

# Wölbtorsionsversuche an Stahlbetonbalken mit offenem Querschnitt

**Working Paper**

**Author(s):**

Grob, Josef; Thürlimann, Bruno

**Publication date:**

1974

**Permanent link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-002213789>

**Rights / license:**

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

**Originally published in:**

Bericht / Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich 6506(6)

**Wölb-torsionsversuche  
an Stahlbetonbalken  
mit offenem Querschnitt**

Josef Grob  
Bruno Thürlimann

Dezember 1974  
Bericht Nr. 6506-6



# **Wölbtorsionsversuche an Stahlbetonbalken mit offenem Querschnitt**

von

Dipl. Ing. Josef Grob  
Prof. Dr. Bruno Thürlimann

Institut für Baustatik  
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich  
Dezember 1974

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG	1
1.1 Problemstellung und Zielsetzung	1
1.2 Versuchsprogramm	1
2. VERSUCHSBALKEN	2
2.1 Beschreibung	2
2.2 Baustoffe	3
2.3 Rechnerische Werte	4
3. VERSUCHSDURCHFUEHRUNG	9
3.1 Versuchsanlage	9
3.2 Versuchsablauf	9
4. VERSUCHSRESULTATE	11
4.1 Trag- und Bruchverhalten	11
4.2 Beanspruchung der Armierung	14
4.3 Beanspruchung des Betons	16
4.4 Verformungen	17
4.5 Rissverhalten	18
ZUSAMMENFASSUNG	20
RESUME	21
SUMMARY	22
VERDANKUNGEN	23
LITERATURVERZEICHNIS	24
BEZEICHNUNGEN	25
TABELLEN 1 BIS 9	30
BILDER 1 BIS 52	36
ANHANG	A1

# 1. EINLEITUNG

## 1.1 Problemstellung und Zielsetzung

Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit vollen oder geschlossenen Querschnitten ist bisher experimentell eingehend untersucht worden. Am Institut für Baustatik, Abt. Massivbau, der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich erschienen darüber die vier Berichte [2], [3], [4] und [5]. Für Balken mit offenen Querschnitten hingegen fehlen entsprechende Untersuchungen, obwohl in jüngster Zeit die Anwendung offener Querschnitte eine starke Verbreitung erfahren hat (offene Brücken, Kerne von Hochhäusern, vorgefertigte Dachschalen, etc.). Aus diesem Grund läuft zur Zeit am Institut für Baustatik der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich ein Forschungsprogramm, welches sich mit dem Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit offenen Querschnitten befasst.

Das Ziel dieses Programms besteht darin, ein theoretisches Modell für die Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit offenen Querschnitten zu entwickeln und durch gezielte Versuche zu überprüfen.

## 1.2 Versuchsprogramm

Für das vorliegende Versuchsprogramm wurde ein  -Querschnitt mit vernünftig grossen Abmessungen gewählt. Als Grundform drängte sich ein  mit konstanten Seitenlängen von 50 cm auf, um Teile der in [1] beschriebenen Versuchsanlage verwenden zu können. Das experimentelle Versuchsprogramm ist in Bild 1 zusammengestellt.

Es wurde versucht, mit möglichst wenig Aufwand eine aussagekräftige Parametervariation zu erhalten. Um gute Vergleichsmöglichkeiten zu schaffen, wurden die Versuchsbalken so gewählt, dass zwischen zwei Balken A und B jeweils nur ein Parameter änderte. Dies dokumentiert die nachstehende Zusammenstellung.

Balken A	Balken B	Parametervariation
TW <sub>1</sub>	TW <sub>3</sub>	Beanspruchung
TW <sub>1</sub>	TW <sub>2</sub>	Längsarmierung
TW <sub>3</sub>	TW <sub>4</sub>	Schubarmierung
TW <sub>4</sub>	TW <sub>5</sub>	Vorspannung

## 2. VERSUCHSBALKEN

### 2.1 Beschreibung

#### 2.1.1 Abmessungen und Armierung

Abmessungen und Armierung der Versuchsbalken gehen aus Bild 2 hervor. Alle Balken haben den gleichen relativ gedrunghenen Beton-Querschnitt. Die gewählte Wandstärke von 8 cm ermöglichte eine einwandfreie konstruktive Ausbildung der Versuchskörper sowie die Verwendung eines Betons mit einem vernünftigen Maximalkorndurchmesser.

Mit Ausnahme der beim Balken TW<sub>5</sub> verwendeten Vorspannlitzen (VSL) bestand die gesamte Armierung aus naturhartem profiliertem Stahl (Box-Ultra, bzw. Baro). Die Bügel wurden mit einem Abbiegeradius von 2 cm gebogen und deren Enden zwecks Gewährleistung der Verankerung angeschweisst. Die verlangte Abbiegetoleranz der Bügelabmessungen von  $\pm 2$  mm wurde eingehalten. Die Betonüberdeckung der Bügel betrug bei den Balken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>3</sub> 13 mm, diejenige der Balken TW<sub>4</sub> und TW<sub>5</sub> 15 mm. Somit ergab sich für die Längseisen bei allen Balken eine Ueberdeckung von mehr als 20 mm.

Die Krafteinleitungsstellen an den Balkenenden wurden durch zusätzliche Stahleinlagen verstärkt, um einen Bruch in diesem Bereich zu vermeiden. Zudem wurden für die massgebenden Längseisen gegen die Balkenmitte hin grössere Durchmesser gewählt. Der Uebergang zwischen den beiden Durchmessern wurde aus Platzgründen stumpf verschweisst. In Balkenmitte wurde ein 20 cm breiter Querträger angeordnet, um eine saubere Krafteinleitung zu erhalten. Der eigentliche Prüfbereich von 60 cm Länge wurde zwischen den Krafteinleitungszonen angeordnet.

#### 2.1.2 Herstellung

Als Schalung wurde eine Holzschalung verwendet, die mit einer Kunststoffplatte überzogen war, um ein Verziehen zu verhindern. Der Beton wurde in einem 500 Liter Zwangsmischer in einer Mischcharge von 550 Liter je Träger hergestellt und nach dem Einbringen mit Nadelvibratoren  $\varnothing 40$  mm verdichtet. Um dies zu ermöglichen, wurden die oberen Längseisen erst nach dem Betonieren der beiden Balkenstege eingezogen. Nach erfolgtem Glatstrich schützten Plastikfolien den frischen Beton vor dem Austrocknen. Das Ausschalen erfolgte nach zwei Tagen, worauf die Balken bis zum Versuch bei konstanter Raumtemperatur von ungefähr 20<sup>o</sup> C lagerten. Die Vorbereitung der Stahlmessstellen ist im Bericht [2] beschrieben.

Der Balken TW<sub>5</sub> wurde nach 31 Tagen (1 Woche vor Versuchsbeginn) vorgespannt und gleich darauf injiziert. Die Grösse der Vorspannung geht aus Bild 6 hervor und wurde mit einem Präzisionsmanometer kontrolliert.

## 2.2 Baustoffe

### 2.2.1 Schlaffer Stahl

Die Festigkeitswerte der verwendeten Armierungsstähle gehen aus Tabelle 1 hervor. Sie sind für jeden der verwendeten Durchmesser getrennt aufgeführt, da die gemessenen Streuungen für Stähle desselben Durchmessers klein und die Mittelwerte folglich repräsentativ sind. Ein typisches, auf einer mechanischen Prüfmaschine aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist in Bild 3 dargestellt.

Für die Auswertung wurden die gemittelten idealisierten Diagramme von Bild 4 verwendet.

Da die dynamischen Festigkeitswerte von der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$  abhängig sind, wurden die statischen Werte ( $\dot{\epsilon} = 0$ ) der Auswertung zugrunde gelegt. Sie wurden durch zweiminütige Dehnungshalte beim Fließsplateau und bei der Bruchgrenze ermittelt. Einzelheiten dieses Verfahrens sind in [6] enthalten. Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm wurde so dem Ablauf der Balkenversuche angepasst.

### 2.2.2 Spann Stahl

Die Festigkeitswerte der verwendeten Litzen sind in Tabelle 1 ersichtlich. Bild 5 zeigt ein typisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer solchen Litze. Der Auswertung liegt das gemittelte Diagramm von Bild 6 zugrunde, wobei analog dem schlaffen Stahl die statischen Festigkeitswerte berücksichtigt wurden.

### 2.2.3 Beton

Die Zusammensetzung des Betons war für alle Balken gleich und ist in Tabelle 2 angegeben. Der Zuschlagstoff, der aus gut gewaschenem und getrocknetem, rolligem Material bestand, wurde getrennt in drei Komponenten beigegeben. Die Sieblinie entsprach ungefähr der EMPA-Kurve. Als Zement wurde schweizerischer Portlandzement verwendet. Seine Mörtelfestigkeit wurde nicht bestimmt.

Zur Ermittlung der Betonfestigkeit wurden gleichzeitig mit jedem Balken sechs Prismen (12x12x36 cm) hergestellt. Im Versuchsalter der Balken wurden jeweils an zwei Prismen die Prismendruckfestigkeit sowie der Elastizitätsmodul und an weiteren drei Prismen die Biegezug- und Würfeldruckfestigkeit ermittelt. Diese Werte wurden bei relativ hoher Dehnungsgeschwindigkeit gemessen und sind in Tabelle 3 festgehalten.

Ergänzend wurde je an einem Prisma pro Balken mit einer mechanisch-elektrischen Messeinrichtung, welche in [2] beschrieben ist, ein dehnungsgesteuertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm aufgenommen. Als Beispiel wird in Bild 7 das Diagramm des zum Balken TW<sub>2</sub> gehörenden Prismas aufgeführt. Tabelle 4 gibt eine Uebersicht über alle mit diesen Versuchen erhaltenen Werte.

Für die Auswertung der in den Balkenversuchen beobachteten Betondehnungen wurden die effektiven Spannungs-Dehnungs-Diagramme durch die kubische Parabel

$$\frac{\sigma_b}{\beta_p} = \rho \cdot \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) \cdot \left[ 1 - \left( 2 - \frac{3}{\rho} \right) \cdot \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) + \left( 1 - \frac{2}{\rho} \right) \cdot \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right)^2 \right] \quad (1)$$

mit

$$\rho = \epsilon_u \cdot \frac{E_{b0}}{\beta_p} \quad \text{gültig für } 1,5 < \rho < 3,0 \quad (2)$$

angenähert (vgl. Bild 7). Dabei wurden für  $\beta_p$  und  $\epsilon_u$  die aus der Tabelle 4 entnommenen Mittelwerte eingesetzt;  $E_{b0}$  wurde so gewählt, dass der Mittelwert für  $E_{b(5\div 100)}$  mit dem entsprechenden Wert der theoretischen Kurve übereinstimmt. Da die statischen Festigkeitswerte ( $\dot{\epsilon} = 0$ ) infolge Kriechen von der Dauer des Dehnungshaltes abhängig sind, wurde wie in [2] bis [4] die einer 30-minütigen Wartezeit entsprechende Prismendruckfestigkeit berücksichtigt. Damit wurden die Spannungs-Dehnungs-Diagramme dem Ablauf der Balkenversuche angepasst und der Einfluss des Kriechens während der Dehnungshalte miteinbezogen. Die nach Gleichung (1) berechneten Diagramme für Dehnungshalte von 2 resp. 30 Minuten sind in Bild 8 wiedergegeben.

## 2.3 Rechnerische Werte

### 2.3.1 Ungerissener Zustand

Die am ungerissenen Querschnitt eingeführten Bezeichnungen sind in Bild 9 dargestellt. Solange der Träger keine Risse aufweist, finden die Beziehungen der Elastizitätstheorie Anwendung. Trotz gedrungenem Querschnitt werden im folgenden die Gleichungen für dünnwandige Querschnitte verwendet, da für den ungerissenen Zustand nur Vergleichsspannungen bei Rissbeginn berechnet und Vergleiche mit der Biegezugfestigkeit des Betons angestellt werden, welche bekanntlich eine grosse Streuung aufweist. Ferner sind das Hauptaxensystem sowie die Lagen des Schwer- und des Schubmittelpunktes auf den Betonquerschnitt allein bezogen.

Mit den genannten Vereinfachungen erhält man folgende Ausdrücke für die Querschnittskonstanten:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Querschnittsfläche} & F = F_b + n \cdot F_e \\ \text{Trägheitsmoment} & I_z = \int_{F_b} z^2 \cdot dF + n \cdot \int_{F_e} z^2 \cdot dF \\ \text{Wölbkonstante} & I_\omega = \int_{F_b} \omega_n^2 \cdot dF + n \cdot \int_{F_e} \omega_n^2 \cdot dF \\ \text{Torsionskonstante} & K = (2h_m + b_m) \cdot \frac{t^3}{3} \end{array} \right\} \quad (3)$$

Mit  $n$  wird in den obigen Beziehungen die Wertigkeit  $n = E_e/E_b = 7,5$  bezeichnet. Die numerischen Werte für die Querschnittskonstanten sind in Tabelle 5 festgehalten. Wie aus der Elastizitätstheorie bekannt, können die Verschiebung  $w$  und die Verdrehung  $\vartheta$  aus den folgenden unabhängigen Differentialgleichungen bestimmt werden:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{P_z}{EI_z} \quad (4)$$

$$\left. \frac{d^4 \vartheta}{dx^4} - \kappa^2 \cdot \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = \frac{m_x}{EI_\omega} \right\} \quad (5)$$

mit  $\kappa = \sqrt{\frac{GK \cdot I^2}{EI_\omega}} \approx 3,20 \text{ (G/E = 0,40)}$

Dabei bedeuten  $p_z$  die Belastung in Richtung der z-Axe und  $m_x$  die auf den Schubmittelpunkt resuzierte Torsionsbelastung. Die Schnittkräfte sind Funktionen der aus den Gleichungen (4) und (5) bestimmten Verschiebungen  $w$  und  $\vartheta$ .

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Biegemoment} & M_z = -EI_z \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \\ \text{Querkraft} & Q_z = \frac{dM_z}{dx} \\ \text{Wölbmoment} & M_\omega = -EI_\omega \cdot \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} \\ \text{Wölb-torsionsmoment} & T_\omega = \frac{dM_\omega}{dx} \\ \text{St. Venant'sches} & \\ \text{Torsionsmoment} & T_s = GK \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \end{array} \right\} \quad (6)$$

Die aus der Einzellast  $P$  resultierenden Schnittkräfte sind in der linken Hälfte des Bildes 14 eingezeichnet. Zudem findet man in Tabelle 6 die im Querschnitt B-B auftretenden Schnittkräfte infolge Eigengewicht. Für eine Spannungsanalyse benötigt man noch die aus der Elastizitätstheorie bekannten Beziehungen für die Längsspannungen

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_z}{I_z} \cdot z + \frac{M_\omega}{I_\omega} \cdot \omega_n \quad (7)$$

und die Schubspannungen

$$\left. \begin{array}{l} \tau = \frac{Q_z \cdot S_z}{I_z \cdot t} + \frac{T_\omega \cdot S_\omega}{I_\omega \cdot t} + \frac{T_s}{K} \cdot t \\ \text{mit} \\ S_z = \int_s z \cdot dF \\ S_\omega = \int_s \omega_n \cdot dF \end{array} \right\} \quad (8)$$

Bei Rissbeginn erhält man erfahrungsgemäss bessere Resultate, wenn für die Verteilung der Schubspannungen über die Querschnittsdicke  $t$  die Sandhügelanalogie herangezogen wird. Damit ändert sich Gleichung (8) zu:

$$\tau = \frac{Q_z \cdot S_z}{I_z \cdot t} + \frac{T_\omega \cdot S_\omega}{I_\omega \cdot t} + \frac{2}{3} \cdot \frac{T_s}{K} \cdot t \quad (9)$$

Eine Herleitung der angegebenen Beziehungen findet man in [7] oder [8].

