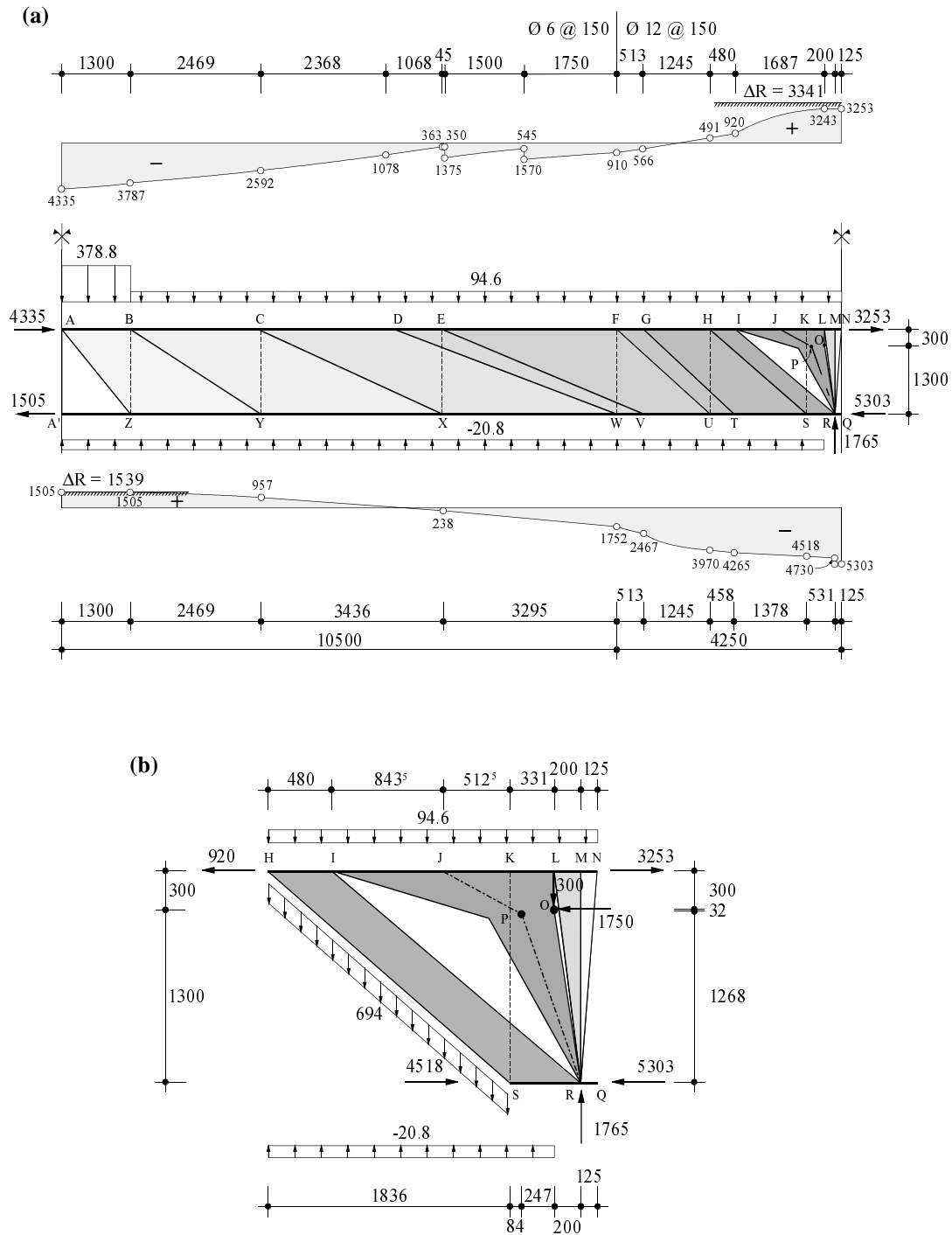
**Bild 5.9** – Pont sur la Veveyse du Châtel: (a) Brückenquerschnitt; (b) Trägerquerschnitt; (c) Plattenfliessmomente in Querrichtung. Abmessungen in m.

### 5.4.3 Spannungsfelder

Bild 5.10 zeigt ein diskontinuierliches Spannungsfeld für einen der vier inneren Träger eines Innenfeldes. Vereinfachend wird angenommen, die Lastmodelle 1 und 2 [58] seien zentrisch auf diesem einen Träger verteilt angeordnet. Der Träger hat also eine Linienlast von  $20.6 + 3.76 \times (12.3 + 4.5) + 2 \times 4.5 \times 1.5 \times 3.01 / 3.76 = 94.6 \text{ kNm}^{-1}$  und einen zusätzlichen Anteil gemäss Lastmodell 1 [58] von  $972 \times 2.86 / 3.76 = 739 \text{ kN}$  aufzunehmen. Pro halbe Spannweite resultiert in R eine Auflagerkraft von  $14.75 \times 94.6 + 739 / 2 = 1765 \text{ kN}$ .

Die Wirkung der Kraft im parabolischen Spannglied wird mit auf den Betonquerschnitt wirkenden Anker- und Umlenkkräften erfasst ( $P_{\infty 1} = 55 \times 6^2 \times (\pi/4) \times 1.125 = 1'750 \text{ kN}$ ,  $u_{\infty} = 8 \times 1'750 \times 1.23 / 28.85^2 = 20.7 \text{ kNm}^{-1}$ ). Für die Vorspannbewehrungen im Unter- und Obergurt ergeben sich mit den Werten aus Tabelle 5.5 die Ankerkräfte  $P_{\infty 2} = 32 \times 7^2 \times (\pi/4) \times 0.87 = 1'070 \text{ kN}$  und  $P_{\infty 3,4} = 2 \times 10 \times 93 \times 1.1 = 2 \times 1'025 \text{ kN}$ . Es wird angenommen, dass sich die Spannbettvorspannung über eine Länge von 2 m linear aufbaut.

Die Einführung der Vorspannung auf der Lastseite hat den Vorteil, dass der Gurtkraftverlauf mehr oder weniger realistisch ermittelt werden kann. Dieser Verlauf kann darüber



**Bild 5.10** – Pont sur la Veveyse du Châtel: (a) Diskontinuierliches Spannungsfeld für einen Innenfeldträger; (b) Detail Auflagerbereich. Abmessungen in mm, Kräfte in kN, Linienlasten in  $\text{kNm}^{-1}$ .

Auskunft geben, wo mit einer Dekompression des Querschnitts zu rechnen ist. Selbstverständlich dürfen die Widerstände aus der Vorspannbewehrung nur mit dem Spannkraftzuwachs  $\Delta P_y = P_y - P_\infty$  in Rechnung gestellt werden. Falls der Untergurt in Feldmitte ins Fließen gebracht wird, steht dort ein Widerstand von  $(1'070/0.87) \times 1.5 - 1'070 + (1'750/1.125) \times 1.5 - 1'750 + 5 \times 10^2 \times (\pi/4) \times 0.46 = 775 + 583 + 181 = 1'539$  kN zur Verfügung.

gung. Im Obergurt sind  $(2050/1.1) \times 1.5 - 2'050 + 5'654 \times 0.46 = 740 + 2'601 = 3'341$  kN als Zugwiderstand vorhanden. Im 21 m langen Bereich des Innenfeldes sind zweischnittige Bügel  $\varnothing 6 @ 150$  vorhanden, die bei voller Ausnutzung einen Bügelbewehrungswiderstand von  $2 \times 6^2 \times (\pi/4) \times (0.50/0.15) = 188$  kNm<sup>-1</sup> bewirken. In den Endbereichen ist dank der zweischnittigen Bügelbewehrung  $\varnothing 12 @ 150$  ein gegenüber dem Innenfeldbereich vierfacher Bügelbewehrungsquerschnitt vorhanden, der einen Bügelbewehrungswiderstand von  $2 \times 12^2 \times (\pi/4) \times (0.46/0.15) = 694$  kNm<sup>-1</sup> mobilisieren kann.

Mit diesen Widerständen ist es möglich, zusammen mit den äusseren Belastungen und der Vorspannung ein diskontinuierliches Spannungsfeld gemäss Bild 5.10 zu entwickeln, das nirgends die Rechenwerte der Materialfestigkeiten übersteigt. Die Umlenkkräfte des parabolischen Spanngliedes wirken den äusseren Belastungen entgegen und werden direkt mit diesen verrechnet. Die 0.65 m von der Feldmitte entfernt wirkende Achslast wird über eine Länge von 1.3 m gleichmässig verteilt. Die effektive Steghöhe wird zu 1.6 m gesetzt. Dies ist gerechtfertigt, da die Druckkraft von 5'303 kN in Q problemlos vom Untergurt aufgenommen werden kann ( $0.22 \times 0.50 \times 64 \times 10^3 = 7'040$  kN > 5'303 kN). Die Untergurtkraft in A' erreicht mit 1'505 kN praktisch den Tragwiderstand von 1'539 kN. Dasselbe gilt für den Obergurt in N, wo 3'341 kN > 3'253 kN ist.

Die Veränderungen der Gurtkräfte werden durch die Horizontalkomponenten der in den fächerförmigen Druckfeldern ABYZ, BCXY, CDWX, DEVW, EFUV, FGTV, GHST und HIRS übertragenen Druckkräfte bewirkt. Generell werden die Bügelbewehrungskräfte entlang WZ voll ausgenützt. Einzig rechts vom Punkt W der Diskontinuität DW ergäbe sich bei voller Ausnutzung der Bügelbewehrungskraft die sehr hohe Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3} = 694/180 \times (1 + (3295 + 1068)^2 / 1600^2) = 32.5$  MPa, die einer effektiven Druckfestigkeit  $f_c = 1.6 \times 64^{2/3} = 25.6$  MPa [39] gegenübergestellt werden müsste. Deshalb wird entlang VW die Ausnutzung der Bügelbewehrung auf  $(1068/513) \times (188 + 94.6 - 20.8) = 545$  kNm<sup>-1</sup> reduziert, was in W zu einer Reduktion der Betonhauptdruckspannung auf  $-\sigma_{c3} = (545/694) \times 32.5 = 25.5$  MPa führt. Dies entspricht gerade der effektiven Betondruckfestigkeit  $f_c$ . Rechts von V werden die Bügel  $\varnothing 12$  mm erstmals voll ausgenützt, und für die Betonhauptdruckspannung  $-\sigma_{c3}$  ergeben sich  $(694/180) \times (1 + (3295 + 513)^2 / 1600^2) = 25.6$  MPa. Im Auflagerbereich könnten sich lokal aus dem betrachteten Spannungsfeld zum Teil noch höhere Betonhauptdruckspannungen ergeben, z.B. bei H, P und R. In diesen Bereichen ist jedoch der Steg auf 0.5 m verdickt, und zudem ist ein massiver Querträger über den Stützen vorhanden, so dass diese Spannungen unbedenklich sind.