### 2.3.2 Bruchzustand

Eine theoretische Untersuchung über das Bruchverhalten von offenen Stahl- und Spannbetonträgern ist in [9] eingehend erläutert. Hier werden nur die nötigen Grundgleichungen sowie die daraus resultierenden Beziehungen für die Versuchskörper angegeben. Es sei an dieser Stelle noch auf den Anhang des Versuchsberichtes hingewiesen, wo eine einfache Berechnungsmethode hergeleitet wird.

Neben den Bezeichnungen zeigt Bild 10 die für die rechnerische Erfassung des Bruchwiderstandes eingeführte Idealisierung des Querschnitts. Das dargestellte Bruchmodell ist ein reines Scheibenmodell, d.h. die Plattenwirkung wird für die theoretische Betrachtung vernachlässigt. Im oberen Teil des Bildes sind die in Tabelle 5 angegebenen Abmessungen, die Fließkräfte der Armierung sowie das gewählte Koordinatensystem (Ursprung der Querschnittskordinaten und Bezugspunkt der sektoriellen Koordinate im Punkt 4) eingetragen. Die Breite  $b$  bezeichnet den mittleren Abstand der in den Scheiben 2 und 6 wirkenden Schubflüsse. Als Höhe  $h$  wird der Schwerpunktsabstand der Gurtstäbe angenommen.

Die Schnittkräfte sind durch die Gleichgewichtsbedingungen (10) und (11) gegeben.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{dx} + p_z &= 0 \\ \frac{d^2 M_z}{dx^2} + p_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_w}{dx} + m_x &= 0 \\ \frac{d^2 M_w}{dx^2} + m_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Dabei sind die Belastung  $p_z$  und  $m_x$  wie die Schnittkräfte auf den Punkt 4 zu beziehen. Auffallend ist die zwischen den Gleichungen (10) und (11) bestehende Analogie. Danach lassen sich die Schnittkräfte  $T_w$  und  $M_w$  nach denselben Methoden bestimmen wie die von der Balkenbiegung her geläufigen Schnittkräfte  $Q_z$  und  $M_z$ . Der Verlauf der aus der Last  $P$  resultierenden Schnittkräfte ist in der rechten Hälfte des Bildes 14 eingetragen.

Gemäss den Zeichnungen in Bild 10 wird für die Einzelscheibe ein Fachwerkmodell mit variabler Neigung der Druckdiagonalen angenommen. Das Bruchmodell besteht dann aus einem räumlichen Fachwerk mit variabler Diagonalenneigung  $\alpha_k$ . In ihm bilden die Längseisen die Gurtungen, die Bügel die Pfosten und die Betondiagonalen die Druckstreben. Die Ausbildung eines solchen Fachwerkes verlangt genau wie bei den geschlossenen Querschnitten eine genügend starke Längsarmierung in den Querschnittsecken, um ein Ausbrechen der Druckdiagonalen zu verhindern. Für den untersuchten Querschnitt ist das Kräftespiel in der unteren Bildhälfte dargestellt. Es gelten die folgenden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\begin{aligned}
 N &= \int_F \sigma \cdot dF &= \Sigma Z_i - \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha_k} \\
 M_y &= \int_F \sigma \cdot y \cdot dF &= \Sigma Z_i \cdot y_i - \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{y_k}{\operatorname{tg}^2 \alpha_k} \\
 M_z &= \int_F \sigma \cdot z \cdot dF &= \Sigma Z_i \cdot z_i - \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{z_k}{\operatorname{tg}^2 \alpha_k} \\
 M_\omega &= \int_F \sigma \cdot \omega \cdot dF &= \Sigma Z_i \cdot \omega_i - \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{\omega_k}{\operatorname{tg}^2 \alpha_k} \\
 Q_y &= \int_F \tau \cdot \cos \delta \cdot dF &= \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{\cos \delta_k}{\operatorname{tg} \alpha_k} \\
 Q_z &= \int_F \tau \cdot \sin \delta \cdot dF &= \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{\sin \delta_k}{\operatorname{tg} \alpha_k} \\
 T_w &= \int_F \tau \cdot r \cdot dF &= \Sigma B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{r_k}{\operatorname{tg} \alpha_k}
 \end{aligned} \quad (12)$$

Mit  $r$  wird hier der Abstand der Querschnittstangente und mit  $r_k$  der Abstand der  $k$ -ten Querschnittsfläche vom Punkt 4 bezeichnet, auf den die Schnittkräfte  $T_w$  und  $M_\omega$  bezogen sind. Als  $\delta$  wird der Winkel zwischen  $y$ -Axe und Querschnittstangente und als  $\delta_k$  der Winkel zwischen  $y$ -Axe und  $k$ -ter Querschnittsfläche eingeführt.

Das Gleichungssystem (12) liefert für  $N = Q_y = M_y = 0$ , wie dies für alle Versuchsbalken zutrifft, die Beziehungen für die in den Bügeln und Gurtstäben wirkenden Kräfte.

$$\begin{aligned}
 B_2 \cdot \frac{h}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} &= Q_2 = -\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \\
 B_4 \cdot \frac{b}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_4} &= Q_4 = 0 \\
 B_6 \cdot \frac{h}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_6} &= Q_6 = \frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \\
 Z_1 &= \frac{M_z}{2h} - \frac{M_\omega}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b}\right) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \\
 Z_3 &= -\frac{M_z}{2h} + \frac{M_\omega}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b}\right) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \\
 Z_5 &= -\frac{M_z}{2h} - \frac{M_\omega}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b}\right) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_6} \\
 Z_7 &= \frac{M_z}{2h} + \frac{M_\omega}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b}\right) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_6}
 \end{aligned} \quad (13)$$

Bei unterarmierten Trägern wird ein Mechanismus durch Stahlfließen verursacht, d.h. die Armierung wird für die Bruchlast massgebend. Wie in den Bildern 11 bzw. 12 dargestellt ist, kann sich für die untersuchten Balken ein Mechanismus ausbilden, wenn entweder die Balkenvorderseite oder die Balkenhinterseite versagt. Bei einem solchen Versagen kommen innerhalb gewisser Grenzen dank der sich einstellenden Umlagerung des Winkels  $\alpha$  sowohl Bügel- als auch Längsarmierung zum Fließen. Zu erwähnen ist noch, dass in den schematischen Darstellungen der Bilder 11 und 12 nur die plastischen Verformungen berücksichtigt sind, d.h. die vorangegangenen elastischen Verformungen sind in diesen Bildern nicht eingetragen.

Beim Versagen der Balkenvorderseite, wie dies bei den Balken  $TW_1$ ,  $TW_3$ ,  $TW_4$  und  $TW_5$  zu beobachten war, müssen die in der Scheibe 6 liegenden Bügel sowie der Gurtstab 7 fließen.

$$\frac{1}{\text{tg}\alpha_6} = \left( \frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \right) \cdot \left( B_f \cdot \frac{h}{t_B} \right)^{-1} \quad (14a)$$

$$Z_{f7} = \frac{M_z}{2h} + \frac{M_w}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \right)^2 \cdot \left( B_f \cdot \frac{h}{t_B} \right)^{-1} \quad (14b)$$

Die nicht verwendeten Beziehungen aus dem Gleichungssystem (13) dienen lediglich zur Plastizitätskontrolle. Es muss nachgewiesen werden, dass keine in einem Bügel oder Gurtstab wirkende Kraft ihre Fließgrenze übersteigt.

Versagt hingegen die Balkenhinterseite wie bei  $TW_2$ , so müssen der Gurtstab 3 und die Bügel der Scheibe 2 fließen.

$$\frac{1}{\text{tg}\alpha_2} = \left( -\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \right) \cdot \left( B_f \cdot \frac{h}{t_B} \right)^{-1} \quad (15a)$$

$$Z_{f3} = -\frac{M_z}{2h} + \frac{M_w}{b \cdot h} + \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{Q_z}{2} + \frac{T_w}{b} \right)^2 \cdot \left( B_f \cdot \frac{h}{t_B} \right)^{-1} \quad (15b)$$

Betrachtet man den für den Bruch des Balkens massgebenden Querschnitt A-A, so erhält man mit den entsprechenden Schnittkräften (siehe Tabelle 6 und Bild 14 rechts)

$$\left. \begin{aligned} Q_z &= Q_z(g) - 0,50 \cdot P \\ T_w &= T_w(g) - 0,50 \cdot P \cdot e \\ M_z &= M_z(g) + 0,125 \cdot P \cdot l \\ M_w &= M_w(g) + 0,125 \cdot P \cdot e \cdot l \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

aus (14b) oder (15b) jeweils eine quadratische Gleichung in  $P$ . Die positive Wurzel der betreffenden quadratischen Gleichung ergibt dann die theoretische Traglast  $P_u^{\text{Th}}$  des angenommenen Scheibenmodells. Die numerischen Werte für  $P_u^{\text{Th}}$  sind in Tabelle 7 angegeben.

### 3. VERSUCHSDURCHFUEHRUNG

#### 3.1 Versuchsanlage

Die Balkenversuche wurden auf dem Aufspannboden in der Prüfhalle der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (ZH) durchgeführt.

Eine Gesamtansicht der Versuchsanlage zeigt Bild 15. Von der in [1] beschriebenen Versuchsanlage konnte der Belastungsrahmen mit Zugpresse verwendet werden. Die Auflagerung der Versuchsbalken hingegen erforderte für das vorliegende Versuchsprogramm eine Ergänzung der bereits bestehenden Prüfeinrichtung. Entsprechend dem auf Bild 13 skizzierten Systemschema musste eine Lagerung gefunden werden, welche weder eine Wölbung noch eine Neigung der Balkenenden verhinderte. Dazu wurden zwei Auflagerrahmen konstruiert, von denen der eine in Bild 16 zu sehen ist. Die Krafteinleitung vom Auflagerahmen in den Versuchskörper wurde durch zwei Lager besorgt. Jedes dieser Lager bestand im Prinzip aus einer Kombination eines Teflon-Gleitlagers mit einem Kreuzgelenk, so dass die gewünschten Randbedingungen wenigstens näherungsweise erfüllt werden konnten. Im oberen Lager war die seitliche Bewegungsmöglichkeit auf einige Millimeter beschränkt. Dadurch konnten kleine Horizontalkräfte in der Rahmenebene, wie sie z.B. eine Schiefstellung der Zugpresse verursachte, aufgenommen werden. In Längsrichtung wurde der Versuchsbalken, wenn man von der Schiefstellung der Lager und der Lagerreibung absieht, lediglich durch die Zugpresse stabilisiert. Um schon bei Versuchsbeginn eine gleichmässige Auflage des Balkens in beiden Auflagerrahmen erreichen zu können, waren die oberen Riegel der Auflagerahmen senkrecht und die daran befestigten Lager waagrecht verstellbar.

Schliesslich wurde in den Auflagerebenen der Versuchsbalken ein zur Entstehungszeit der Bilder 15 und 16 noch nicht montiertes Gestell angebracht, um die Querschnittsform beim Auflager zu erhalten. Nebenbei kann bemerkt werden, dass es für die Scheibenwirkung eines Dreischeiden-Querschnittes nicht von Bedeutung ist, ob sich der Querschnitt verformen kann oder nicht. Die Plattenwirkung hingegen ist von den Bedingungen abhängig, die an die Verformung des Querschnittes gestellt werden.

#### 3.2 Versuchsablauf

Der Versuchsablauf entsprach demjenigen der früheren Torsionsversuche und ist in [2] erläutert. In Bild 17 ist ein Belastungsschema dargestellt. Wesentlich ist, dass während der Verformungsmessungen (Phase II in Bild 18) die Deformation des Balkens konstant gehalten wurde. Die dabei entstehende Relaxation erforderte eine zweimalige Lastmessung, eine am Anfang und eine am Ende jeder Laststufe (Phasen I und III in Bild 18). Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse wurde den gemessenen Verformungen stets die Endlast zugeordnet. Da die Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Stahl-Probestäbe und der Betonprismen in ähnlicher Weise aufgenommen wurden, konnten diese Diagramme direkt für die Zuordnung Spannung-Dehnung übernommen werden. Die Dauer der Laststufen ist in den Tabellen 8 aufgeführt. Der Versuch wurde jeweils nach der zweiten Entlastung über Nacht unterbrochen.

Die im Balken wirksamen Schnittkräfte wurden aus den Lastmessungen am Pendelmano-

meter der Zugpresse ermittelt. Die veränderlichen Schnittkräfte wurden jeweils auf die Mitte des Messbereiches (vgl. Bild 19) bezogen. Die wesentlichen Verformungsmessungen wurden an je zwei 60 cm langen Balkenabschnitten vorgenommen. Der erste Abschnitt diente zur Messung der Stahldehnungen (Detail-Messbereich), im zweiten Abschnitt, dessen Rissverhalten durch keine Messfenster gestört war, wurden die Betondehnungen und das Rissbild (Detail-Rissbereich) aufgenommen. Die Anordnung der Messstellen ist in Bild 19 wiedergegeben. Die folgenden Verformungsmessungen wurden durchgeführt.

a) globale Verformungen

- Verdrehungen in 7 Messquerschnitten mit einem induktiven Neigungsmesser (Anzeige in 1/100 Grad).
- Durchbiegungen in 7 Messquerschnitten mit auf den Balken gestellten Massstäben (Flexometer) durch Nivellieren (Ablesung auf 1/10 mm).
- Horizontale Ausbiegungen in 7 Messquerschnitten mit an den Balken gehaltenem Massstab und Theodolit (Ablesung auf 1/10 mm).

b) lokale Verformungen im Detail-Messbereich

- Längseisendehnungen mit induktiven Setzdehnungsmessern, Basis 60 cm (Anzeige in 2/1000 mm) und 20 cm (Anzeige in 1/1000 mm).
- Bügeldehnungen mit induktiven Setzdehnungsmessern, Basis 20 cm und 10 cm (Anzeige in 1/1000 mm).
- Schiebungen und Krümmungen durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit induktiven Setzdehnungsmessern, Basis 74 cm, 60 cm und 43 cm (Anzeige in 2/1000 mm).

c) lokale Verformungen im Detail-Rissbereich

- Betondehnungen mit induktivem Setzdehnungsmesser, Basis 10 cm.
- Rissbreiten auf Höhe der Zugarmierung und in Seitenmitte der vorderen und hinteren Querschnittsfläche mit einem Rissmikroskop (Ablesung auf 1/100 mm).

Die induktiven Setzdehnungsmesser wurden auf Messbolzen aufgesetzt, die mit einem Schnellklebestoff auf der freiliegenden Stahl- resp. Betonoberfläche aufgeklebt waren. Mit diesem Verfahren wurde ein einwandfreies Ansetzen der Messinstrumente bis zum Bruch gewährleistet.

## 4. VERSUCHSRESULTATE

### 4.1 Trag- und Bruchverhalten

#### 4.1.1 Bruchlasten

Die in den Balkenversuchen erreichten Bruchlasten werden in Tabelle 7 und in Bild 20 mit den nach Abschnitt 2.3.2 berechneten Werten verglichen. Tabelle 7 enthält ausserdem die beobachteten Fliesslasten und die nach Gleichung (14a) bzw. (15a) bestimmten Diagonalenneigungswinkel der massgebenden Querschnittscheiden.

Auffallend ist bei dieser Gegenüberstellung die durchschnittlich um 44% höher liegende experimentelle Bruchlast gegenüber der am Scheibenmodell berechneten Traglast. Ungefähr 5% sind dabei auf die nicht idealen Lagerbedingungen (Schiefstellung der Lager + Lagerreibung) in den Auflagerrahmen der Versuchsanlage zurückzuführen. Der verbleibende Rest von etwa 40% kann nur durch die am Scheibenmodell nicht in Rechnung gestellte Plattenwirkung bedingt sein.

Die Vermutung, dass der Unterschied zwischen theoretischer und experimenteller Bruchlast fast ausschliesslich auf die Plattenwirkung der Querschnittscheiden zurückzuführen ist, wird durch die Versuche vollauf bestätigt. Dazu braucht man lediglich die in den Auflagerebenen gemessenen Haltekräfte der hinteren Platte in Bild 21 zu betrachten. Durch die Verdrehung des Lastarmes bzw. des Querträgers wird die hintere Platte nach aussen gedrückt. Einer solchen Bewegung würde praktisch kein Widerstand entgegengebracht, wäre diese Platte in den Auflagerebenen nicht gehalten. Die entsprechenden Haltekräfte ergeben demnach ein aussagekräftiges Bild der Plattenwirkung. In Bild 21 sind die Haltekräfte der Laststufen 10 bis 18 für den Versuchsbalken TW<sub>1</sub> aufgetragen. Sie zeigen einen annähernd linearen Verlauf mit der Lastarmverdrehung, d.h. sie sind ungefähr proportional zur Plattenverformung. Die Grösse der Haltekräfte entspricht ohne weiteres den aufgetretenen Deformationen, wenn man an die relativ grosse Plattensteifigkeit denkt.

Die geringsten Anteile für die Plattenwirkung entstehen dort, wo die Plattensteifigkeit durch grosse Risse herabgesetzt ist. Die Hauptanteile liefern jene Querschnittsbereiche, welche durch die Wirkung einer Längsdruckkraft eine grössere Biegesteifigkeit aufweisen. Diese Bereiche sind in der Balken-Skizze des Bildes 21 als schraffierte Flächen dargestellt. Demzufolge waren beim Balken TW<sub>1</sub> vor allem die obere und die hintere Platte verantwortlich für eine über die Scheibenwirkung hinausgehende Erhöhung der Traglast. Nimmt man an, dass die Plattenwirkung der oberen Platte dieselbe Grössenordnung wie in der hinteren Platte aufwies, so kommt man mit Hilfe der gemessenen Haltekräfte tatsächlich auf die experimentellen Bruchlasten.

In diesem Zusammenhang sei bemerkt, dass es im Bruchzustand im Gegensatz zum ungerissenen Zustand wenig sinnvoll ist, bei der Plattenwirkung zwischen einem Verwindungsanteil (St. Venant'scher Torsionswiderstand) und einem Biegeanteil zu unterscheiden. Grund dafür sind die sehr komplexen Steifigkeitsverhältnisse (vgl. Bild 21), welche stark von der Grösse und dem Verlauf der Risse abhängig sind. So konnte z.B. an allen für das Versagen massgebenden Querschnittscheiden beobachtet werden, wie sich die Rissneigungen auf der Innenseite der Versuchsbalken nach und nach dem Riss-

verlauf auf der Aussenseite anglichen. Von St. Venant'scher Torsion zu sprechen, wie man sie von der Elastizitätstheorie her kennt, dürfte demnach fehl am Platze sein.

Ein weiterer Beweis für die vorliegende Erklärung wird durch den deutlich unter der Bruchlast liegenden Fliessbeginn erbracht. Bei allen Versuchsbalken kam zuerst der massgebende Gurtstab an der Stossstelle der Längsarmierung (siehe Bild 2) ins Fliessen, was an einer Messstrecke von 20 cm beobachtet werden konnte. Da die Plattenwirkung deformationsbedingt ist, wird sie erst nach Fliessbeginn richtig ins Spiel kommen. Die in Tabelle 7 und Bild 20 eingetragenen experimentellen Fliesslasten zeigen dies deutlich, denn die Last konnte nach Fliessbeginn noch beträchtlich gesteigert werden, obwohl in der für den Bruch massgebenden Querschnittsfläche keine wesentliche Kräfteumlagerung mehr stattfand.

Die Plattenwirkung ist in erster Linie von der gewählten Querschnittsdicke  $t$  abhängig. Bei dünnwandigen Querschnitten spielt die Plattenwirkung praktisch keine Rolle. Sie gewinnt an Bedeutung, je dickwandiger ein Querschnitt ausgeführt ist. Es muss hier betont werden, dass die Versuchsbalken  $TW_1$  bis  $TW_5$  dermassen gedrungene Querschnitte aufwiesen, wie sie in der Praxis kaum zu finden sind. Folglich fällt bei praktisch vorkommenden Tragwerken die Plattenwirkung weit weniger ins Gewicht. Die am Scheibenmodell berechneten Bruchlasten stimmen dann besser mit den tatsächlichen Werten überein.

Für die Interpretation der gemessenen Bruchlasten ist neben der in Rechnung gestellten Scheibenwirkung die Plattenwirkung nicht zu vergessen. Die Bedeutung der Plattenwirkung in den vorliegenden Balkenversuchen geht aus Bild 22 hervor. Bild 23 zeigt die für die Scheibenwirkung typische Querschnittsverwölbung.

#### 4.1.2 Tragverhalten

Nachfolgend wird das Tragverhalten bis zum Bruch der einzelnen Versuchsbalken beschrieben. Die Tabellen 8 enthalten die Anfangs- und Endlasten sowie die zeitliche Dauer jeder einzelnen Laststufe. Einen Ueberblick über das Tragverhalten vermitteln auch die Last-Verformungs-Kurven der Bilder 47 bis 50.

##### Balken $TW_1$

Im ungerissenen Zustand verformte sich der Versuchsbalken entsprechend seiner Steifigkeit nur wenig. Nach dem Auftreten der ersten Risse, die sich in jeder Balkenhälfte schraubenförmig um den Versuchskörper wanden, nahm die Steifigkeit sukzessive ab. Die Risse auf der Balkeninnenseite waren anfänglich stark gegenüber den Rissen auf der Aussenseite geneigt, was den grossen St. Venant'schen Torsionsanteil beim Entstehen der Risse bestätigt. Die weitere Entwicklung entsprach einem auf Biegung und Schub beanspruchten Träger, wenn man von der Verwindung der Querschnittsflächen absieht.

Die Armierung der unteren Gurtstäbe war wesentlich kleiner als die der oberen Gurtstäbe. Erwartungsgemäss kamen daher die unteren Längseisen auf der Balkenvorderseite (Gurtstab 7) ins Fliessen. Die Bügelarmierung wurde für den Versuchsbalken  $TW_1$  so gewählt, dass sich in der massgebenden vorderen Querschnittsfläche ein Fachwerk mit etwa unter  $45^\circ$ -geneigten Betondiagonalen ausbildete. Die Bügeldehnungen überschritten in allen Bügelmessstellen der Balkenvorderseite ihre Fliessdehnung.

Mit dem Fließen des Gurtstabes 7 und der in der Querschnitts-scheibe 6 liegenden Bügel hätte man bereits die Traglast erreicht, wenn nur die Scheibenwirkung eine Rolle gespielt hätte. Die Last konnte jedoch dank der Plattenwirkung noch beträchtlich gesteigert werden, allerdings nahmen in dieser Phase die Deformationen sehr stark zu. Schliesslich zeigten sich deutliche Spuren grosser Druckbeanspruchungen, vor allem in den Diagonalen der Balkenvorderseite (siehe Bild 24). Nach der Laststufe 18 (vgl. Bild 47) konnten die Deformationen ohne nennenswerte Steigerung der Belastung erhöht werden, bis der Versuch infolge eines lokalen Versagens bei einem Auflager abgebrochen werden musste.

#### Balken TW<sub>2</sub>

Im Unterschied zum Versuchsbalken TW<sub>1</sub> waren hier die oberen Gurtstäbe schwächer ausgebildet. Es musste sich aus diesem Grunde ein völlig anderer Bruchmechanismus ausbilden. Dies zeigt Bild 26. Während sich bei allen anderen Versuchsbalken die vordere Querschnitts-scheibe nach unten bewegte, wurde beim Balken TW<sub>2</sub> die hintere Querschnitts-scheibe nach oben gedrückt. Dieser Mechanismus wurde durch das Fließen des Gurtstabes 3 und der in der Scheibe 2 liegenden Bügel bewirkt. Ausserdem kamen die Bügel der Balkenvorderseite ins Fließen, ohne dass dort ein Mechanismus beobachtet werden konnte.

Nach dem Ueberschreiten der Maximallast erfolgte der Bruch schlagartig durch Abplatzen der äusseren Betonschale auf der Vorderseite (siehe Bild 26) und durch eine Zerstörung der Druckzone auf der Innenseite des Balkens hinten unten. Dieses Versagen war bedingt durch die sehr grossen Plattenverformungen, worüber noch in Abschnitt 4.3 berichtet wird.

#### Balken TW<sub>3</sub>

Der Versuchsträger TW<sub>3</sub> war mit dem Balken TW<sub>1</sub> identisch. Er wurde jedoch einer anderen Beanspruchung unterworfen, indem die Lastexzentrizität um die Hälfte reduziert wurde.

Trotz der unterschiedlichen Belastungsanordnung war die massgebende Querschnitts-scheibe 2 gleich beansprucht wie bei TW<sub>1</sub>. Aus diesem Grunde zeigte der Balken TW<sub>3</sub> mit Ausnahme unwesentlicher Unterschiede dasselbe Trag- und Bruchverhalten wie der Versuchsbalken TW<sub>1</sub>. Das Versagen erfolgte durch eine an der Aussenseite beginnende Zerstörung der Betondiagonalen, wie sie in Bild 25 zu sehen ist.

#### Balken TW<sub>4</sub>

Gegenüber dem Versuchsbalken TW<sub>3</sub> zeichnete sich der Balken TW<sub>4</sub> durch eine um etwa die Hälfte reduzierte Bügelarmierung aus. Wird als Bruchmodell ein räumliches Fachwerk mit variabler Diagonalenneigung angenommen, so müssen trotz der einseitigen Reduktion der Bügelarmierung auch die massgebenden Längseisen (Gurtstab 7) ins Fließen kommen, was im Versuch eindeutig festgestellt wurde. Die dadurch bedingte Flacherstellung der Druckdiagonalen konnte anhand der neu auftretenden Risse beobachtet werden. Allerdings wich das Rissbild im Durchschnitt nicht stark von der 45°-Neigung ab (vgl. Bild 27), da es durch die starke Plattenverwindung beeinflusst wurde.

Nach dem Fließen des Gurtstabes 7 und der vorderen Bügel erreichten auch die Bügel

auf der Balkenhinterseite ihre Fließspannung, was erwartungsgemäss keine Änderung des Bruchmechanismus bewirkte. Wie bei den Versuchsbalken  $TW_1$  und  $TW_3$  stellte sich ein Mechanismus ein, bei dem sich die vordere Querschnittsfläche nach unten bewegte. Der Bruch erfolgte durch eine Zerstörung der Betondiagonalen auf der Balkenvorderseite.

#### Balken $TW_5$

Der Versuchsbalken  $TW_5$  entsprach dem Balken  $TW_4$  mit Ausnahme der Vorspannung der unteren Gurtstäbe. Um die Träger miteinander vergleichen zu können, wurden ungefähr gleich grosse Fließkräfte der unteren Gurtstäbe gewählt. Dabei wurden die verwendeten Litzen derart vorgespannt, dass sie die Streckgrenze etwa bei der gleichen zusätzlichen Dehnung erreichten wie die schlaffe Armierung. Dementsprechend wiesen die Balken  $TW_4$  und  $TW_5$  mit Ausnahme der Risslast ein analoges Tragverhalten auf (Bild 50). Der Unterschied in der Risslast war nicht so ausgeprägt, wie man dies aufgrund von Vergleichen an Biegebalken erwarten könnte, weil der im Zugbereich liegende Gurtstab 3 (oben) nicht vorgespannt war.

Der Balken  $TW_5$  ging genau gleich wie der Balken  $TW_4$  zu Bruch. Dies verdeutlicht Bild 28. Der Bruch hätte bei hundertprozentigem Verbund schon bei kleineren Verformungen durch ein Reißen der Spannarmerung im Gurtstab 7 erfolgen können, was aber nicht eintrat, weil der Verbund zwischen Stahl und Beton gegen den Bruch hin nicht mehr vollständig war. Die Dehnung der Vorspannlitze konnte sich so auf eine grössere Länge verteilen und der Bruch erfolgte nicht durch ein Stahlversagen sondern durch ein Versagen des Betons wie im Falle des Balkens  $TW_4$ .

#### 4.1.3 Brucharten - Biegeschubbruch

Im vorhergehenden Abschnitt über das Tragverhalten konnte gezeigt werden, dass bei allen untersuchten Balken die gleichen Erscheinungen dem Bruch vorausgingen und diesen schliesslich herbeiführten. Die beobachtete Bruchart kann gemäss der im Anhang dieses Berichtes auf Seite A8 angegebenen Klassifikation der Brucharten als Biegeschubbruch bezeichnet werden. Diese Einteilung scheint berechtigt, da in den Balkenversuchen eine Beeinflussung der Mechanismen durch die Plattenwirkung nicht beobachtet werden konnte. Ausserdem hat die Plattenwirkung bei Balken mit dünnwandigen Querschnitten eine viel geringere Auswirkung als bei den gedrungenen Versuchsbalken  $TW_1$  bis  $TW_5$ . Bei Balken mit dünnwandigen Querschnitten wird demnach die Art des Versagens noch deutlicher als Biegeschubbruch zu erkennen sein.

Die Versuche zeigten, dass alle Balken unterarmiert waren, d.h. die massgebende Armierung kam vor dem Versagen des Betons ins Fließen. Das damit verbundene duktile Bruchverhalten ermöglichte die Anwendung der Plastizitätstheorie zur Bestimmung der theoretischen Traglast.