Die Bügel im Bereich HMRU binden die Last entlang RU in den Obergurt, wo letztlich  $(0.8435 + 0.5125 + 0.331) \times (694 + 94.6 - 20.8) = 1'296$  kN über die Druckstrebe JP und mit der Wirkung der Ankerkraft aus Vorspannung entlang PR (300 kN) ins Lager eingeleitet werden. Dort vereinen sie sich mit den Belastungen des Obergurts entlang LM (158 kN) und MN (11 kN) zur Auflagerkraft von 1'765 kN.

Die Verankerung der Vorspannung in der Fahrbahnplatte führt zu einem abgetreppten Verlauf der Obergurtkraft. Der Obergurt wird nur über eine Länge von gut 2 m seitlich

der Zwischenstütze dekomprimiert, währenddem in Feldmitte insgesamt 12 m des Untergrundes Zugkräfte aufzunehmen haben.

Wird die Durchlaufwirkung der Fahrbahnplatte in Querrichtung berücksichtigt, so kann der untersuchte Träger auf Kosten seiner Nachbarn noch geringfügig entlastet werden. Damit ergeben sich noch günstigere Verhältnisse als die hier vorgestellten. Insbesondere, um auch für die Randfelder eine möglichst hohe Tragsicherheit nachweisen zu können, ist es angebracht, die Durchlaufwirkung der Fahrbahnplatte heranzuziehen. Damit erreicht man eine ausgewogene Auslastung der Längsträger.

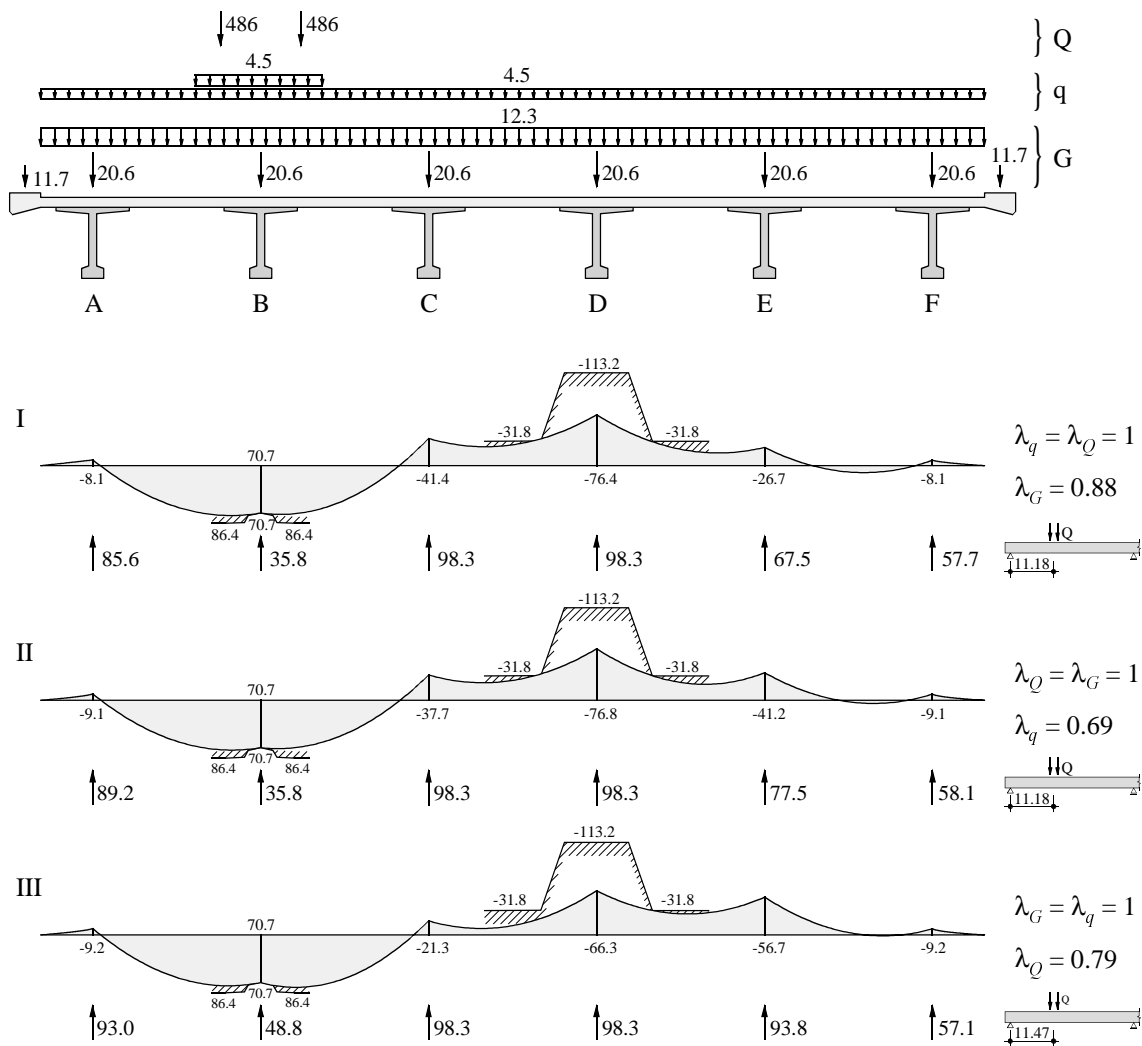
Die kritischsten Verhältnisse ergeben sich, wenn der randnächste Innenträger (Träger B) die Lastmodelle 1 und 2 [58] alleine zu tragen hat, wie dies aus Bild 5.11 ersichtlich ist. Die dem Lastmodell 1 entsprechende Bruchlast von 972 kN wird in Querrichtung zu einer einzelnen, in der Trägerachse wirkenden Kraft zusammengefasst. Im folgenden wird die Interaktion von Dauerlasten  $G$ , verteilten Nutzlasten  $q$  (Lastmodelle 2 und 3) sowie punktuellen Nutzlasten  $Q$  (Lastmodell 1) untersucht.

Einfache Abschätzungen zeigen, dass die vollständigen Bruchlasten nicht aufgenommen werden können. Deshalb werden die Lasten jeweils einer Lastgruppe um einen Faktor  $\lambda$  reduziert, während die beiden anderen Gruppen in voller Grösse ( $\lambda = 1$ ) aufgebracht werden. Bild 5.11 zeigt zugehörige Momentendiagramme für die Momente in Brückenquerrichtung, die sich unter maximaler Ausnutzung der entsprechenden Biegegewidderstände und unter Berücksichtigung der für gleichmässig verteilte Linienlasten vorhandenen Tragwiderstände der sechs Längsträger ergeben. Die Querbiegemomente über den Trägern sind ein Mass dafür, wie viel der auf den Träger B wirkenden Linienlast den übrigen Trägern übertragen werden kann. Aus Bild 5.11 sind neben den von den einzelnen Trägern aufgenommenen Linienlasten auch die zur Querverteilung nötigen Biegegewidderstände der Fahrbahnplatte ersichtlich.

Für den Fall I müsste die normgemässe Bruchbelastung aus den Dauerlasten um 12% abgemindert werden ( $\lambda_G = 0.88$ ), um nirgends eine Überbeanspruchung hervorzurufen. Die von den Trägern B, C und D aufnehmbaren Linienlasten würden in einem solchen Fall gerade erreicht. Der Randträger A, dessen Widerstand für eine Linienlast von  $113.8 \text{ kNm}^{-1}$  erschöpft wäre, kann wegen seines mangelnden Torsionswiderstands nicht ausgenützt werden. Analog gilt für den Randträger F  $57.7 < 113.8 \text{ kNm}^{-1}$  und den Innenträger E  $67.5 < 98.3 \text{ kNm}^{-1}$ .

Für den Fall II ist  $\lambda_q = 0.69$ , d.h. bezüglich der Lastmodelle 2 und 3 [58] besteht ein Widerstandsdefizit von 31%. Die Träger A, E und F werden wie beim Fall I nicht voll ausgenützt (A:  $89.2 < 113.8 \text{ kNm}^{-1}$ ; E:  $77.5 < 98.3 \text{ kNm}^{-1}$ ; F:  $58.1 < 113.8 \text{ kNm}^{-1}$ ), währenddem die übrigen Träger voll ausgenützt sind.