#### 4.2 Beanspruchung der Armierung

Die Dehnungen der Stahleinlagen wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 60, 20 und 10 cm gemessen (vgl. Kapitel 3). Die Genauigkeit der einzelnen Messungen betrug für die mittlere Basislänge etwa 0.05 Promille. Die Anordnung der Messstellen ist aus

Bild 19 ersichtlich. In den Bildern 29 bis 33 sind für jeden Versuchsbalken die Mittelwerte der Stahlspannungen über den 60 cm langen Detail-Messbereich (vgl. Bild 19) aufgetragen. Da die Gurtstäbe im Prüfbereich gestossen sind, wurden die Spannungen der Zug-Gurtstäbe 3 und 7 (hinten oben resp. vorne unten) auf den jeweils kleineren Armierungsquerschnitt bezogen. Ausserdem wurden für die Längseisen die theoretischen Stahlspannungen bei Laststufe 1 (Grundlast) mitberücksichtigt. Die Berechnung dieser Ausgangswerte erfolgte nach den Beziehungen der Elastizitätstheorie aus den bei Laststufe 1 vorhandenen Schnittkräften. Für die Mittelwerte der Bügelspannungen wurden pro Balken fünf Bügel auf der Balkenvorder- und Hinterseite sowie drei Bügel in der oberen Scheibe ausgemessen.

Zum Vergleich mit den gemessenen Kurven sind in den Bildern 29 bis 33 für die massgebenden Bügel und Längseisen auch die am Fachwerkmodell bestimmten theoretischen Werte eingetragen. Diese Geraden ergeben sich aus den Gleichungen (13), wenn man für die Diagonalenneigungen die im Bruchzustand gültigen Werte von Tabelle 7 einsetzt und die so erhaltenen Bügel- und Gurtstab-Kräfte durch die entsprechenden Stahlquerschnitte dividiert. Die Berechnung der Stahlspannungen im gerissenen Zustand des vorgespannten Balkens  $TW_5$  erfolgt nach den Methoden teilweise vorgespannter Bauteile. Durch eine in Spanngliedhöhe eingeführte fiktive Kraft wird der Beton zuerst spannungsfrei gemacht. Die dieser fiktiven Kraft entgegengesetzte Kraft wirkt dann zusammen mit den Schnittkräften (16) auf das räumliche Fachwerk. Der Unterschied zwischen Theorie und Messung ist in den Bildern 29 bis 33 nicht zu übersehen. Er beruht, wie dies in Abschnitt 4.1.1 gezeigt wurde, in erster Linie auf der vernachlässigten Plattenwirkung.

Bei der Interpretation der Messungen ist die Anordnung und Lage der Messstellen (vgl. Bild 19) zu beachten. Die Messung erfolgte immer von der Aussenseite her. Dabei wurden die induktiven Setzdehnungsmesser auf Messbolzen aufgesetzt, die bei den Bügelmessstellen etwa 1 cm und bei den Längseisenmessstellen etwa 2 cm vom Aussenrand des Querschnitts entfernt waren. Die exzentrische Lage der Messstellen in den Querschnittscheiben wirkte sich für die Bügelmessungen praktisch nicht aus, da die Querschnittsform in den Versuchen mehr oder weniger erhalten werden konnte. Die Längseisendehnungen hingegen wurden durch die exzentrische Lage der Messstellen spürbar beeinflusst, da je nach Lage ein grösserer oder kleinerer Anteil der Plattenverformung mitgemessen wurde. Dieser Anteil äussert sich vor allem bei den Gurtstäben 1 und 5 (hinten unten bzw. vorne oben), die zusammen mit dem umliegenden Beton eine Druckzone bilden müssen. Die in den Bildern 29 bis 33 dargestellten Messwerte weisen auf einen starken Dehnungs- resp. Spannungsgradienten über die Querschnittsdicke hin und unterstreichen die Tatsache, dass der Unterschied zwischen Versuch und Theorie in der vernachlässigten Plattenwirkung liegt.

Die Bügelspannungen auf der Oberseite sind durch die Verankerung der seitlichen Bügelabschnitte zu erklären. Die Oberseite des Balkens  $TW_2$  war durch das Fliessen des Gurtstabes 3 stärker aufgerissen wie bei den übrigen Balken. Folglich waren die seitlichen Bügelkräfte im Beton der oberen Scheibe etwas schlechter verankert und die oberen Bügel etwas stärker beansprucht. Diese Verankerung begründet zusammen mit der aus der Verwindung entstandenen Rissbildung die gemessenen Bügelspannungen auf der Balkenoberseite.

Abgesehen von der Plattenwirkung und der damit zusammenhängenden Unterschiede im Spannungsverlauf entwickelten sich die Stahlspannungen gemäss den am Fachwerkmodell

errechneten Werten. Insbesondere konnte bei allen Versuchsbalken das theoretisch erwartete Fließen der massgebenden Bügel und Gurtstäbe beobachtet werden. Bei den Versuchsbalken TW<sub>1</sub>, TW<sub>3</sub>, TW<sub>4</sub> und TW<sub>5</sub> entwickelten sich dieselben Bruchmechanismen. Aus diesem Grunde verliefen die Stahlspannungen dieser Balken ziemlich ähnlich. Infolge des späteren Rissbeginns beim vorgespannten Balken TW<sub>5</sub> war der Spannungszuwachs im gerissenen Zustand ausgeprägter. Der Spannungsverlauf des Balkens TW<sub>2</sub> unterschied sich in Übereinstimmung mit dem eingetretenen Bruchmechanismus deutlich von allen übrigen Balken.

#### 4.3 Beanspruchung des Betons

Die Stauchungen der Betonoberfläche wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 10 cm an den in Bild 19 angegebenen Messstellen ermittelt. Die Genauigkeit der einzelnen Messung betrug etwa 0,1 Promille. Aufgrund der grossen Torsions- bzw. Schubbeanspruchung entwickelten sich bei allen Balken Diagonalarisse, durch die die Messungen der zur Balkenaxe parallelen Messstellen gestört wurden. Dargestellt sind in Bild 34 die Stauchungen der Betonoberfläche auf der für das Versagen massgebenden Querschnittsfläche unter einer Neigung von 45° gegenüber der Balkenaxe. In Bild 34(a) sind die Betonstauchungen in Funktion der Belastung aufgetragen. Interessant war das starke Anwachsen der Stauchungen nach dem Fließbeginn der Armierung obwohl infolge Gleichgewicht im Fachwerk eine Vergrösserung der Diagonaldruckkraft nicht mehr möglich war. Dieser Zuwachs musste also durch die Verformung selbst verursacht werden. Es handelte sich dabei um den in [2] beschriebenen Verwindungseffekt. Die grössten Randstauchungen aus dieser Verwindung treten unter 45° auf und haben nach [2] den Betrag:

$$\epsilon_b(\vartheta) = - \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (17)$$

Der Verwindungsanteil ist demnach eine lineare Funktion der gemessenen spezifischen Verdrehung  $\vartheta_{60}$ .

$$\epsilon_b(\vartheta) = - \frac{\vartheta_{60} \cdot 8}{60} \cdot \frac{t}{2} = - \frac{\vartheta_{60}}{15} t \quad (18)$$

Den linearen Zusammenhang zwischen Betonstauchung und spezifischer Verdrehung veranschaulicht Bild 34(b). Erst bei grosser Rissöffnung traten die Diagonalen etwas aus der verwundenen Fläche heraus und die Dehnungszunahme verflachte sich. Die den Randstauchung entsprechende, unter 45° zur Balkenaxe geneigte Druckspannung setzt sich aus einem Strebenkraft- und einem Verwindungsanteil zusammen. Dies zeigt die aus [2] übernommene Gleichung:

$$\sigma_b = - (2\tau + E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15}) \quad (19)$$

Die nominellen Schubspannungen  $\tau$  können mit Hilfe der Beziehungen (13), in welchen die Scheibenquerkräfte durch die entsprechenden Schubflächen zu dividieren sind, bestimmt werden. Für die Scheibe k erhält man:

$$\tau_k = \frac{Q_k}{a_k \cdot t} \quad (20)$$

Wie aus Bild 34(b) zu entnehmen ist, spielen die Betonstauchungen aus der Verwindung

eine bedeutende Rolle für die Bruchart. Sie sind bei der Festlegung der oberen Schubspannungsgrenze unbedingt zu berücksichtigen, um ein vorzeitiges Versagen der Betondiagonalen zu verhindern. Für eine bestimmte Stahldennung (z.B. Fließbeginn) wird die Verdrehung und damit auch die Verwindung umso kleiner, je weiter die Querschnittscheiden auseinanderliegen, d.h. je grösser die Aussenabmessungen eines Querschnittes sind. Nach Gleichung (17) vergrössert sich die aus der Verwindung stammende Randstauchung mit zunehmender Wandstärke  $t$ , so dass die Gedrungenheit eines Querschnittes, die durch das Verhältnis der Wandstärke zu den Aussenabmessungen ausgedrückt werden kann, eine Aussage über die zu erwartende Betonbeanspruchung gibt.

Neben dem vorzeitigen Versagen der Betondiagonalen ist auch der vorzeitige Sprödbereich von druckbeanspruchten Gurtstäben zu verhindern. Dabei sind wie bei der Festlegung der oberen Schubspannungsgrenze die durch die Plattenverformung bedingten Betonstauchungen zu berücksichtigen.

#### 4.4 Verformungen

##### 4.4.1 Schiebungen und Krümmungen

Die Schiebungen  $\gamma$  und die Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  wurden im Detail-Messbereich (vgl. Bild 19) durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnungsmessern bestimmt. Die Berechnung der Winkeländerungen in den vier Ecken des rechteckigen Messabschnittes aus den gemessenen Grössen und die damit mögliche Bestimmung der Schiebungen und Krümmungen ist in [2] eingehend beschrieben.

Die auf diese Weise ermittelten Schiebungen und Krümmungen sind in den Bildern 35 bis 44 für alle Querschnittscheiden und Balken dargestellt. Auf den Zusammenhang zwischen Schiebungen und Dehnungen wird hier nicht näher eingegangen, da dies schon in den Berichten [2], [3], [4] und [5] eingehend untersucht wurde. Der lineare Zusammenhang zwischen Längsdehnungen und Krümmung ist evident. Als Mass für die Krümmung wird der gemessene Dehnungsunterschied  $\frac{d\varphi}{dx} \cdot 43$  cm der beiden in einer Scheibe liegenden Gurtstäbe (Messstellenabstand = 43 cm) aufgetragen.

Die gemessenen Werte entsprechen durchaus den Erwartungen. Interessant ist das unterschiedliche Verformungsverhalten der Balken vor und nach Fließbeginn der Armierung. Man sieht sehr schön, wie sich das Verformungsverhalten nach Fließbeginn den in den Bildern 11 und 12 skizzierten Bruchmechanismen annäherte.

##### 4.4.2 Durchbiegungen

Die Durchbiegungen der einzelnen Querschnittscheiden wurden aus den Klinometer-Flexometer-Messungen unter Annahme der Querschnittserhaltung ermittelt. In Bild 45 sind die Durchbiegungen vor Fließbeginn und in Bild 46 die unter Maximallast aufgetretenen Werte dargestellt. Beim Vergleich der beiden Bilder sind die eingetretenen Mechanismen deutlich zu erkennen. Erwartungsgemäss nahmen bei den Balken  $TW_1$ ,  $TW_3$ ,  $TW_4$  und  $TW_5$  die Durchbiegungen der Balkenvorderseite sehr stark zu, währenddem beim Balken  $TW_2$  die Durchbiegungen der oberen und vor allem der hinteren Scheibe nach Fließbeginn anwuchsen.

Neben den über die Balkenlänge aufgetragenen Durchbiegungen der Bilder 45 und 46

sind die Durchbiegungen der massgebenden Querschnittscheiden in Balkenmitte auch in Funktion der Belastung angegeben. Dies zeigen die Bilder 47 bis 50, die vor allem das in Abschnitt 4.1.2 beschriebene Tragverhalten der Versuchsbalken illustrieren.

#### 4.5 Rissverhalten

##### 4.5.1 Risslasten

Bei allen Versuchsbalken traten vorerst Biegeschubrisse auf, die sich bei den Balken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>4</sub> aus Anrissen auf der Balkenvorderseite unten und beim Balken TW<sub>5</sub> aus Anrissen auf der Balkenhinterseite oben entwickelten. Die ersten Risse traten ungefähr im Abstand  $h/2$  vom Mittelquerträger auf, weshalb dieser Querschnitt (Querschnitt B-B) zur Bestimmung der Vergleichsspannungen bei Rissbeginn herangezogen wurde.

Die bei Rissbeginn vorhandenen Lasten sind in Tabelle 9 aufgeführt. Für den Vergleich mit der Biegezugfestigkeit des Betons genügen die Normalspannungen  $\sigma_R$ , da diese die Schubspannungen im Querschnitt B-B bei weitem übertrafen. Die Vergleichsspannungen  $\sigma_R$  wurden nach Gleichung (7) berechnet. Sie entsprechen den Mittelwerten der Normalspannungen über die Querschnittsdicke  $t$  und dürften für den Rissbeginn im Querschnitt B-B massgebend sein. Die SIA-Norm 162 (1968) nimmt für die an Betonprismen ermittelte Biegezugfestigkeit den Wert von  $(2,5 \div 3,0) \cdot \sqrt{f_{ct}}$  an, was gemäss Tabelle 3 auch für den verwendeten Beton zutrifft. Diese Biegezugfestigkeit ist nach den Versuchsbeobachtungen massgebend für den Rissbeginn im Querschnitt B-B, da dort die Verhältnisse Schub- zu Normalspannungen sehr klein sind. Bei stärkeren Schubspannungsanteilen würde der Beton schon früher reissen. Der berechnete, niedrigere Wert beim Balken TW<sub>5</sub> weist in diese Richtung, allerdings dürfte dafür auch die schlechtere Betonqualität auf der Balkenoberseite verantwortlich gewesen sein.

##### 4.5.2 Rissverlauf

Die ersten Risse öffneten sich bei allen Balken senkrecht zur Hauptzugrichtung und verliefen spiralförmig um jede der beiden Balkenhälften. Allgemein wurde der Rissverlauf der in diesem Bericht beschriebenen Versuchsbalken sowohl durch die Scheiben- als auch die Plattenwirkung bestimmt. Die Risse entwickelten sich gemäss der Scheibenwirkung (Neigung der Druckdiagonalen) und der Plattenwirkung (Verwindung). Letztere erreichte bei den untersuchten Balken mit offenen Querschnitten sehr grosse Werte (vgl. Bild 34) und beeinflusste den Rissverlauf an der Betonoberfläche entsprechend der grossen Wandstärke von 8 cm beträchtlich. Aus diesem Grunde wichen die Rissbilder auf der Vorder-Hinter- und Oberseite der Balken im Mittel nicht stark von der 45°-Neigung ab. Bild 51 zeigt stellvertretend für alle Balken den Rissverlauf des Balkens TW<sub>2</sub>.

##### 4.5.3 Rissbreiten

In einem 60 cm langen Detail-Rissbereich (vgl. Bild 19) wurden die Rissbreiten auf je zwei Linien der Vorder- und Hinterseite mit einem Risse-Mikroskop ausgemessen. Die Ablesegenauigkeit betrug 1/100 mm. Die ermittelten Werte wurden auf Folien notiert, welche direkt neben den Messpunkten am Balken fixiert und photographiert wurden. Das Verfahren ist aus Bild 51 ersichtlich.