Im Fall III ergibt sich  $\lambda_Q = 0.79$ , d.h. die konzentrierte Einzellast muss um 21% reduziert werden, um die vorhandenen Widerstände nicht zu überschreiten. In diesem Fall sind



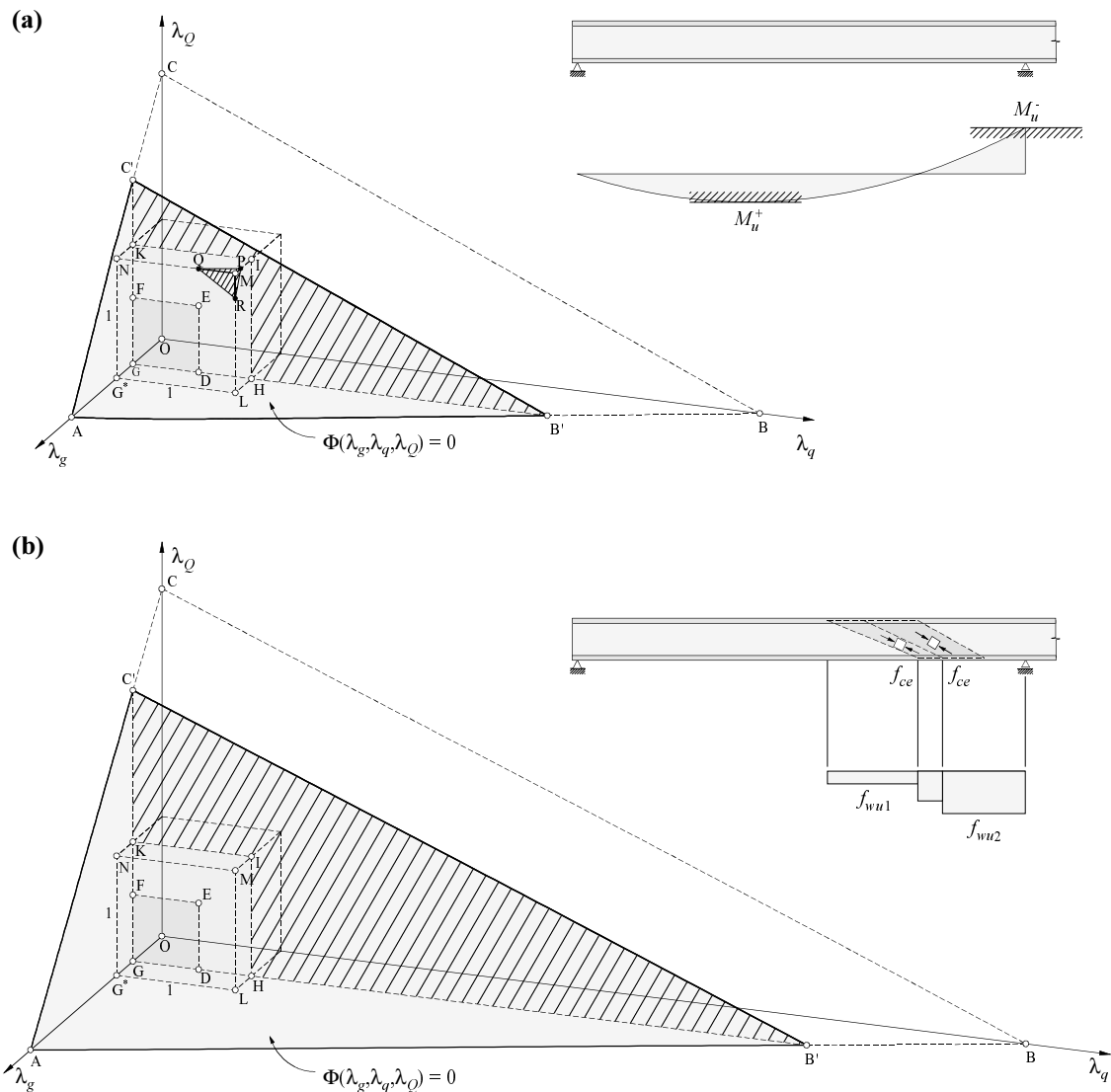
**Bild 5.11** – Pont sur la Veveyse du Châtel: Querbiegemomente in der Fahrbahnplatte sowie von den einzelnen Trägern in Längsrichtung abgetragene Linienlasten. Einzellasten in kN, Linienlasten in  $\text{kNm}^{-1}$ , Flächenlasten in  $\text{kPa}$ , Querbiegemomente in kN und Längen in m.

mit Ausnahme der Randträger (A:  $93.0 < 113.8 \text{ kNm}^{-1}$ ; F:  $57.1 < 113.8 \text{ kNm}^{-1}$ ) alle Träger ausgenutzt.

Die Lastabtragung in den Längsträgern ist generell durch die Biegesteifigkeiten limitiert. Für die Querkraftbeanspruchung sind etwa ähnliche Verhältnisse wie für die Innenfelder zu erwarten, so dass auf eine zusätzliche Entwicklung eines diskontinuierlichen Spannungsfeldes verzichtet werden kann.

Für beliebige Kombinationen von  $\lambda_G$ ,  $\lambda_q$  und  $\lambda_Q$ , und für verschiedene Versagensformen lassen sich approximative Fließfiguren im Belastungsraum definieren (untere Grenzwerte), siehe Bild 5.12 und vgl. Kapitel 3.8.1.

Könnten beim untersuchten Biegeversagen sämtliche Belastungen ohne Überschreiten der Tragwiderstände aufgenommen werden, so wäre für Punkt M in Bild 5.12(a) die



**Bild 5.12** – Approximative Fließfiguren im Belastungsraum: (a) Biegeversagen; (b) Querkraftversagen in den Randspannweiten.

Bedingung  $\Phi(1,1,1) = 0$  erfüllt. Die drei untersuchten Fälle gemäss Bild 5.11 werden in Bild 5.12(a) durch die Punkte P, Q und R repräsentiert. Stellt man eine linearisierte Interaktion zwischen diesen Punkten auf, so ergibt sich für die drei Lastparameter eine Ebenengleichung:

$$0.54\lambda_G + 0.21\lambda_q + 0.31\lambda_Q = 1 \quad (5.3)$$

Der Wert  $\lambda = \lambda_G = \lambda_q = \lambda_Q = 0.94$  erfüllt die Gleichung (5.3) und repräsentiert den einem statisch zulässigen Spannungsfeld zugehörigen Lastparameter, unter welchem die Tragfähigkeit des Randfeldes gerade erschöpft ist.

Bild 5.12(b) visualisiert eine analoge Untersuchung des Randfeldes, jedoch unter der Annahme eines Querkraftversagens der Stege. Wie leicht erkennbar ist, befindet sich im Gegensatz zu Bild 5.12(a) der Punkt M mit  $\lambda_G = \lambda_q = \lambda_Q = 1$  weit innerhalb der Fließ-

fläche  $\Phi(\lambda_G, \lambda_q, \lambda_Q) = 0$ , so dass es auch unter Bruchbelastungen zu keinen Überschreitungen der Tragwiderstände der Längsträger und der Fahrbahnplatte kommt.

#### 5.4.4 Bruchmechanismen

In Ergänzung zu den unteren Grenzwerten werden Bruchmechanismen analysiert [26]. Die in Bild 5.13 dargestellten Verschiebungszustände sind globale Mechanismen, welche auf alle sechs Längsträger gemeinsam zutreffen. Die effektive Steghöhe wird wie zuvor bei der Entwicklung des diskontinuierlichen Spannungsfeldes zu 1.60 m angenommen. Die Mechanismen 1 und 3 stellen Stegdruckbruchmechanismen dar, die Mechanismen 2 und 5 sind reine Biegemechanismen, und Mechanismus 4 repräsentiert eine Kombination aus einem Biegeschub- mit einem Stegdruckbruch. Währenddem bei Stegdruckbrüchen der Stegbeton entlang der gekrümmten (Mechanismus 1) oder geraden Gleitlinien (Mechanismus 3) zur Gesamtdissipation beiträgt, sind die übrigen Mechanismen durch sogenannte Kollapsrisse ohne Dissipation im Beton charakterisiert.

Die jeweils massgebenden Mechanismen werden für freie Parameter (Lage der Gleitlinien und Kollapsrisse) durch Minimierung des Quotienten  $D/W$  gefunden, wobei  $D$  die gesamte Dissipationsarbeit in Beton und Bewehrung zusammenfasst und  $W$  die zum jeweiligen Verschiebungszustand gehörige Arbeit der äusseren Bruchkräfte beschreibt. Unterschreitet der Quotient  $D/W$  den Wert 1, so ist eine ungenügende Tragsicherheit vorhanden, da mit Bruchmechanismen immer obere Grenzwerte der Traglast ermittelt werden.

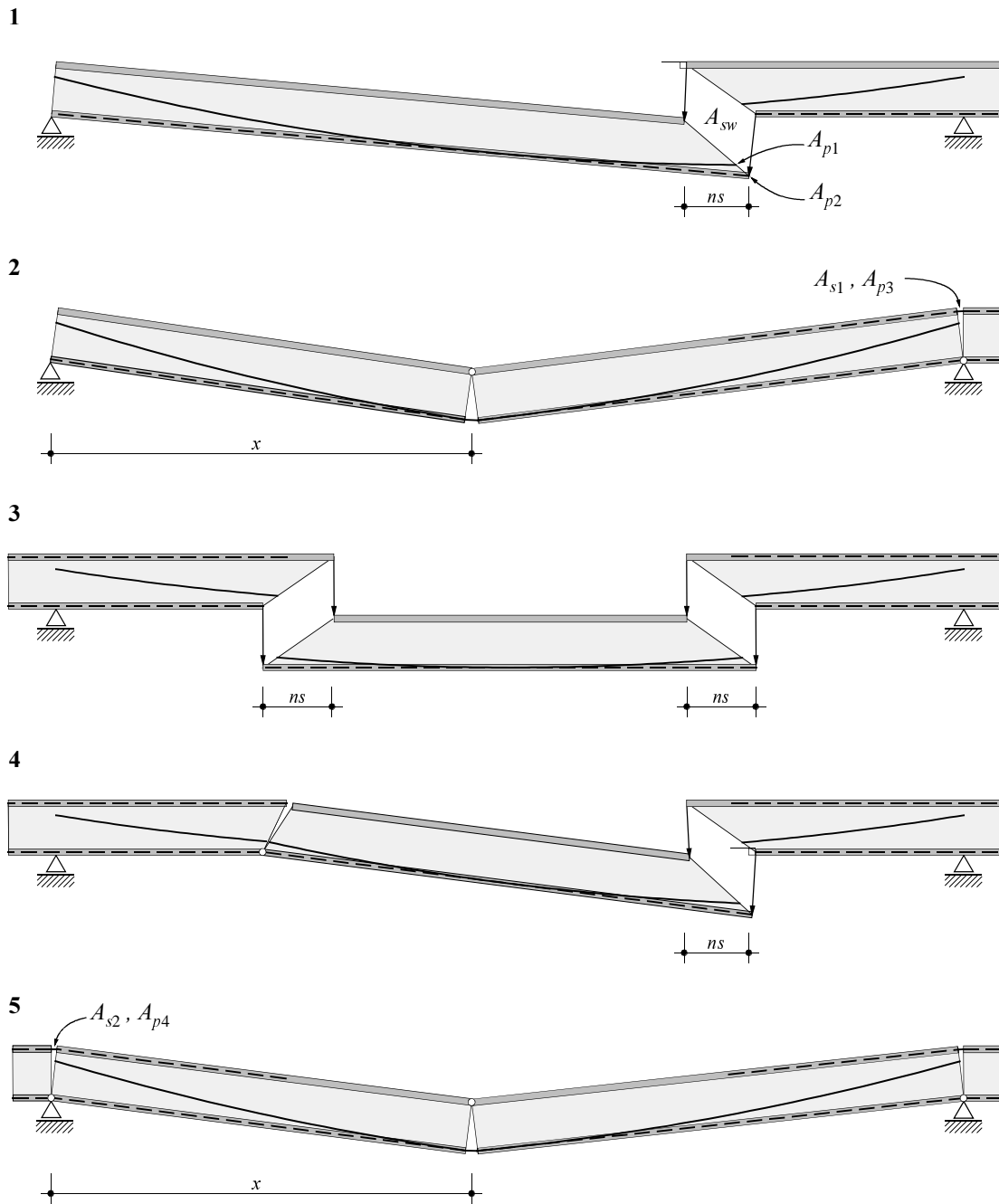
Der Berechnung der Arbeit der äusseren Kräfte  $W$  liegt eine totale Eigenlast auf Bruchniveau von  $6 \times 20.6 + 19.5 \times 12.3 + 2 \times 11.7 = 387 \text{ kNm}^{-1}$  zugrunde. Aus den Lastmodellen 2 und 3 [58] ergeben sich Bruchlasten von  $3 \times 9 + 16.5 \times 4.5 = 101 \text{ kNm}^{-1}$ , und schliesslich liefert das Lastmodell 1 [58] die bereits weiter vorn angegebenen 972 kN.