Die mittleren Rissbreiten der grössten fünf Risse auf Höhe der massgebenden Längszugarmierung wurden in Bild 52(a) der Belastung gegenübergestellt. Die mittlere Rissbreite des Balkens  $TW_4$  wich von denjenigen der übrigen Balken ab, da durch den abrupten Uebergang der Längsarmierung lokal sehr hohe Dehnungen entstanden. Die maximalen Rissbreiten entlang den gleichen Messachsen sind in Bild 52(b) wiedergegeben. Zusätzlich wurde in diesen Bildern die nach den CEB-Richtlinien als zulässig bezeichnete maximale Rissbreite im Gebrauchszustand von 0,2 mm eingetragen. Wie aus Bild 52(b) hervorgeht, wurde diese Grenze bei der durch 1,8 dividierten experimentellen Bruchlast  $P_{UE}^{EX}$  (schraffierter Bereich) zum Teil ganz wesentlich überschritten. Die grossen Rissbreiten sind eindeutig auf die starke Plattenverformung zurückzuführen, die wegen des grossen Dehnungsgradienten über die Wandstärke grosse Rissöffnungen auf der Balkenoberfläche erzeugte.

Berücksichtigt man für die Bemessung hingegen nur die Scheibenwirkung wie beim theoretisch betrachteten Scheibenmodell, so erhält man im Gebrauchszustand bei der durch 1,8 dividierten theoretischen Bruchlast  $P_U^{Th}$  ein vernünftiges Verformungs- und Rissverhalten (siehe Bild 52(b)).

## ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen eines Forschungsprogrammes über das Verhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft wurden vom Institut für Baustatik, Abt. Massivbau der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich (ETHZ) fünf Versuche an Stahlbetonbalken mit offenen Querschnitten durchgeführt. Diese ergänzen die bisher durchgeführten Versuche an Stahlbetonbalken mit geschlossenen und vollen Querschnitten, welche in [2] bis [5] ausführlich beschrieben sind. Die Hauptvariablen (Armierung, Beanspruchung und Vorspannung) sind in Bild 1 zusammengestellt. Ausser der aufgebrachten Last wurden Stahl- und Betondehnungen, Verdrehungen und Durchbiegungen, Rissbreiten sowie Schiebungen und Krümmungen gemessen.

Die Ergebnisse dieser Versuche lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Vergleichsspannungen bei Rissbeginn der sich entwickelnden Biegeschubrisse lagen im Bereich der für reine Biegung (Biegezugfestigkeit) ermittelten Werte.
- Im gerissenen Zustand entwickelte sich ein räumliches Fachwerk mit den Längseisen als Gurtungen, den Bügeln als Pfosten und den Beton-Druckdiagonalen. Die durch die Umlagerung der Kräfte zwischen Längseisen und Bügeln bedingte endgültige Neigung der Druckdiagonalen wurde durch anfängliche Risse nicht beeinflusst.
- Neben der Scheibenwirkung, die sich in der Ausbildung eines räumlichen Fachwerkes äusserte, gewann die Plattenwirkung mit zunehmender Verformung an Bedeutung. Sie erreichte wegen der relativ dickwandigen Ausführung der Versuchsbalken eine beachtliche Grösse.
- Die Plattenwirkung war verantwortlich für eine Erhöhung der Traglast gegenüber der am Fachwerkmodell bestimmten theoretischen Bruchlast. Die gemessenen Maximallasten überschritten die theoretisch ermittelten Bruchlasten um etwa 40%, während die am Fachwerkmodell vorausgesagten Mechanismen in allen Fällen zutrafen.
- Infolge der grossen Plattenverformungen traten sehr hohe Betonbeanspruchungen auf. So wurden die Gurtstäbe und die Betondruckdiagonalen neben der zentrischen Normalkraft nach Fachwerktheorie auch durch eine Krümmung beansprucht. Demzufolge spielen die Betonstauchungen aus der Plattenverformung eine bedeutende Rolle für die Art des eintretenden Bruches.
- Alle Versuchsbalken waren unterarmiert, d.h. die massgebende Armierung kam vor dem Versagen des Betons ins Fliessen. Die beobachtete Bruchart wies alle Merkmale eines Biegeschubbruches auf.
- Die Versuche zeigten, dass man bei einer Bemessung auf die theoretische Bruchlast des Fachwerkmodelles, wo die Plattenwirkung vernachlässigt wird, ein vernünftiges Verformungs- und Rissverhalten im Gebrauchszustand erhält. Daher sollte für die praktische Bemessung die Plattenwirkung im Bruchsicherheitsnachweis nicht in Rechnung gestellt werden.

## RESUME

Dans le cadre d'un programme de recherche sur le comportement des poutres en béton armé soumises à la torsion, à la flexion et à l'effort tranchant, on a procédé, à l'institut de Statique, section béton, de l'Ecole Polytechnique Fédérale (EPF) de Zurich, à des essais sur cinq poutres à sections ouvertes. Ces essais complètent ceux exécutés jusqu' à présent sur des poutres à sections pleines et fermées, essais qui ont été décrits en détail dans [2], [3], [4] et [5]. Les paramètres variés (armature, bras de levier de la charge appliquée, précontrainte) sont rassemblés dans le tableau 1. En plus de la charge appliquée on a mesuré les déformations de l'acier et du béton, les rotations, les flexions et la largeur des fissures, ainsi que les déformations de cisaillement et les courbures.

Les résultats des essais peuvent se résumer de la façon suivante:

- Les contraintes de traction nominelles au commencement de la fissuration à partir des fissures de flexion atteignaient la résistance à la traction du béton obtenue pour la flexion pure.
- A l'état fissuré, la structure portante agissait comme un treillis spatial avec l'armature longitudinale comme membrures, les étriers comme montants et des bielles comprimées en béton. L'inclinaison définitive des diagonales comprimées conditionnée par la transposition des forces entre des fers longitudinaux et les étriers n'était pas influencée par les fissures initiales.
- En plus des efforts contenus dans chaque parois de la poutre (treillis spatial), l'effet de plaque devenait de plus en plus important avec l'augmentation des déformations, à cause de la grande épaisseur des parois.
- Grâce à l'effet de plaque (pas considéré dans les calculs théoriques) la charge de rupture se trouvait au-dessus de celle donnée par la théorie du treillis. Les efforts mesurés maximaux dépassaient d'environ 40% les valeurs théoriques, tandis que les mécanismes prédits se trouvaient justes dans tous le cas.
- La déformation des plaques produisait des grandes déformations du béton. En plus de la force axiale centrée selon la théorie du treillis, les membrures et les bielles comprimées étaient aussi soumises à des contraintes dues à la courbure. Celles-ci jouent un rôle important pour le genre de la rupture.
- Toutes les poutres étaient sous-armées, de sorte que l'armature déterminante a atteint la limite d'écoulement avant l'écrasement du béton. Le genre de rupture observé montrait les indices d'une rupture typique pour une poutre soumise à la flexion et à l'effort tranchant.
- Les essais ont montré qu'un dimensionnement basé sur la charge de rupture théorique, calculée en négligeant l'effet de plaque, livrait un état de déformation et de fissuration raisonnable pour les charges réelles. C'est pourquoi pour un dimensionnement pratique, il ne faut pas tenir compte de l'effet de plaque dans le contrôle à la ruine.

## SUMMARY

Five reinforced concrete beams with open cross sections were tested at the Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, as part of a research program to study the behavior of reinforced concrete beams under combined torsion, bending and shear. These tests complete the previous test series on reinforced concrete beams with plain and hollow cross sections described in detail in [2], [3], [4] and [5]. The main parameters (reinforcement, eccentricity of applied load, prestressing) are given in Fig. 1. At each stage of the tests steel strains, concrete strains, angles of twist, deflections, crack widths, shear strains, curvatures and applied loads were recorded.

The results of these tests may be summarized as follows:

- The nominal tensile stresses at the onset of cracks due to bending came up to the tensile strength of concrete obtained for pure bending (tensile strength in flexure).
- After cracking all beams worked as space trusses with the longitudinal bars acting as stringers, the stirrups acting as vertical ties and the concrete diagonals acting as inclined struts. The final inclination of struts determined by the redistribution of forces between transverse and longitudinal reinforcement was not affected by initial cracks.
- Beside the in-plane forces acting in each wall of the beams (space truss forces), the plate bending action became more and more important with increasing deformations, it reached a relatively high value due to the thickness of the walls.
- The plate bending action, which was not considered in the theoretical study, led to higher values of ultimate loads than predicted by theory. The measured ultimate loads exceeded the theoretical values calculated with the space truss model by about 40%, whereas the failure mechanisms were as predicted.
- In accordance to the large bending deformation of plates high concrete strains were measured. The stringers and the compression diagonals were subjected to an axial force according to truss theory and an additional curvature. The concrete strains due to this curvature cannot be neglected for describing failure modes (ductile, not ductile).
- All test beams were under-reinforced, so that the reinforcement yielded before the failure of concrete. The observed failure modes showed the characteristics of a failure under bending and shear.
- It can be stated from the test results, that under service loads a good behavior relative to cracks and deformations is obtained, when the design bases on the theoretical carrying capacity of the truss model without considering the plate bending action. Therefore this should be neglected in practical ultimate load design.

VERDANKUNGEN

Der vorliegende Bericht wurde im Rahmen des Forschungsprogrammes "Torsion, Biegung und Querkraft von Stahlbetonbalken" des Institutes für Baustatik, Abt. Massivbau, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, ausgearbeitet. Für die grosszügige finanzielle Unterstützung dieses Programmes möchten die Verfasser der

Stiftung für wissenschaftliche, systematische  
Forschungen auf dem Gebiet des Beton- und  
Eisenbetonbaues

aufrichtig danken. Der experimentelle Teil der Untersuchungen wurde an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf durchgeführt. Für dieses Entgegenkommen möchten die Verfasser Herrn Professor Dr. Th. Erismann, Direktionspräsident der EMPA sowie Herrn Dr. M. Ladner, Vorsteher der Abteilung Massivbau, ihren besten Dank aussprechen. Die Armierungsstähle für die Versuchsbalken wurden von den Firmen Monteforno Stahl- und Walzwerke AG, Bodio, Ferrowohlen Stahl- und Walzwerke AG, Wohlen, die Spannkabel von der Firma Losinger + Co. AG, Bern, in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

Bei der Versuchsdurchführung und der Gestaltung dieses Berichtes haben mitgearbeitet: Frl. S. Burki, die Herren K. Bucher, G. Göseli und L. Sieger. Herr Dipl. Ing. M. Baumann hat sich besonders bei den Messungen mit der neu entwickelten elektronischen Mess- und Datenerfassungsanlage eingesetzt. Für Ihre Mitarbeit sei den Genannten, wie auch den übrigen an der Versuchsdurchführung Beteiligten, bestens gedankt.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Lampert P./Thürlimann B.: "Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft", Bericht Nr. 12, Juni 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizer Archiv, Heft 9, 33. Jahrgang 1967).
- [2] Lampert P./Thürlimann B.: "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken", Bericht Nr. 6506-2, Juni 1968, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [3] Lampert P./Thürlimann B.: "Torsions-Biege-Versuche an Stahlbetonbalken", Bericht Nr. 6506-3, Januar 1969, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [4] Lampert P./Lüchinger P./Thürlimann B.: "Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken", Bericht Nr. 6506-4, Februar 1971, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [5] Lüchinger P./Thürlimann B.: "Versuche an Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft", Bericht Nr. 6506-5, Juli 1973, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [6] Lampert P./Wegmüller A./Thürlimann B.: "Einfluss der Dehngeschwindigkeit auf Festigkeitswerte von Armierungsstählen", Bericht Nr. 10, April 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizerische Bauzeitung, 85. Jahrgang, Heft 14, 6. April 1967).
- [7] Wlassow W.S.: "Dünnwandige elastische Stäbe", Band 1, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1964.
- [8] Kollbrunner C.F./Basler K.: "Torsion", Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 1966.
- [9] Grob J.: "Traglast von Stäben mit dünnwandigen offenen Querschnitten", Institut für Baustatik, ETH, Zürich. Erscheint demnächst im Birkhäuser-Verlag Basel und Stuttgart.

BEZEICHNUNGENLängen, Flächen und Querschnittswerte

$a_k$	Seitenlänge der k-ten Querschnitts-scheibe
$a_C$	Abstand des Schwerpunktes C von der oberen Scheibe
$a_S$	Abstand des Schubmittelpunktes S von der oberen Scheibe
$b$	Querschnittsbreite
$e$	Exzentrizität der Zugpressenkraft
$h$	Querschnittshöhe
$l$	Spannweite der Versuchsbalken
$r$	Abstand vom Bezugspunkt der Torsionsbelastung
$r_k$	Abstand der k-ten Querschnitts-scheibe vom Bezugspunkt der Torsionsbelastung
$s$	Querschnittskordinate
$t$	Wandstärke des Querschnittes
$t_k$	Bügelabstand in der k-ten Querschnitts-scheibe
$t_B$	Bügelabstand: $t_k = t_B$ für alle k
$x$	Koordinatenaxe in Balkenlängsrichtung
$y$ } $z$ }	Koordinatenachsen in der Querschnittsebene
$\omega$	sektorielle Koordinate
$\omega_n$	normierte, auf den Schubmittelpunkt S bezogene sektorielle Koordinate
$F$	Querschnittsfläche
$F_b$	Querschnittsfläche des Betons
$F_B$	Querschnittsfläche eines Bügels
$F_e$	Querschnittsfläche der Längsarmierung
$F_{eff}$	effektive Stahlquerschnittsfläche
$F_o, F_u$	Querschnittsfläche der schlaffen Armierung eines oberen resp. unteren Gurtstabes
$F_{su}$	Querschnittsfläche der Vorspannarmierung eines unteren Gurtstabes
$I_z$	Trägheitsmoment bezüglich y-Axe
$I_\omega$	Wölbkonstante
$K$	St. Venant'sche Torsionskonstante
$R_m$	aus den fünf grössten Rissen gemittelte Rissbreite
$R_{max}$	maximale Rissbreite
$S_z$	Statisches Moment bezüglich y-Axe
$S_\omega$	Sektorielles statisches Moment

Kraftgrössen

$m_x$	Torsionsbelastung
$P_z$	Belastung in Richtung z-Axe
$B_k$	Bügelzugkraft in der k-ten Querschnitts-scheibe
$B_{fk}$	Fliesskraft eines Bügels der k-ten Querschnitts-scheibe
$B_f$	Fliesskraft eines Bügels: $B_{fk} = B_f$ für alle k
$EI_z$	Biegesteifigkeit im ungerissenen Zustand bezüglich y-Axe
$EI_w$	Wölbsteifigkeit im ungerissenen Zustand
GK	Torsionssteifigkeit im ungerissenen Zustand
$H_{1,2}$	Haltekräfte der hinteren Platte in den Auflagerebenen
$M_y$	Biegemoment bezüglich z-Axe
$M_z$	Biegemoment bezüglich y-Axe
$M_w$	Wölbmoment
N	Normalkraft
P	Zugpressenkraft
$P_A$	Zugpressenkraft am Anfang einer Laststufe
$P_E$	Zugpressenkraft am Ende einer Laststufe
$P_R$	Zugpressenkraft bei Rissbeginn
$P_{fE}^{Ex}$	Experimentelle Fliesskraft
$P_{uE}^{Ex}$	Experimentelle Maximallast
$P_u^{Th}$	Theoretische Maximallast
$Q_k$	Schubbeanspruchung der k-ten Querschnitts-scheibe
$Q_y$	} Querkräfte
$Q_z$	
T	Torsionsmoment
$T_s$	St. Venant'sches Torsionsmoment
$T_w$	Wölb-torsionsmoment
$Z_i$	Zugkraft des i-ten Gurtstabes
$Z_{fi}$	Fliesskraft des i-ten Gurtstabes
$Z_k$	aus der Schubbeanspruchung resultierende Längskraft in der k-ten Querschnitts-scheibe