In Bild 5.13 sind die an der Dissipation beteiligten Widerstände angegeben. Bei Mechanismus 1 leistet neben der Bügelbewehrung  $A_{sw}$  und der Spanngliedbewehrung des parabolischen Spannglieds  $A_{p1}$  auch die Spannbettvorspannung  $A_{p2}$  Dissipationsarbeit. In Mechanismus 2 wird sowohl im parabolischen Spannglied und der Spannbettbewehrung als auch in den Litzenspanngliedern  $A_{p3}$  und der schlaffen Längsbewehrung  $A_{s1}$  über den Stützen Energie dissipiert. Analog werden bei Mechanismus 5 zusätzlich die Bewehrungen  $A_{p4}$  und  $A_{s2}$  involviert. Entlang den Gleitlinien der Mechanismen 1, 3 und 4 leistet auch der Beton Dissipationsarbeit.

Tabelle 5.6 fasst die Ergebnisse der Berechnungen zusammen. Für die effektive Betondruckfestigkeit wird zwischen zwei Werten unterschieden [39,67], vgl. Kapitel 2.1.3. Sowohl für die Rand- wie für die Innenfelder wird das Biegeversagen am kritischsten (Mechanismen 2 bzw. 5). Die übrigen Mechanismen weisen höhere obere Grenzwerte auf.

Um auch die Möglichkeit eines lokalen Versagens zu überprüfen, werden gemäss Bild 5.14 für Rand- und Innenfelder sieben weitere Mechanismen untersucht. Torsionswider-

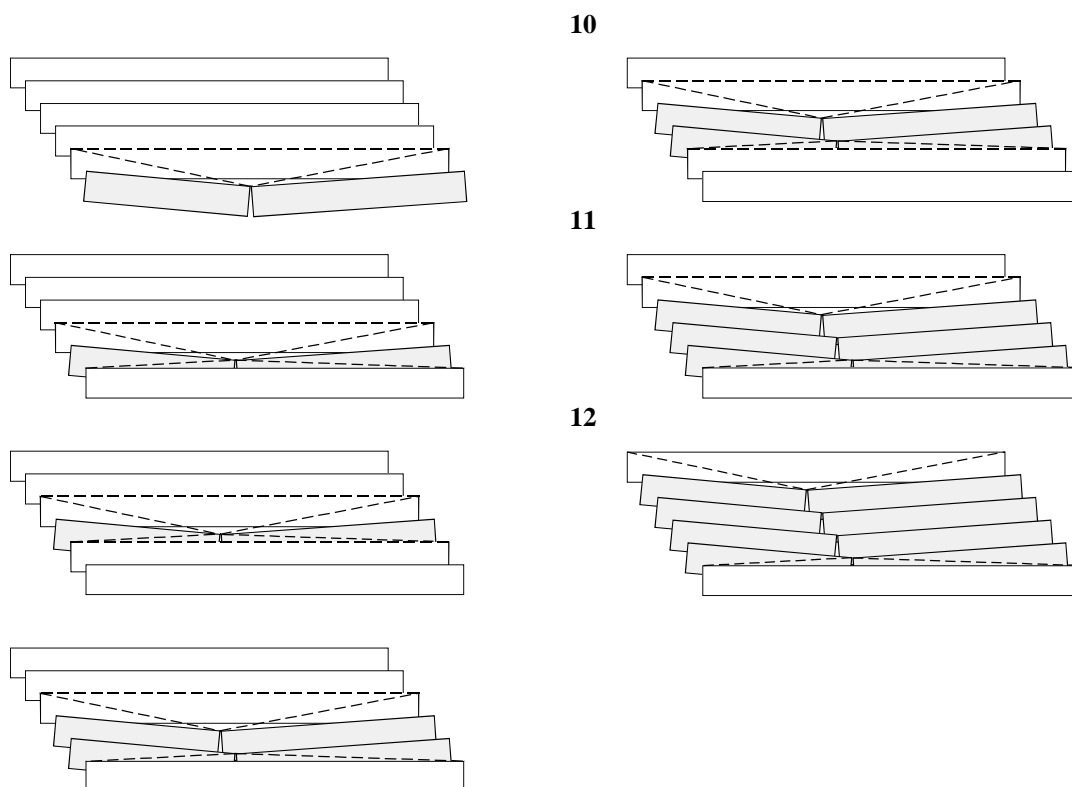




**Bild 5.13** – Pont sur la Veveyse du Châtel: Globale Mechanismen.

stände der Randträger werden vernachlässigt, und sämtliche in den Oberflanschen verlegten Spannglieder werden als in den Trägerachsen wirkend angesetzt, d.h. Spannglieder in Oberflanschen von Trägern, die im jeweiligen Mechanismus starr bleiben, leisten keinen Anteil an die Dissipationsarbeit. Die strichlierten Linien in Bild 5.14 stellen Fließgelenklinien dar, entlang welchen die Biege­widerstände der Fahr­bahnplatte in Quer- und teilweise in Längsrichtung aktiviert werden.

Tabelle 5.7 fasst die Berechnung dieser lokalen Mechanismen zusammen. Wie man sieht, ist Mechanismus 12 sowohl für die Rand- als auch für die Innenfelder kritischer als



**Bild 5.14** – Pont sur la Veveyse du Châtel: Lokale Biegemechanismen.

Mechanismus	1	2	3	4	5	
$D/W$	1.72	1.17	2.18	2.17	1.44	$f_c$ gemäss (2.12) [67]
	1.96		2.53	2.50		$f_c$ gemäss (2.11) [39]
$n_s$ [m]	2.40	-	2.10	2.25		Länge der Horizontalprojektion der Gleitlinie
$x$ [m]	-	11	-	-	15	Auflagerabstand des Kollapsris-ses im Feld

**Tabelle 5.6** – Minimalwerte der Verhältnisse  $D/W$  und zugehörige geometrische Größen für verschiedene globale Mechanismen.

Mechanismus	6	7	8	9	10	11	12
Randfeld	1.31	1.26	1.51	1.18	1.33	1.20	1.12
Innenfeld	1.47	1.40	1.65	1.36	1.51	1.40	1.33

**Tabelle 5.7** – Minimalwerte der Verhältnisse  $D/W$  für verschiedene lokale Mechanismen.

die oben betrachteten globalen Mechanismen. Diese Tatsache passt sehr gut zu den Überprüfungen von Kapitel 5.4.3, wo gefolgert wurde, dass unter Bruchlasten ein Biegeversagen der inneren Träger zu erwarten ist, währenddem die Randträger ihre Tragkapazität nicht erreichen. Das Resultat des statischen Grenzwertes der Traglast von  $\lambda = 0.94$  kann somit direkt mit dem kinematisch ermittelten oberen Grenzwert der Traglast von  $D/W = 1.12$  verglichen werden. Die Übereinstimmung der beiden Betrachtungsweisen darf als sehr gut bezeichnet werden.

#### 5.4.5 Beurteilung

In den beiden Randfeldern herrschen bezüglich der Tragsicherheit etwas kritischere Verhältnisse vor als in den sieben Innenfeldern. Massgebend ist nicht die Schubtragsicherheit sondern die Biegetragsicherheit. Der niedrigste obere Grenzwert weist eine Tragreserve von 12% gegenüber den nominellen Bruchlasten nach [58] auf, währenddem ein auf Gleichgewichtszuständen basierender unterer Grenzwert mit einem Tragsicherheitsdefizit von 6% gefunden worden ist. Bei beiden Grenzwerten werden die Widerstände der Randträger nicht ausgenutzt. Die quantitative und qualitative Übereinstimmung von Biegemechanismus und Gleichgewichtsbetrachtung ist sehr gut.

### 5.5 Tragsicherheitsklassen

Im folgenden werden die Beispiele in der Form der Tabelle 4.1 in Tragsicherheitsklassen eingeteilt. Die Resultate dieser Klassifikation sind in Tabelle 5.8 festgehalten. Daraus geht hervor, dass eine einzig auf die Tragwiderstände gemäss der Norm SIA 162 [60] abgestellte rechnerische Beurteilung der Tragsicherheit bei allen drei Beispielen zu irreführenden, wenn nicht sogar fragwürdigen Schlussfolgerungen führen würde.

Tabelle 5.8 verdeutlicht, dass obere Grenzwerte der Traglast aus Bruchmechanismen mit Dissipation im Stegbeton bei allen Beispielen in der gleichen Grössenordnung oder höher liegen als vergleichbare Grenzwerte aus Kollapsrissmechanismen. Die ergänzenden diskontinuierlichen Spannungsfelder sind grösstenteils in der Lage, die nominellen Bruchbelastungen im Gleichgewicht zu halten. Teilweise vorhandene Überbeanspruchungen treten nur in lokal beschränkten Bereichen des Tragwerks auf und können insbesondere im Hinblick auf nicht erfasste rechnerische Tragwiderstände in Kauf genommen werden.

Gemäss Tabelle 5.8 liegen die vorgestellten Tragwerke im Mittel zwischen den Klassen 1 und 2, so dass auch mit vermeintlich niedrigen Schubtragsicherheiten gemäss [60] auf bauliche Verstärkungsmassnahmen verzichtet werden kann. Ohne verfeinerte rechnerische Überprüfungen wäre die Beurteilung der Tragsicherheit rund um eine Klasse schlechter ausgefallen und hätte zu grundlegend anderen Schlussfolgerungen geführt. Auf verfeinerte Berechnungen abgestützte Traglastberechnungen gestatten breiter abgestützte

Tragsicherheitsklassen	Kapitel 5.2			Kapitel 5.3			Kapitel 5.4		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Statischer Gesamteindruck Gebrauchszustand	x			x				x	
vorgespannte Tragwerke: Hauptzugspannungen $\sigma_{c1}$ am homogenen Betonquerschnitt $f_{ct}$ gemäss (2.5) [67]	1.6			1.4				0.9	
Biegung $M$ [60] $f_c = 0.65 \cdot f_{cw,min}$	1.4			1.5			1.0		
Querkraft $V$ [60] $f_c = f_{c,red}$			0.5		0.6			0.8	
Zonen mit mangelndem Widerstand zur Gewährleistung des Kräfteflusses im Bruchzustand		x		x			x		
mangelhafte konstruktive Details (Krafteinleitungen, Kraftumlenkungen, Aufhängebewehrung, Spannkraftverankerungen, Bewehrungsverankerung)			x	x			x		
diskontinuierliches Spannungsfeld $f_c$ gemäss (2.12) [67]		0.7				0.6	0.9		
diskontinuierliches Spannungsfeld $f_c$ gemäss (2.11) [39]		0.8			0.8		1.0		
Bruchmechanismen ohne Dissipation im Stegbeton	1.4			1.6				1.0	
Bruchmechanismen mit Dissipation im Stegbeton $f_c$ gemäss (2.12) [67]		1.1		1.3			1.7		
Bruchmechanismen mit Dissipation im Stegbeton $f_c$ gemäss (2.11) [39]	1.3			1.5			1.8		

**Tabelle 5.8** – Einteilung der Beispiele in Tragsicherheitsklassen.

Aussagen über die Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten und sollten bei der Beurteilung derselben unbedingt zur Anwendung gelangen.



# 6 Zusammenfassung und Folgerungen

## 6.1 Zusammenfassung

Im Rahmen der Erhaltung der baulichen Infrastruktur stellt die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten einen wichtigen Aspekt dar. Wegen der Vielzahl von Objekten, die in naher Zukunft zu untersuchen sind, drängen sich ergänzende rechnerische Untersuchungen auf, die über den mit den aktuellen Normen für Neubauten gesteckten Rahmen hinausgehen. Mit der vorliegenden Arbeit wird versucht, zu einem besseren Verständnis des Tragverhaltens bestehender Stahlbetonbauten beizutragen. Gleichzeitig soll ein mögliches Vorgehen bei der statischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten aufgezeigt werden.

Im ersten Teil dieser Arbeit (Kapitel 2) werden relevante Eigenschaften von Beton und Bewehrung erörtert, die Grundzüge der Traglastberechnungen zusammengefasst, der Einfluss der Vorspannung bei statisch unbestimmten Systemen untersucht und die zwischen sich ablösenden Normengenerationen festzustellende Entwicklung der zu berücksichtigenden Einwirkungen beurteilt.

Kapitel 2.1 fasst die wesentlichsten Eigenschaften der Baustoffe Beton und Bewehrungsstahl zusammen. Neben den gängigen Idealisierungen von Stoffgesetzen wird das Verhalten von Beton unter einachsiger, ebener und dreiachsiger Beanspruchung untersucht. In Kapitel 2.2 werden die Grundlagen der Traglastberechnungen anhand der Plastizitätstheorie zusammengestellt. Statische und kinematische Diskontinuitäten werden ausführlich behandelt.

Kapitel 2.3 widmet sich ausschliesslich dem Lastfall Vorspannung und untersucht den Einfluss plastischer Verformungen auf den Eigenspannungszustand des Spannbetonquerschnitts. Zu diesem Zwecke wird basierend auf einem linear elastisch-ideal plastischen Stoffgesetz das Trag- und Verformungsverhalten eines vorgespannten Zuggliedes analysiert. Weiterführende Überlegungen orientieren sich an einem vorgespannten Zweifeldträger und untersuchen insbesondere die Veränderung der Zwangbeanspruchung durch plastische Verformungen. Es wird hervorgehoben, dass nur eine adäquate Berücksichtigung der Vorspannung auf der Lastseite erlaubt, zwischen komprimierten und dekomprimierten Querschnitten zu unterscheiden. Erst wenn der Träger unter nomineller Bruchbelastung und dem Lastfall Vorspannung dekomprimiert, sind Dehnungs- und damit Kraftzunahmen im Bewehrungsstahl überhaupt denkbar. Diesem äusserst wichtigen Aspekt sollte in der Praxis vermehrt Rechnung getragen werden.

In Kapitel 2.4 werden im Rahmen der zeitlichen Entwicklung der Norm SIA 160 die zu berücksichtigenden Lasten für den Strassen- und Schienenverkehr besprochen. Es werden insbesondere die Abweichungen von der heutigen Ausgabe der Norm SIA 160 quantifiziert, so dass schon vor den eigentlichen rechnerischen Überprüfungen tendenzielle Aussagen über die Traglast gemacht werden können.

Im zweiten Teil (Kapitel 3) werden rechnerische Untersuchungen vorgestellt, die eine verfeinerte Aussage über die Höhe der zu erwartenden Traglast zulassen. Dabei werden die Normvorschriften einerseits durch diskontinuierliche Spannungsfelder ergänzt und andererseits durch Bruchmechanismen erweitert.

Kapitel 3.1 liefert einen kurzen Einblick in die geschichtliche Entwicklung der Nachweiskonzepte und in die damit verbundene, aktuelle Problematik bei der Beurteilung bestehender Stahlbetonbauten. Kapitel 3.2 fasst die Grundlagen diskontinuierlicher Spannungsfelder zusammen. Dabei werden in erster Linie parallelgurtige Träger untersucht. Die Unterschiede zwischen einer Bemessung und der rechnerischen Überprüfung werden speziell hervorgehoben. Auf Besonderheiten bei der Bemessung von Stegverstärkungselementen wird hingewiesen. In Kapitel 3.3 werden diskontinuierliche Spannungsfelder für ausschliesslich mit einer Vorspannbewehrung versehene Träger untersucht. In Analogie zu schlaff bewehrten Trägern wird von einer abschnittsweise konstanten Bügelbewehrung ausgegangen. Die Randkräfte im Spannglied werden an Schnittkörpern ermittelt. Zur Beschreibung des Kraftverlaufs im Spannglied entlang des Schnittkörperandes wird eine Differentialgleichung zweiter Ordnung entwickelt, deren Lösung durch numerische Verfahren erfolgt. In Ergänzung dazu werden Verankerungszonen von Spanngliedern im Bereich von Trägerenden untersucht. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der iterativen Bestimmung der endlichen Knotenabmessungen, die zu nicht-zentrierten Fächerformen führen. Unterschiede zu punktzentrierten Fächern werden hervorgehoben. In Kapitel 3.4 werden die Betrachtungen auf gemischt bewehrte Träger erweitert. Bei einer über die Trägerlänge variierenden Lage des Spanngliedes ist die Bestimmung der Kräfte im schlaff bewehrten Zuggurt, im Spannglied und in der Bügelbewehrung nur anhand der Gleichgewichtsbedingungen nicht möglich. Man ist gezwungen, eine der gesuchten Grössen a priori zu wählen. Aus diesem Grunde kommt der Bestimmung der Dekompression und deren Lage in Trägerlängsrichtung entscheidende Bedeutung zu, da sie festlegt, in welchen Bereichen überhaupt eine Veränderung der Kräfte in den Bewehrungen zu erwarten ist. Für einen linearen Gurtkraftverlauf im schlaff bewehrten Zuggurt wird eine Differentialgleichung zweiter Ordnung zur Bestimmung des Kraftverlaufs im Spannglied in Analogie zu Kapitel 3.3.1 entwickelt.

Kapitel 3.5 widmet sich ausschliesslich den Zwischenauflagern von vorgespannten Durchlaufträgern und quantifiziert die Unterschiede zwischen den Querkraftnachweisen nach der Norm SIA 162, Ausgabe 1993 und gemäss diskontinuierlichen Spannungsfeldern. Dabei sind wegen des für Biegung und Querkraft mehr oder weniger entkoppelten Nachweisverfahrens der Norm beträchtliche Unterschiede festzustellen. Die Unterschiede fallen insbesondere dann beträchtlich aus, wenn ein Grossteil der Biegebewehrung aus

stark vorgespannten gekrümmten Spanngliedern besteht. Im weiteren werden für unterschiedliche Bewehrungsanordnungen diskontinuierliche Spannungsfelder entwickelt. Auf grundsätzliche Überlegungen zur Fächerausbreitung wird hingewiesen, ebenso wie auf die Beziehungen zwischen Vorspannniveau und erforderlichen Bügelbewehrungskräften für unterschiedliche Fächerformen. Schliesslich wird der Einfluss der Auflagerknotenabmessungen bei parabolisch gekrümmtem Zuggurt untersucht. Es zeigt sich, dass für die Überprüfung der Gurtkräfte von punktzentrierten Fächern ausgegangen werden darf. Punktzentrierte Fächer liefern vergleichsweise höhere Gurtkräfte als eine Berechnung von Fächern mit Knoten endlicher Festigkeit.