Festigkeitswerte und Spannungen

$\beta_{bz}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$\beta_p$	Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_{pd}$	dynamische Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_{ps}$	statische Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_w$	Würfeldruckfestigkeit des Betons

$\beta_{zd}$	dynamische Zugfestigkeit des Stahles
$\beta_{zs}$	statische Zugfestigkeit des Stahles
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma_b$	Betonspannung
$\sigma_e$	Normalspannung im schlaffen Stahl
$\sigma_f$	Fliessspannung des Stahles
$\sigma_{fd}$	dynamische Fliessspannung des Stahles
$\sigma_{fs}$	statische Fliessspannung des Stahles
$\sigma_{0,2d}$	dynamische Streckgrenze des Stahles
$\sigma_{0,2s}$	statische Streckgrenze des Stahles
$\sigma_R$	Normalspannung bei Rissbeginn (Vergleichsspannung)
$\sigma_s$	Normalspannung im Spannstahl
$\tau$	Schubspannung
$E$	Elastizitätsmodul
$E_b$	Elastizitätsmodul des Betons (Sekantenmodul)
$E_{b0}$	Elastizitätsmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagrammes
$E_{b(5\div 100)}$	
$E_e$	Elastizitätsmodul des Stahles
$E_s$	Elastizitätsmodul der Vorspannlitze
$G$	Schubmodul

#### Verformungen, Winkel und Zeitgrössen

$\alpha_k$	Neigung der in der k-ten Scheibe liegenden Fachwerkdagonalen
$\gamma$	Schiebung
$\delta$	Winkel zwischen Querschnittstangente und y-Axe
$\delta_k$	Winkel zwischen k-ter Querschnittscheibe und y-Axe
$\delta_h$	Durchbiegungen der einzelnen Querschnittscheiben
$\delta_o$	
$\delta_v$	
$\epsilon$	Dehnung
$\epsilon_b$	Betondehnung
$\epsilon_e$	Stahldehnung
$\epsilon_{ev}$	Stahldehnung bei Verfestigungsbeginn
$\epsilon_f$	Fliessdehnung
$\epsilon_s$	Dehnung des Spannstahles
$\epsilon_u$	Betondehnung beim Erreichen der Prismendruckfestigkeit
$\dot{\epsilon}$	Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta t}$

$\vartheta$	Verdrehung
$\vartheta_p$	Verdrehung des Lastarmes
$\vartheta_{60}$	spezielle Verdrehung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge
$\lambda_{G1}$	Gleichmassdehnung des Stahles, gemessen ausserhalb der Einschnürzone
$\varphi$	Rotation der Dehnungsebene
$\frac{d\varphi}{dx}$	Krümmung
$t_{LS}$	Zeitdauer einer Laststufe
$t_w$	Wartezeit pro Dehnungshalt im Spannungs-Dehnungs-Diagramm
$w$	Durchbiegung in Richtung z-Axe

#### Dimensionslose Parameter

$\kappa$	Charakteristische Konstante bei gemischter Torsion: $\kappa = \sqrt{\frac{GK \cdot l^2}{EI \omega}}$ in der Elastizitätstheorie
$\rho$	Beiwert (siehe Kap. 2.2.3)
$\psi$	Brucheinschnürung des Stahles
$n$	Wertigkeit: $n = E_e/E_b(5 \div 100)$

#### Indices und Klammerausdrücke

a	auf Querschnittsrand bezogen
b	Beton
d	dynamisch
e	Stahl
f	Fliess-
h	hinten
i	auf i-ten Gurtstab bezogen
k	auf k-te Querschnittscheibe bezogen
m	auf Wandmittellinie bezogen; mittel
n	normiert
o	oben
s	Spannstahl; statisch
u	unten; ultimate
v	vorne
A	Anfang der Laststufe
B	Bügel
C	auf Schwerpunkt bezogen
E	Ende der Laststufe
O	Null
R	Riss

S            auf Schubmittelpunkt bezogen  
(g)           infolge Eigengewicht  
(V)           infolge Vorspannung

Nenn $\phi$	$F_{eff}$	$\sigma_{fs}/\sigma_{0,2s}$ $\dot{\epsilon}=0$	$\sigma_{fd}/\sigma_{0,2d}$ $\dot{\epsilon}=1,25\%/min$	$\beta_{zs}$ $\dot{\epsilon}=0$	$\beta_{zd}$ $\dot{\epsilon}=1,25\%/min$	$\epsilon_{ev}$	$\lambda_{Gl}$	$\psi$	$E_e/E_s$	Anzahl Proben
mm	cm <sup>2</sup>	t/cm <sup>2</sup>	t/cm <sup>2</sup>	t/cm <sup>2</sup>	t/cm <sup>2</sup>	%	%	%	t/cm <sup>2</sup>	
6	0,289 (1,0%)	5,04 (1,5%)	5,23 (1,2%)	6,63 (0,6%)	6,89 (0,5%)	2,2	13	56	2100	4
8	0,501 (1,2%)	5,57 (1,4%)	5,84 (1,1%)	7,38 (1,9%)	7,72 (1,6%)	2,1	15	53	2100	4
16	1,97 (0,4%)	5,00 (1,9%)	5,23 (1,8%)	6,85 (1,7%)	7,16 (1,7%)	1,7	14	52	2100	4
18	2,51 (0,5%)	5,09 (1,8%)	5,33 (1,9%)	7,03 (1,9%)	7,37 (1,8%)	1,7	15	49	2100	4
26	5,16 (0,1%)	5,23 (0,1%)	5,45 (0,2%)	7,06 (0,3%)	7,39 (0,3%)	1,5	14	46	2100	4
12,7(1/2")	0,935 (0,1%)	15,96 (0,7%)	16,45 (0,8%)	17,55 (0,6%)	18,35 (0,6%)	—	2,3	—	1970	4

Variationskoeffizient in Klammern

Tabelle 1: Festigkeitswerte des verwendeten BARO-Stahles ( $\phi 6$ ), BOX-ULTRA-Stahles ( $\phi 8$ ,  $\phi 16$ ,  $\phi 18$ ,  $\phi 26$ ) und der VSL-Litzen (1/2")

Balken	TW <sub>1</sub>	TW <sub>2</sub>	TW <sub>3</sub>	TW <sub>4</sub>	TW <sub>5</sub>	Mittelwert	Var. Koeff.
Sand 0÷4mm	634 kg/m <sup>3</sup>						
Kies 4÷8mm	514 kg/m <sup>3</sup>						
Kies 8÷16mm	830 kg/m <sup>3</sup>						
Zement PC	300 kg/m <sup>3</sup>						
Wasser	162 kg/m <sup>3</sup>						
W/Z - Faktor	0,54						
Raumgewicht	2440 kg/m <sup>3</sup>						
Konsistenz	stark plastisch						
Alter(Tage)	45	45	45	36	38		
$\beta_{bz}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	45	45	58	50	54	49	10,4%
	46	47	49	45	46		
	49	51	41	50	60		
$\beta_w$ (kg/cm <sup>2</sup> )	410	417	393	458	374	411	6,4%
	434	410	392	445	392		
	434	403	386	444	379		
$\beta_p$ (kg/cm <sup>2</sup> )	331	326	313	337	292	325	5,9%
	329	331	299	357	338		
$E_{5-100}$ (t/cm <sup>2</sup> )	344	323	—	349	343	335	4,2%
	327	312	—	352	333		

Tabelle 2: Zusammensetzung des Frischbetons 12x12x36 im Versuchsalter der Balken

Prisma	Alter T <sub>g</sub>	$\dot{\epsilon}=\Delta\epsilon/\Delta t$ 10 <sup>-3</sup> /min	t <sub>w</sub> min	$\beta_{pd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_{ps}(2')$ kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_{ps}(30')$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{\beta_{ps}(2')}{\beta_{pd}}$	$\frac{\beta_{ps}(30')}{\beta_{pd}}$	$E_{b(5-100)}$ t/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_u$ 10 <sup>-3</sup>	Prisma
1	46	0,2	2	287	253		0,88		301	1,40	1
2	45	0,2	2	268	235		0,88		274	1,52	2
3	45	0,2	2	275	238		0,87		272	1,76	3
4	42	0,2	2	308	271		0,88		284	1,54	4
5	38	0,2	2	286	251		0,88		271	1,44	5
Mittelwert 1÷5				285	250	225	0,88	~0,80 <sup>1)</sup>	280	1,53	

1) Wert aus früheren Versuchen übernommen

Tabelle 4: Festigkeitswerte der Beton - Probekörper

Balken		TW <sub>1</sub>	TW <sub>2</sub>	TW <sub>3</sub>	TW <sub>4</sub>	TW <sub>5</sub>
$h_a$	cm	50	50	50	50	50
$b_a$	cm	50	50	50	50	50
$h_m$	cm	46	46	46	46	46
$b_m$	cm	42	42	42	42	42
$t$	cm	8	8	8	8	8
$a_c$	cm	16	16	16	16	16
$a_s$	cm	20	20	20	20	20
$F^1)$	cm <sup>2</sup>	$1,27 \cdot 10^3$	$1,26 \cdot 10^3$	$1,27 \cdot 10^3$	$1,27 \cdot 10^3$	$1,24 \cdot 10^3$
$I_z^1)$	cm <sup>4</sup>	$1,34 \cdot 10^3$	$1,34 \cdot 10^3$	$1,34 \cdot 10^3$	$1,34 \cdot 10^3$	$1,32 \cdot 10^3$
$I_{\omega}^1)$	cm <sup>6</sup>	$3,76 \cdot 10^5$	$3,55 \cdot 10^5$	$3,30 \cdot 10^5$	$3,30 \cdot 10^5$	$3,12 \cdot 10^5$
$K$	cm <sup>4</sup>	$1,32 \cdot 10^8$	$1,18 \cdot 10^8$	$1,17 \cdot 10^8$	$1,17 \cdot 10^8$	$1,12 \cdot 10^8$
		$2,29 \cdot 10^4$				
$h$	cm	42	42	42	42	42
$b$	cm	44	44	44	44	44
$t_B$	cm	12	12	12	12	12
$F_B$	cm <sup>2</sup>	0,501	0,501	0,501	0,289	0,289
$F_u^1)$	cm <sup>2</sup>	$5,02$	$10,32$	$5,02$	$5,02$	$1,97$
$F_{su}^1)$	cm <sup>2</sup>	$10,32$	$10,32$	$10,32$	$10,32$	$7,67$
$F_o^1)$	cm <sup>2</sup>	$10,32$	$3,94$	$10,32$	$10,32$	$0,935$
		$10,32$	$10,32$	$10,32$	$10,32$	$10,32$

1) Erster Wert für Querschnitt A-A, zweiter Wert für Querschnitt B-B

Tabelle 5: Querschnittsgrößen

Homogener Zustand: Gemischte Torsion  $\kappa = \sqrt{\frac{GK \cdot l^2}{EI_\omega}} = 3,20$

Schnittkräfte <sup>1)</sup>	$Q_z$ (g)	$T_w$ (g)	$T_s$ (g)	$M_z$ (g)	$M_\omega$ (g)
	t	cm t	cm t	cm t	cm <sup>2</sup> t
Balken					
TW <sub>1</sub> , TW <sub>2</sub>	0,29	7,4	2,3	70	720
TW <sub>3</sub> , TW <sub>4</sub> , TW <sub>5</sub>	0,26	2,0	0,7	66	200

1) Schnittkräfte im Querschnitt B-B

Bruchzustand: Wölb torsion

Schnittkräfte <sup>2)</sup>	$Q_z$ (g)	$T_w$ (g)	$M_z$ (g)	$M_\omega$ (g)
	t	cm t	cm t	cm <sup>2</sup> t
Balken				
TW <sub>1</sub> , TW <sub>2</sub>	- 0,44	- 9,7	50	870
TW <sub>3</sub> , TW <sub>4</sub> , TW <sub>5</sub>	- 0,41	- 2,7	48	240

2) Schnittkräfte im Querschnitt A-A

Tabelle 6: Schnittkräfte aus Eigengewicht des Balkens und des Belastungsarmes

Balken	Gemessen		Gerechnet		$\frac{P_{fE}^{Ex}}{P_u^{Th}}$	$\frac{P_{uE}^{Ex}}{P_u^{Th}}$
	$P_{fE}^{Ex}$	$P_{uE}^{Ex}$	$P_u^{Th}$	$\frac{1}{\tan \alpha}$		
TW <sub>1</sub>	4,60	5,70	4,00	vorne 0,99	1,15	1,43
TW <sub>2</sub>	5,00	6,25	4,35	hinten 0,80	1,15	1,44
TW <sub>3</sub>	8,50	10,45	7,40	vorne 0,99	1,15	1,41
TW <sub>4</sub>	7,40	9,60	6,50	vorne 1,68	1,14	1,48
TW <sub>5</sub>	7,20	9,60	(6,35 <sup>3)</sup> 6,60 <sup>4)</sup>	vorne (1,64) 1,70	(1,13) 1,09	(1,51) 1,45

3) Theor. Werte mit Streckgrenze des Spannstahles berechnet

4) Theor. Werte mit gemessener Dehnung des Spannstahles berechnet

Tabelle 7: Gemessene und theoretische Bruchlasten des Scheibenmodells

TW <sub>1</sub>					
L.S.	P <sub>A</sub>	P <sub>E</sub>	$\frac{P_A - P_E}{P_A} \cdot 100$	t <sub>LS</sub>	
	t	t	—	min	
1	0,50	0,50	0	50	
2	1,00	0,90	10	40	
3	1,50	1,30	13	45	
4	2,00	1,80	10	35	
5	0,50	0,50	0	20	
6	2,00	1,85	8	20	
7	2,50	2,30	8	35	
8	3,00	2,80	7	35	
9	3,50	3,25	7	35	
10	0,50	0,50	0	14	
11	3,50	3,20	9	15	
12	4,00	3,70	8	31	
13	4,55	4,20	8	35	
14	5,05	4,65	8	30	
15	5,60	5,10	9	30	
16	5,85	5,35	9	34	
17	6,20	5,55	11	33	
18	6,35	5,70	10	40	

TW <sub>2</sub>					
L.S.	P <sub>A</sub>	P <sub>E</sub>	$\frac{P_A - P_E}{P_A} \cdot 100$	t <sub>LS</sub>	
	t	t	—	min	
1	0,50	0,50	0	50	
2	1,00	0,90	10	45	
3	1,50	1,30	13	47	
4	2,00	1,75	13	50	
5	0,50	0,50	0	15	
6	2,00	1,90	5	17	
7	2,50	2,30	8	50	
8	3,00	2,75	8	40	
9	3,50	3,25	7	40	
10	4,00	3,70	8	35	
11	5,05	4,60	9	40	
12	0,50	0,50	0	11	
13	5,05	4,85	4	10	
14	5,55	5,10	9	40	
15	6,25	5,70	9	40	
16	6,75	6,10	10	40	
17	7,00	6,25	11	40	