Kapitel 3.6 widmet sich räumlichen Spannungsfeldern. Grundsätzliches zum räumlichen Kräftefluss wird anhand eines auf Torsion beanspruchten Kastenträgers erläutert. Neben dem hydrostatischen Spannungszustand in Knotenbereichen wird eine mögliche Vereinfachung anhand zweier ebener Spannungszustände diskutiert. Ausgehend von dieser Vereinfachung werden Spannungsfelder von indirekt gelagerten Trägerstegen von Durchlaufträgern entwickelt. Kreuzungsstellen zwischen Stegen und Querträger mit nur spärlicher oder gar keiner Aufhängebewehrung werden vertieft untersucht. Im besonderen wird auf die in solchen Fällen vorhandene gegenseitige Abhängigkeit des Tragverhaltens in Längs- und Querrichtung hingewiesen. Sie kann bei fehlender Aufhängebewehrung zu einer beträchtlichen Abminderung der Biegetragsicherheit in Längsrichtung führen und ist – bei fehlender Quervorspannung ohne Kabelkrümmung – mehr oder weniger unabhängig von der übrigen Bewehrung im Querträger. Vergleiche mit Versuchsergebnissen runden dieses Kapitel ab.

Kapitel 3.7 befasst sich mit der Bestimmung der Traglast anhand von Bruchmechanismen. Die Bestimmung der Dissipation wird getrennt nach den verwendeten Baustoffen durchgeführt. Insbesondere wird die Dissipation im Stegbeton einer genauen Betrachtung unterzogen. Eine bei reinen Translationsmechanismen irrelevante Stegbreitenvariation über die Trägerhöhe wird für Rotationsmechanismen miteinbezogen. Es wird gezeigt, dass bei solchen Mechanismen die Dissipation im Stegbeton überschätzt wird, wenn die Stegbreite von unten nach oben zunimmt, d.h. die Wahl einer mittleren Stegbreite stellt eine Annahme auf der sicheren Seite dar. Dies gilt unabhängig davon, ob der Rotationsmechanismus einen einfachen Balken, einen Zwei- oder einen Mehrfeldträger betrifft. Zusätzlich werden die Einflüsse von Bruchzonen bei Translations- und Rotationsmechanismen mit Dissipation im Stegbeton beschrieben. Typische Grundmechanismen von Balken werden vorgestellt, und auf ihre Anwendungsgrenzen wird hingewiesen. In Ergänzung zu ebenen Mechanismen werden räumliche Mechanismen von mehrstegigen Plattenbalkenquerschnitten dargestellt. Speziell wird die Problematik der kinematischen Kompatibilität besprochen, und eine mögliche Vereinfachung zur Bestimmung der Dissipation wird vorgestellt.

In Kapitel 3.8 werden approximative Fließfiguren im Belastungsraum vorgestellt. Diese Fließfiguren haben gegenüber einer Darstellung im Spannungsraum den Vorteil, dass sie direkte Aussagen über den Einfluss der einzelnen Belastungsanteile (Dauerlasten,



verteilte und konzentriert wirkende Nutzlasten) zulassen. Dies setzt selbstverständlich voraus, dass einer Fliessfigur bloss eine Versagensform zugrunde liegt. Ein Übereinanderlegen solcher Fliessfiguren ergibt eine resultierende Fliessfigur. Überschneidungen definieren einzelne Fliessregimes. Für den Fall, dass die Tragsicherheit unter nomineller Bruchbelastung nicht erreicht wird, empfiehlt sich für den kritischen Bereich der Fliessfigur eine lineare Approximation. Die Parameter der entsprechenden Ebenengleichung führen direkt zur Grösse des erwarteten Traglastdefizits. In einem weiteren Kapitel wird anhand eines Zweifeldträgers mit unterschiedlicher Tragwiderstandsverteilung der Einfluss von Zwangbeanspruchungen auf den Verformungsbedarf untersucht. Dabei wird wiederum nach Art der Belastung unterschieden. Es zeigt sich, dass die Grösse von Zwangbeanspruchungen aus Vorspannung wichtig ist. Sie legt die Reihenfolge der Fliessgelenkbildung und deren Ort fest und führt unter Umständen zu beträchtlichen Veränderungen des Verformungsbedarfs gegenüber Fällen mit vernachlässigten Zwangbeanspruchungen. Insbesondere sind diese Veränderungen bei wandernden Einzellasten ausgeprägter als bei gleichmässig verteilten Linienlasten.

Im dritten Teil (Kapitel 4) wird ein mögliches Vorgehen bei der rechnerischen Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten skizziert. Dabei wird versucht, die rein statischen Aspekte aus dem Gesamtrahmen der Überprüfung herauszulösen. Vorschläge für die durchzuführenden rechnerischen Überprüfungen werden in einen Kriterienkatalog integriert, mit welchem eine sinnvolle Qualifikation und Klassifikation des Tragwerks oder seiner Teile möglich wird. Es werden getrennt nach der Art der rechnerischen Überprüfungen Zahlenwerte angegeben, die einer Einteilung in drei Tragsicherheitsklassen dienen, deren Übergänge jedoch fliessend sind. Selbstverständlich enthält die Gesamtbeurteilung eines Tragwerks neben den Resultaten rein statischer Überprüfungen namentlich die am Objekt festgestellten Schäden und Mängel. Eine rein nach statischen Gesichtspunkten orientierte Beurteilung genügt nicht.

In Kapitel 5 werden drei Beispiele aus dem Brückenbau vorgestellt. Es wird versucht, die theoretischen Überlegungen aus Kapitel 3 anhand dieser Beispiele praktisch umzusetzen. Mit Ausnahme äusserst kritischer Bereiche der Europabrücke, vgl. Kapitel 5.2, konnte bei allen Objekten aufgrund verfeinerter rechnerischer Überprüfungen auf bauliche Verstärkungsmassnahmen verzichtet werden.

## 6.2 Folgerungen

Aus den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchungen lassen sich folgende Folgerungen für die Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten ableiten:

- In den letzten fünfzig Jahren hat ein grosser Wandel in den Bemessungsnormen stattgefunden. Dies betrifft sowohl die zu berücksichtigenden Einwirkungen als auch die verwendeten Tragwiderstandsmodelle. Für Betonbauten stellt der SIA mit der heuti-

gen Normengeneration ein Werk mit grossen Anwendungsfreiheiten zur Verfügung. Die Widerstandsmodelle basieren in der Regel auf dem statischen Grenzwert gemäss Plastizitätstheorie. Demgegenüber wurden ältere Tragwerke nicht nach einem an Tragwiderständen orientierten Bemessungsmodell dimensioniert. Diesbezügliche Unterschiede der rechnerischen Tragwiderstände sind allein nicht weiter von Bedeutung, sondern untermauern lediglich die markante Entwicklung in den letzten fünfzig Jahren.

- Bei der Überprüfung bestehender Stahlbetonbauten soll nicht die Berücksichtigung aller denkbarer Einwirkungskombinationen und Laststellungen im Vordergrund stehen. Vielmehr soll die Überprüfung anhand einiger weniger, nach bestem Ingenieurverstand gewählter Gefährdungsbilder und damit verbundener Laststellungen vorgenommen werden. Für die Untersuchung des Bruchzustandes sind sämtliche Lastfaktoren und der Widerstandsbeiwert in die Kennwerte der Belastung miteinzubeziehen.
- Diskontinuierliche Spannungsfelder sollen bei rechnerischen Überprüfungen vertieft zur Anwendung gelangen. Diese stellen – im Gegensatz zu Normnachweisen mithilfe von “exakten” Grenzwertlinien der zugehörigen Schnittgrössen – die Verfolgung des Kräfteflusses durch sämtliche Tragwerksteile in den Vordergrund, da sie in der Regel nur für einen ausgewählten Gleichgewichtszustand entwickelt werden. Die Entwicklung dieser Spannungsfelder geht von einer möglichst vollständigen Ausnutzung der Materialfestigkeiten aus. Dies bedeutet im Gegensatz zur Bemessung, dass mit der gegebenen Bewehrung und der vorhandenen Betonqualität des Tragwerks zu rechnen ist. Die Bestimmung der effektiven Betondruckfestigkeit sollte sich im Rahmen von rechnerischen Überprüfungen an verhältnismässig einfachen, durch Versuche gestützten Beziehungen orientieren, vgl. Kapitel 2.1.3.
- Bei vorgespannten Tragwerken empfiehlt sich eine Berücksichtigung der Wirkung der Vorspannung durch äussere Kräfte. Damit lassen sich auch unter nominellen Bruchlasten komprimierte Zonen von dekomprimierten Bereichen unterscheiden. Dies wiederum ermöglicht klare Aussagen über mobilisierbare Tragwiderstände und lenkt das Interesse auf Zonen erhöhter Beanspruchung.
- Für die Bestimmung des Kraftverlaufs in der Vorspannbewehrung bei gemischt bewehrtem Querschnitt reichen die Gleichgewichtsbedingungen zur Bestimmung aller unbekannt Grössen nicht aus. Eine Annahme über den Verlauf oder die Grösse einer Unbekannten ist nötig, und sie ist nach Vergleich mit den zugehörigen Resultaten neu anzupassen.
- Im Bereich von Zwischenauflagern von direkt und indirekt gelagerten vorgespannten Durchlaufträgern ergeben sich bei einem Vorgehen nach der Norm für Betonneubauten und bei konsequenter Anwendung diskontinuierlicher Spannungsfelder beträchtliche Unterschiede. Das diskontinuierliche Spannungsfeld berücksichtigt einen globalen Gleichgewichtszustand, währenddem gemäss der Norm entkoppelte Nachweise

für die Biege- und Schubtragsicherheit verlangt werden. Das Vorspannniveau legt die Grenzen der Direktabstützungen auf das Spannglied fest.

- Bei indirekter Lagerung ohne Aufhängebewehrung sind Interaktionen zwischen der Längs- und Quertragwirkung zu berücksichtigen. Eine getrennte Analyse von Längs- und Quertragrichtung bei indirekt gelagerten Trägerstegen ist strenggenommen nur bei vollständiger Aufhängebewehrung zulässig. Vergleiche mit Versuchen bestätigen jedoch, dass stark vorgespannte Querträger auch ohne vorhandene Aufhängebewehrung Direktabstützungen in Querrichtung bewirken und somit den Kräftefluss von der Längs- in die Querrichtung sicherstellen. Dies gilt insbesondere bei stark vorgespannten Querträgern, wenn sich der Querschnitt auch im nominellen Bruchzustand nahezu ungerissen elastisch verhält.
- In Ergänzung zu diskontinuierlichen Spannungsfeldern sollen anhand kinematisch zulässiger Bruchmechanismen auch obere Grenzwerte der Traglast bestimmt werden. Mit relativ geringem Aufwand sind mit solchen Berechnungen Aussagen über wahrscheinliche Versagensarten und dazugehörige Laststellungen möglich. In Kombination mit diskontinuierlichen Spannungsfeldern für identische Laststellungen erlauben sie eine Aussage über die Bandbreite, innerhalb welcher die Traglast wahrscheinlich liegt. Je enger diese Bandbreite ist, desto zuverlässiger ist die Aussage über die Tragsicherheit des untersuchten Tragwerks.
- Die Resultate statischer Überprüfungen sollen in eine Klassifikation des Tragwerks oder von Teilen davon münden, die zusammen mit anderen Erhebungen am Tragwerk zu einer breit abgestützten Beurteilung der Tragsicherheit beitragen.

## Bezeichnungen

### Lateinische Grossbuchstaben

<i>A</i>	Auflagerkraft; Querschnittsfläche
<i>D</i>	Dissipation; Druckkraft
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>F</i>	Kraft
<i>F</i>	Belastungsvektor; Kraftvektor
<i>G</i>	Bruchenergie
<i>I</i>	Flächenträgheitsmoment
<i>L</i>	Spannweite
<i>M</i>	Biegemoment
<i>N</i>	Normalkraft
<i>P</i>	Vorspannkraft; Kraft im Spannglied
<i>Q</i>	Einzellast; Nutzlast; Pol des Mohr'schen Kreises
<i>U</i>	Formänderungsarbeit
<i>V</i>	Querkraft
<i>W</i>	Arbeit
<i>Z</i>	Zugkraft

### Lateinische Kleinbuchstaben

<i>a</i>	bezogene Querschnittsfläche; Abstand
<i>b</i>	Breite; Abstand
<i>c</i>	Kohäsion; Abstand
<i>d</i>	Hebelarm; Abstand
<i>e</i>	Exzentrizität; Abstand
<i>f</i>	Materialfestigkeit; verteilte Kraft
<i>g</i>	Eigenlast; Dauerlasten
<i>h</i>	Höhe
<i>k</i>	Kernweite; Koeffizient
<i>l</i>	Länge
<i>n</i>	Koordinate (normal); Wertigkeit des Bewehrungsstahls
<i>q</i>	verteilte Belastung, verteilte Nutzlast
<i>r</i>	Krümmungsradius
<i>s</i>	Bügelabstand
<i>t</i>	Dicke; Koordinate (tangential); Zug
<i>u</i>	Umlenkkräfte aus Vorspannung; Verschiebung

<i>u</i>	Verschiebungsvektor
<i>x</i>	Achsal- bzw. Horizontalkoordinate
<i>y</i>	Koordinate
<i>z</i>	Vertikalkoordinate

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Winkel, Neigung
$\beta$	Umlagerungsfaktor; Winkel
$\gamma$	Lastfaktor; Schiebung
$\Delta$	Differenz; Inkrement
$\delta$	Verschiebung
$\delta$	Verschiebungsvektor
$\varepsilon$	Dehnung
$\varepsilon$	Verzerrungsvektor
$\zeta$	Koordinate
$\eta$	Koordinate
$\theta$	Winkel, Neigung (zwischen <i>x</i> - und <i>z</i> -Achse)
$\Theta$	Verdrehungswinkel
$\lambda$	Koeffizient
$\mu$	Faktor
$\nu$	Faktor; Poissonzahl
$\xi$	(bezogene) Koordinate
$\rho$	geometrischer Bewehrungsgehalt
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma$	Spannungsvektor
$\tau$	Schubspannung
$\varphi$	Winkel der inneren Reibung
$\Phi$	Fliessfunktion (plastisches Potential)
$\chi$	Krümmung
$\omega$	mechanischer Bewehrungsgehalt

### Fusszeiger

<i>c</i>	Beton; Druck; Zylinder
<i>d</i>	Bemessungswert; Dissipation
<i>E</i>	Entlastung
<i>f</i>	Biegung
<i>g</i>	Eigenlast
<i>i</i>	innen
<i>k</i>	charakteristisch
<i>l</i>	links; längs

<i>m</i>	Mittelwert
<i>n</i>	normal
<i>o</i>	oben
<i>p</i>	plastisch; Spannstahl
<i>R</i>	Widerstand
<i>r</i>	rechts; Riss; Zwängung
<i>S</i>	Schnittgrösse
<i>s</i>	Betonstahl; Störungszone
<i>t</i>	tangential; Zug
<i>u</i>	unten; Bruch
<i>v</i>	Verfestigung; vertikal
<i>w</i>	Steg; Würfel
<i>x</i>	Koordinate
<i>y</i>	Fliessen; Fliessgrenze; Koordinate
<i>z</i>	Koordinate
0	initial
1,2,3	Hauptrichtungen
I,II	charakteristische Richtungen
<i>dyn</i>	dynamisch
<i>inf</i>	unten
<i>max</i>	maximal
<i>min</i>	minimal
<i>sup</i>	oben
<i>tot</i>	total

### Weitere Zeichen

∅	Durchmesser
'	Ableitung nach <i>x</i>
·	Inkrement, Geschwindigkeit
*	aplastisch
$\gamma_G$ $\gamma_Q$	Lastfaktoren gemäss Norm SIA 160 (1989)
$\gamma_R$	Widerstandsbeiwert gemäss Norm SIA 162 (1993)

## Literatur

- [1] Alvarez, M., "Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton," Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 236. Birkhäuser Verlag, Basel, Juli 1998, 182 pp.
- [2] Bundesamt für Strassenbau (ASTRA, ehemals ASB), *Richtlinie, Überwachung und Unterhalt der Kunstbauten der Nationalstrassen*, Entwurf Ausgabe 1997, Bundesamt für Strassenbau, Bern, August 1997, 16 pp.
- [3] Camara, J., and Durão, J., "Ultimate Limit State Design of Prestressed Beams," Comité Euro-International du Béton, *CEB Bulletin d'information*, No. 223, June 1995, pp. 51-85.
- [4] Chen, W.F., *Limit Analysis and Soil Plasticity*, Developments in Geotechnical Engineering, Vol. 7, Elsevier, Amsterdam, 1975, 638 pp.
- [5] Chen, W.F., and Drucker, D.C., "Bearing Capacity of Concrete Blocks or Rock," *Proceedings*, ASCE, Engineering Mechanics Division, Vol. 95, No. 4, 1969, pp. 955-978.
- [6] Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*, First Edition, London, 1993, 437 pp.
- [7] Cerruti, L.M., and Marti, P., "Staggered shear design of concrete beams: large scale tests." *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 14, No. 2, April 1987, pp. 257-268.
- [8] Department of Transport, *BD44/95, The Assessment of Concrete Highway Bridges and Structures*, Department of Transport, London, 1995, xxx pp.
- [9] Drucker, D.C., Greenberg, H.J., and Prager, W., "The Safety Factor of an Elastic-Plastic Body in Plane Strain," *Journal of Applied Mechanics* 18, 1951, pp. 371-378.
- [10] Drucker, D.C., Greenberg, H.J., Lee, E.H., and Prager, W., "On Plastic-Rigid Solutions and Limit Design Theorems for Elastic-Plastic Bodies," *Proceedings*, First US National-Congress of Applied Mechanics, Chicago, Illinois, June 11-16 1951, ASME, 1952, pp. 533-538.
- [11] Drucker, D.C., Greenberg, H.J., and Prager, W., "Extended Limit Design Theorems for Continuous Media," *Quarterly of Applied Mechanics* 9, 1952, pp. 381-389.
- [12] Drucker, D.C., "On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis," Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau (IVBH), Zürich, *Abhandlungen* 21, 1961, pp. 49-59.
- [13] Fürst, A., und Marti, P., "Versuche an Trägern mit Unterspannung aus vorfabrizierten, vorgespannten Betonzuggliedern," Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 243, Birkhäuser Verlag, Basel, Juni 1999, 108 pp.
- [14] Hill, R., "On the State of Stress in a Plastic-Rigid Body at the Yield Point," *Philosophical Magazine* 42, 1951, pp. 868-875.
- [15] Hillerborg, A., "Analysis of a Single Crack," *Fracture Mechanics of Concrete*, edited by F.H. Wittmann, Elsevier, Amsterdam, 1983, pp. 223-249.
- [16] Ibell, T.J., Morley, C.T., and Middleton, C.R., "A plasticity approach to the assessment