Tabelle 8 (a): Belastungsablauf Balken TW<sub>1</sub> und TW<sub>2</sub> (Exzentrizität e = 180 cm)

TW3					
L.S.	$P_A$	$P_E$	$\frac{P_A - P_E}{P_A} 100$	$t_{LS}$	
	$t$	$t$	—	min	
1	1,00	1,00	0	60	
2	2,00	1,80	10	40	
3	3,00	2,80	7	38	
4	4,00	3,70	8	40	
5	1,00	1,00	0	15	
6	4,00	3,85	4	17	
7	5,55	5,15	7	35	
8	7,05	6,50	8	35	
9	8,55	7,85	8	32	
10	10,10	9,20	9	35	
11	1,00	1,00	0	10	
12	10,10	9,35	7	20	
13	10,85	9,75	10	30	
14	11,35	10,15	11	35	
15	11,70	10,45	11	38	

TW4					
L.S.	$P_A$	$P_E$	$\frac{P_A - P_E}{P_A} 100$	$t_{LS}$	
	$t$	$t$	—	min	
1	1,00	1,00	0	40	
2	2,00	1,80	10	35	
3	3,00	2,70	10	40	
4	4,00	3,70	8	40	
5	1,00	1,00	0	17	
6	4,00	3,80	5	25	
7	5,55	5,00	10	37	
8	7,05	6,50	8	33	
9	8,55	7,70	10	35	
10	9,50	8,50	11	35	
11	1,00	1,00	0	16	
12	9,30	8,55	8	35	
13	10,00	9,25	8	30	
14	10,60	9,50	10	35	
15	10,90	9,60	12	32	

TW5					
L.S.	$P_A$	$P_E$	$\frac{P_A - P_E}{P_A} 100$	$t_{LS}$	
	$t$	$t$	—	min	
1	1,00	1,00	0	40	
2	2,00	1,80	10	35	
3	3,00	2,80	7	35	
4	4,55	4,10	10	34	
5	1,00	1,00	0	15	
6	4,55	4,35	4	20	
7	6,05	5,45	10	40	
8	7,55	6,90	9	40	
9	9,10	8,20	10	40	
10	1,00	1,00	0	15	
11	9,10	8,45	7	15	
12	9,90	9,00	8	45	
13	10,50	9,45	10	40	
14	10,80	9,60	11	38	

Tabelle 8 (b): Belastungsablauf Balken TW<sub>3</sub> bis TW<sub>5</sub> (Exzentrizität e = 90 cm)

Balken	Risslast $P_R$	$\sigma_R$ <sup>1)</sup>	$\beta_W$	$\sigma_R/\sqrt{\beta_W}$
	t	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	
TW <sub>1</sub>	1,30	52,6	426	2,55
TW <sub>2</sub>	1,40	55,0	410	2,72
TW <sub>3</sub>	2,50	54,7	390	2,76
TW <sub>4</sub>	2,40	52,8	449	2,50
TW <sub>5</sub>	4,50	43,2	382	2,22

<sup>1)</sup> Vergleichsspannungen im Querschnitt B-B : Für TW<sub>1</sub> bis TW<sub>4</sub> vorne unten,  
für TW<sub>5</sub> hinten oben.

Tabelle 9 : Vergleichsspannungen bei Rissbeginn

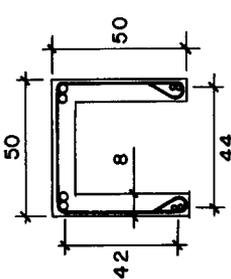
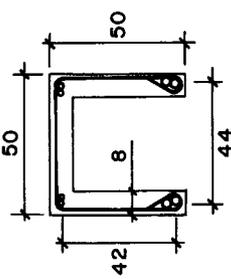
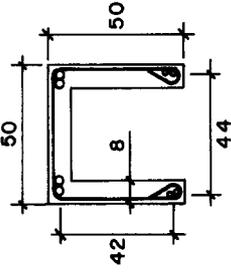
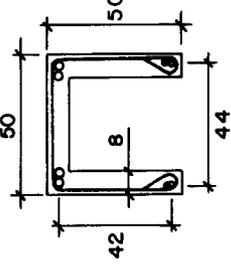
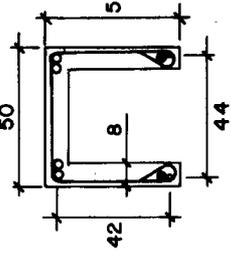
Balken - Bezeichnung	TW <sub>1</sub>	TW <sub>2</sub>	TW <sub>3</sub>	TW <sub>4</sub>	TW <sub>5</sub>
Querschnitt					
Längsarmierung oben	2 x 2 Ø 26	2 x 2 Ø 16	2 x 2 Ø 26	2 x 2 Ø 26	2 x 2 Ø 26
Längsarmierung unten	2 x 2 Ø 18	2 x 2 Ø 26	2 x 2 Ø 18	2 x 2 Ø 18	2 x 1/2"-Litze 2 x Ø 16
Bügel	Ø 8 / t <sub>B</sub> = 12	Ø 8 / t <sub>B</sub> = 12	Ø 8 / t <sub>B</sub> = 12	Ø 6 / t <sub>B</sub> = 12	Ø 6 / t <sub>B</sub> = 12
Exzentrizität der Last P	180	180	90	90	90
Hauptparameter	Grundquerschnitt	Anordnung der Längsarmierung	Beanspruchung	Beanspruchung, Bügelarmierung	Beanspruchung, Bügelarmierung, Vorspannung

Bild 1 : Zusammenstellung der Versuche

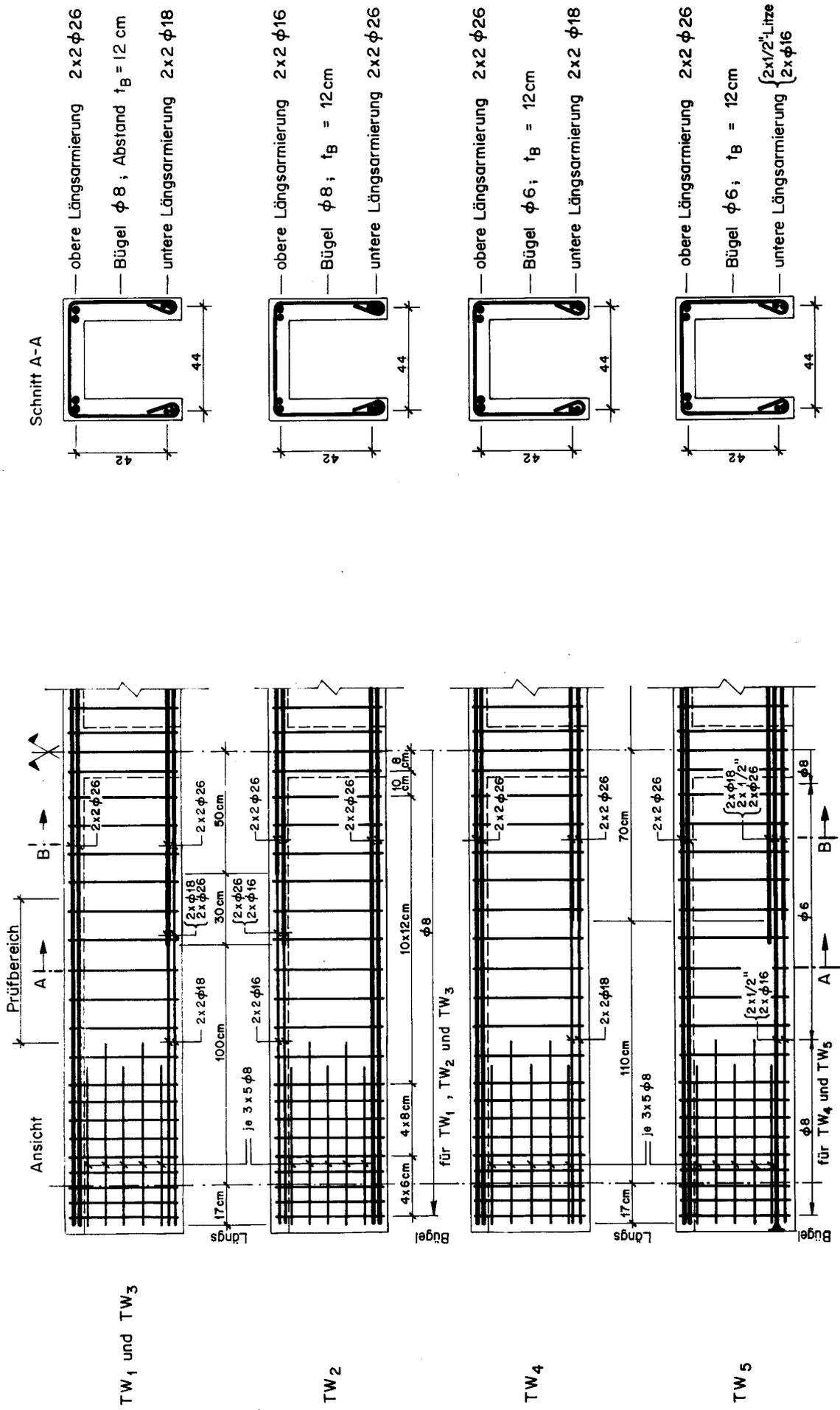


Bild 2 : Armierung der Versuchsbecken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>5</sub>

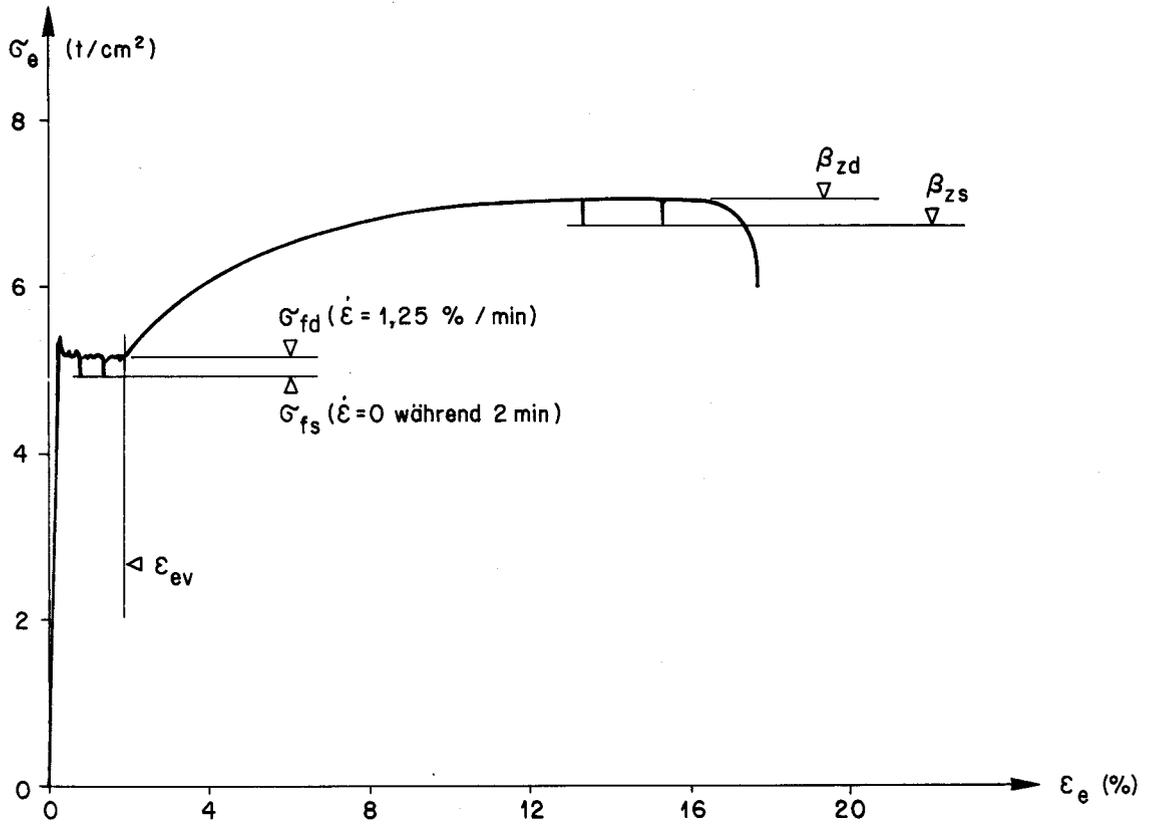


Bild 3: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines BOX-Stahles  $\varnothing 16$