- of shear in concrete beam-and-slab bridges,” *The Structural Engineer*, Vol. 75/No. 19, Oct. 1997, pp. 331-338.
- [17] Kaufmann, W., und Marti, P., “Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal- und Querkraft,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 226, Birkhäuser Verlag, Basel, Nov. 1996, 131 pp.
- [18] Kaufmann, W., “Strength and Deformations of Structural Concrete Subjected to In-Plane Shear and Normal Forces,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 234, Birkhäuser Verlag, Basel, Juli 1998, 147 pp.
- [19] Kupfer, H., “Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung,” *Bericht*, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, No. 78, 1969, 124 pp.
- [20] Lampert, P., “Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *Bericht* Nr. 26. Birkhäuser Verlag, Basel, Okt. 1970, 189 pp.
- [21] Leonhardt, F., Koch, R., und Rostásy, F. S., “Versuche zur Ermittlung der erforderlichen Aufhängebewehrung bei indirekter Lagerung oder Belastung von Spannbetonträgern,” *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 227, Teil B. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1973, pp. 111-150.
- [22] Lüchinger, P., und Maag, W., “Schubtragverhalten – Nachrechnung und Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbeton- und Spannbetonbrücken,” *Bericht No. 526*, Forschungsauftrag No. 83/97, Bundesamt für Strassenbau, Februar 1997, 77 pp.
- [23] Marti, P., “Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 104. Birkhäuser Verlag, Basel, Oktober 1980, 176 pp.
- [24] Marti, P., “Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design,” *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, Jan.-Feb. 1985, pp. 46-56.
- [25] Marti, P., “Staggered Shear Design of Simply Supported Concrete Beams,” *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 1, Jan.-Feb. 1986, pp. 36-42.
- [26] Marti, P., “Staggered Shear Design of Concrete Bridge Girders,” *Proceedings*, International Conference on Short and Medium Span Bridges, Vol. 1, Ottawa, Aug. 1986, pp. 139-149.
- [27] Marti, P., “Shear Design of Variable Depth Girders with Draped Prestressing Tendons,” *FIP Report ‘Prestressed Concrete in Switzerland’*, 12th FIP Congress, Washington, D.C. USA, May 1994, pp. 16-19.
- [28] Marti, P., Alvarez, M., Kaufmann, W., and Sigrist, V., “Tension Chord Model for Structural Concrete,” *Structural Engineering International*, IABSE, Vol. 8, No. 4, Nov. 1998, pp. 287-298.
- [29] Marti, P., “How to Treat Shear in Structural Concrete,” *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, May-June 1999, pp. 408-414.
- [30] Marti, P., Alvarez, M., Kaufmann, W., und Sigrist, V., *Tragverhalten von Stahlbeton*, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK SP-008, Sept. 1999, 301 pp.

- [31] Marti, P., und Stoffel, Ph., *Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Betonbauten*, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK SP-009, Sept. 1999, 87 pp.
- [32] Melan, E., “Der Spannungszustand eines Mises-Henchyschen Kontinuums bei veränderlichen Belastung,” *Sitzungsberichte*, Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Abt. IIa, No. 147, 1938, pp. 73-87.
- [33] Menne, B., “Zur Traglast der ausmittig gedrückten Stahlbetonstütze mit Umschnürungsbewehrung,” *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 285, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1977, 56 pp.
- [34] von Mises, R., “Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen,” *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 8, 1928, pp. 161-185.
- [35] Mörsch, E., *Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung*, 3. Auflage, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1908, 376 pp.
- [36] Mörsch, E., *Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung*, 5. Auflage, 1. Band, 1. Hälfte, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1920, 471 pp.
- [37] Mörsch, E., *Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung*, 5. Auflage, 1. Band, 2. Hälfte, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1922, 460 pp.
- [38] Muttoni, A., Schwarz, A., und Thürlimann, B., “Bemessen und Konstruieren von Stahlbetontragwerken mit Spannungsfeldern,” *Vorlesungsunterlagen*, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1987, 134 pp.
- [39] Muttoni, A., “Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 176. Birkhäuser Verlag, Basel, Juni 1990, 158 pp.
- [40] Muttoni, A., Schwarz, A., und Thürlimann, B., *Bemessen und Konstruieren von Stahlbetontragwerken mit Spannungsfeldern*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1997, 143 pp.
- [41] Müller, P., “Failure Mechanisms for Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending,” International Association of Bridge and Structural Engineering, *Publications*, IABSE, Vol 36-II, 1976, pp. 147-163.
- [42] Müller, P., “Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 83. Birkhäuser Verlag, Basel, Juli 1978, 160 pp.
- [43] Nielsen, M.P., “Yield Conditions for Reinforced Concrete Shells in the Membrane State,” Non-classical Shell Problems, *Proceedings*, IASS Symposium, Warsaw 1963, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964, pp. 1030-1040.
- [44] Nielsen, M.P., *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, Second Edition, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, 1999, 908 pp.
- [45] Prager, W., *Probleme der Plastizitätstheorie*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1955, 100 pp.
- [46] Prager, W., “Limit Analysis: the Development of a Concept,” *Problems of Plasticity*, edited by A. Sawczuk, Nordhoff International, Leyden, The Netherlands, 1974, pp. 3-24.



- [47] Richart, F.E., Brandtzaeg, A., and Brown, R.L., "A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses," University of Illinois, Engineering Experiment Station, *Bulletin* No. 185, Urbana, Nov. 1928, 103 pp.
- [48] Rigendinger, H., und Maag, W., "Beanspruchung von Brückenbauten infolge Strassenlasten – Vergleich der Normen SIA 160 von 1956, 1970 und 1989," *Bericht*, Bundesamt für Strassenbau (ASB), Bern, September 1994, 75 pp.
- [49] Ritter, W., "Die Bauweise Hennebique," *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 17, Feb. 1899, pp. 41-43, 49-52 und 59-61.
- [50] Sayir, M., und Ziegler, H., "Der Verträglichkeitssatz der Plastizitätstheorie und seine Anwendung auf räumlich un stetige Felder," *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 20, 1969, pp. 78-93.
- [51] Schweizerische Bundesbahnen (SBB), "Übersicht über die schweizerischen Verkehrslasten normalspuriger Eisenbahnbrücken nach den verschiedenen eidgenössischen Verordnungen, SIA-Normen und SBB-Vorschriften," *Weisung W Bau GD 15/96*, Schweizerische Bundesbahnen, Bau GD, Ib-Br, 1996, 29 pp.
- [52] SIA, *Norm 160, Normen für die Belastungsannahmen, die Inbetriebnahme und die Überwachung der Bauten*, Norm Ausgabe 1956, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 40 pp.
- [53] SIA, *Norm 162, Normen für die Berechnung und Ausführung der Beton- und Eisenbetonbauten*. Norm Ausgabe 1956. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 48 pp.
- [54] SIA, *Norm 162, Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton*, Norm Ausgabe 1968. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 81 pp.
- [55] SIA, *Norm 160, Norm für die Belastungsannahmen, die Inbetriebnahme und die Überwachung der Bauten*, Norm Ausgabe 1970. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 36 pp.
- [56] SIA, *Richtlinie 17 zur Norm 162, Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, teilweise vorgespanntem Beton und Spannbeton*, Richtlinie Ausgabe 1968, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 1968, 3 pp.
- [57] SIA, *Richtlinie 34 zur Norm 162, Bruchwiderstand und Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*, Richtlinie Ausgabe 1975, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 1975, 25 pp.
- [58] SIA, *Norm 160, Einwirkungen auf Tragwerke*, Norm Ausgabe 1989, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 104 pp.
- [59] SIA, *Norm 161, Stahlbauten*, Norm Ausgabe 1990, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 116 pp.
- [60] SIA, *Norm 162, Betonbauten*, Norm Ausgabe 1989, Teilrevision 1993, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 86 pp.
- [61] SIA, *Richtlinie 462, Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Bauwerke*, Richtlinie

- Ausgabe 1994, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 16 pp.
- [62] SIA, *Norm 469, Erhaltung von Bauwerken*, Norm Ausgabe 1997, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 20 pp.
- [63] SIA, *Empfehlung 162/5, Erhaltung von Betontragwerken*, Empfehlung Ausgabe 1997, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 36 pp.
- [64] SIA, *Dokumentation D 0144, Erhaltung von Betontragwerken, Einführung in die Empfehlung SIA 162/5*, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 1997, 80 pp.
- [65] Sigrist, V., und Marti, P., “Versuche zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 202, Birkhäuser Verlag, Basel, Nov. 1993, 90 pp.
- [66] Sigrist, V., Alvarez, M., and Kaufmann, W., “Shear and Flexure in Structural Concrete Beams,” Comité Euro-International du Béton, *CEB Bulletin d’information*, No. 223, June 1995, pp. 7-49.
- [67] Sigrist, V., “Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 210, Birkhäuser Verlag, Basel, Juli 1995, 159 pp.
- [68] Stoffel, Ph., and Marti, P., “Europe-Bridge, Zurich: Model Tests,” *Proceedings*, International Seminar on ‘Structural Assessment: The Role of Large and Full Scale Testing’, London, City University, London, July 1996, pp. 93-101.
- [69] Stoffel, Ph., and Marti, P., “Structural Evaluation of a 30-Year-Old Post-Tensioned Concrete Bridge.” *Proceedings*, FIP Symposium 1996, ‘Post-Tensioned Concrete Structures’, London, Sept. 1996, pp. 267-274.
- [70] Stoffel, Ph., und Marti, P., “Modellversuche Europabrücke,” Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, *IBK Bericht* Nr. 227, Birkhäuser Verlag, Basel, März 1997, 118 pp.
- [71] Stoffel, Ph., und Marti, P. “Europabrücke: Modellversuche,” *Schweizer Ingenieur und Architekt*, Nr. 19/97, Mai 1997, pp. 369-373.
- [72] Thürlimann, B., Marti, P., Pralong, J., Ritz, P., und Zimmerli, B., “Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton,” *Unterlagen zum Fortbildungskurs*, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, März 1983, 252 pp.
- [73] Vecchio, F.J., and Collins, M.P., “The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses,” University of Toronto, Department of Civil Engineering, *Publication* No. 82-03, Toronto, March 1982, 332 pp.
- [74] Vecchio, F.J., and Collins, M.P., “The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear,” *ACI Journal*, Vol. 83, No. 2, March-April 1986, pp. 219-231.
- [75] Vogt, R., “Europabrücke Zürich – Statische Aspekte der Instandsetzung,” *IBK-Publikation* SP-004, Festschrift Prof. Dr. Hugo Bachmann zum 60. Geburtstag, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Sept. 1995, pp. 135-141.