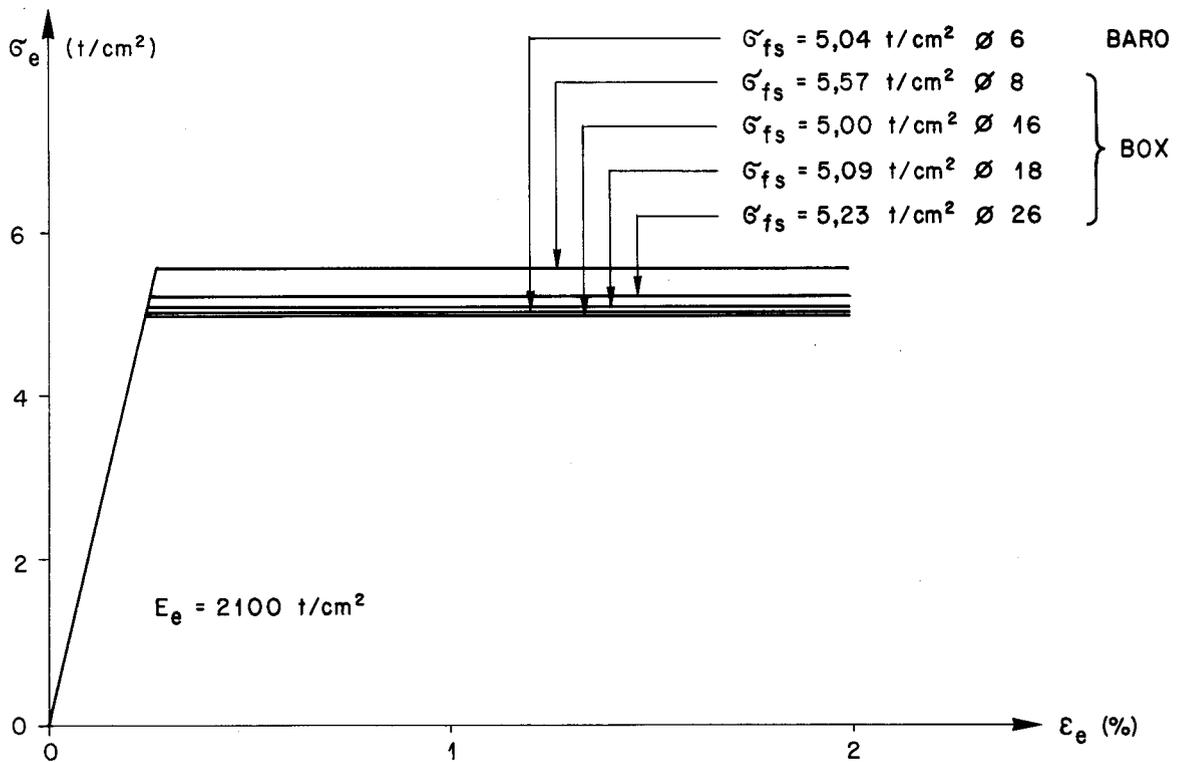


Bild 4: Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Auswertung

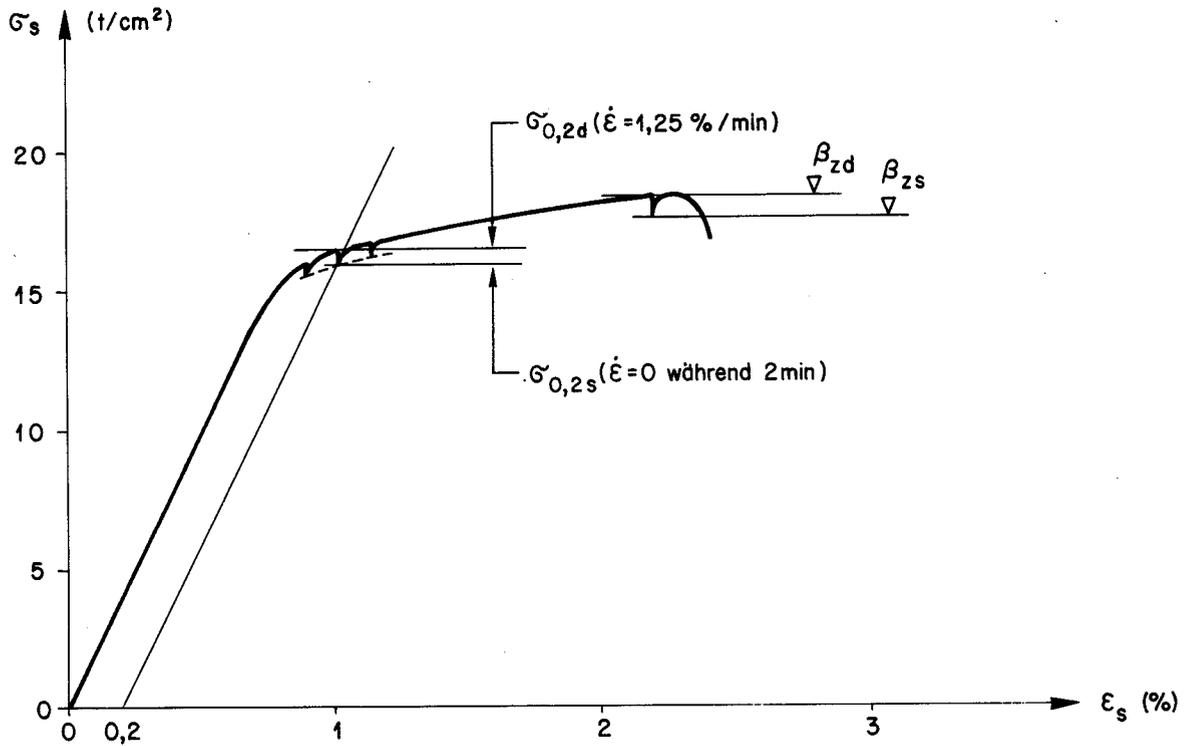


Bild 5 : Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer VSL-Litze  $\varnothing 1/2''$

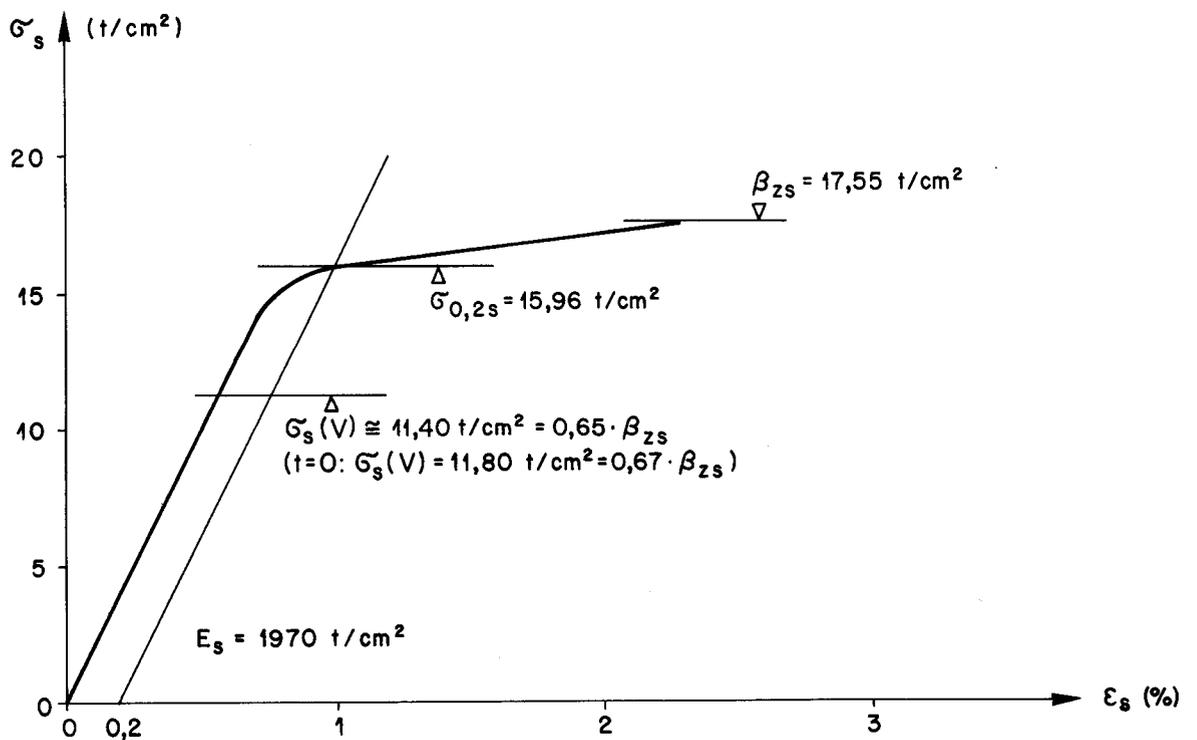


Bild 6 : Gemittetes Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Litzen für Auswertung

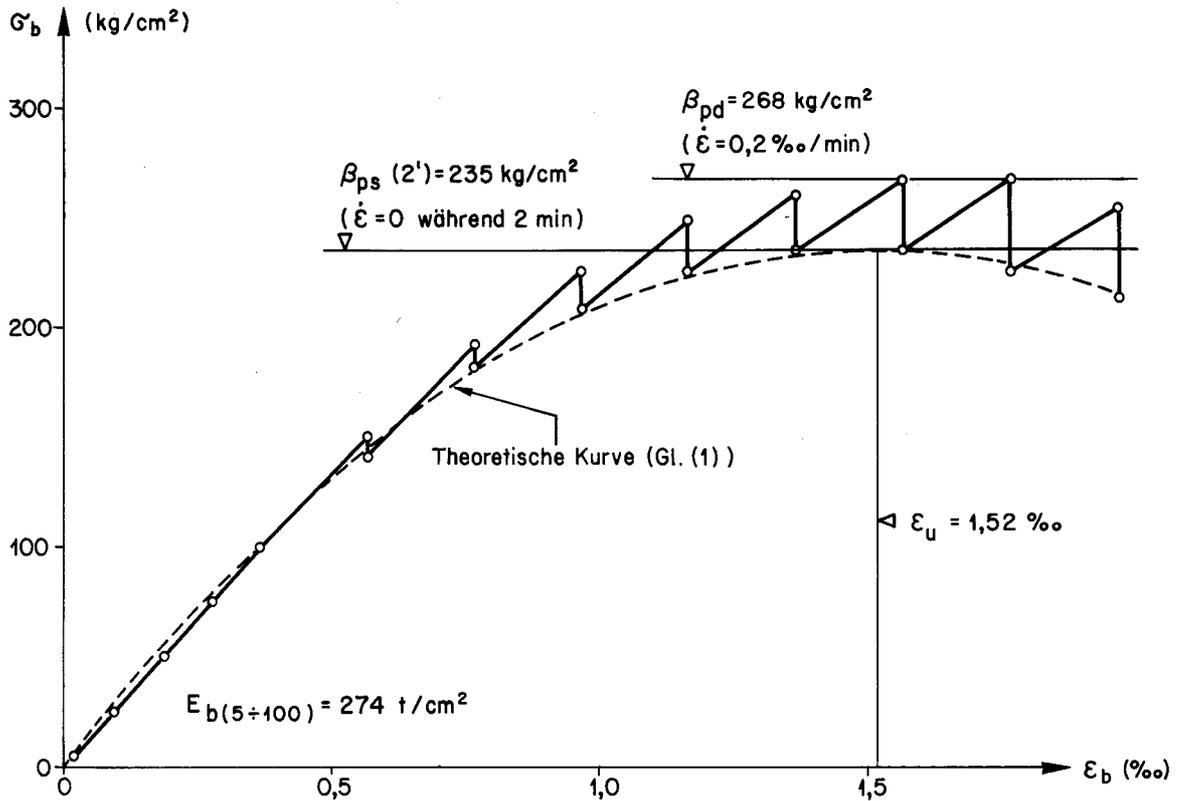
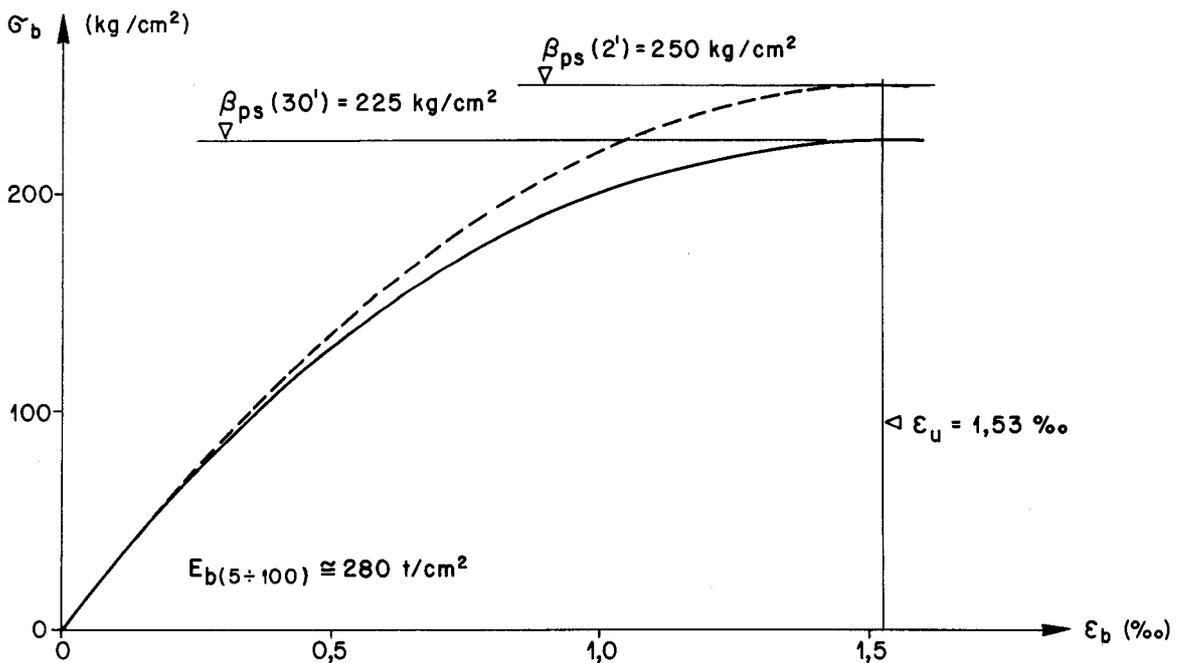
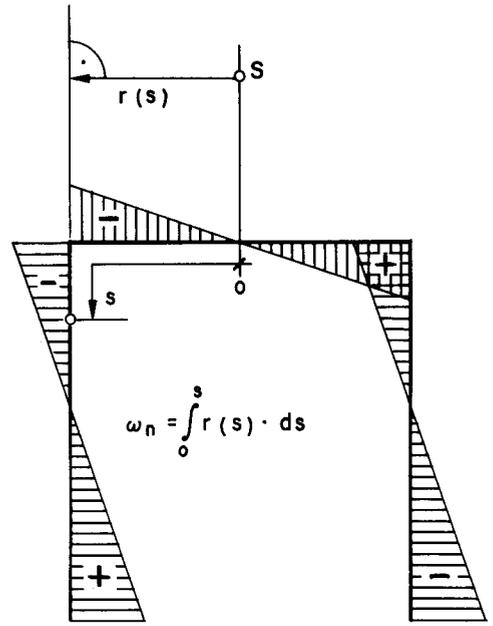
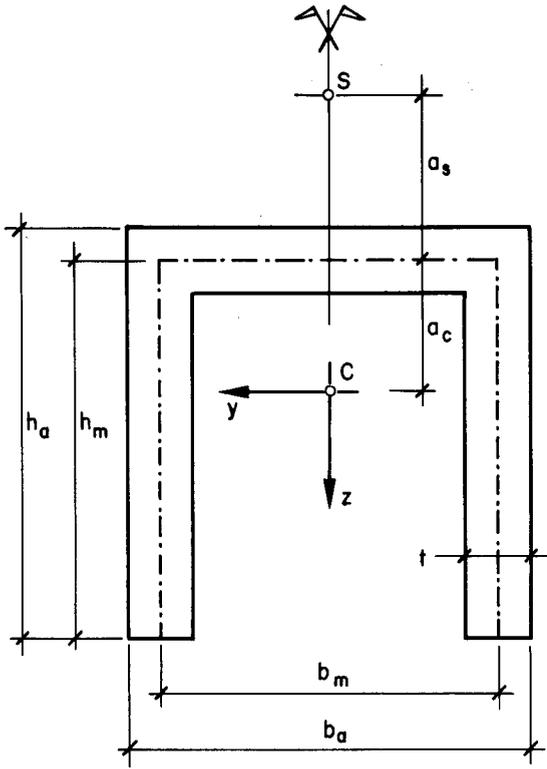
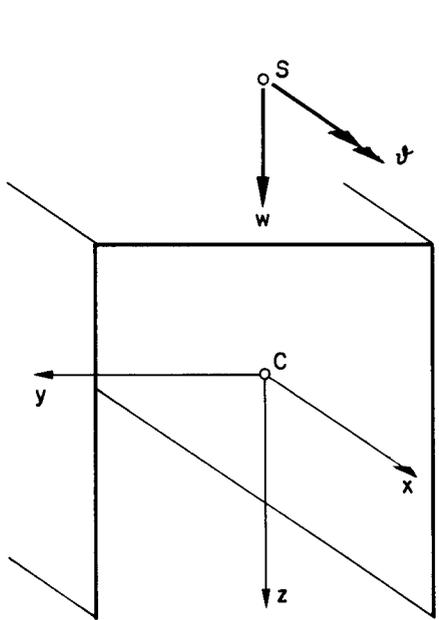
Bild 7: Spannung-Dehnungs-Diagramm eines Betonprismas (TW<sub>2</sub>)

Bild 8: Gemitteltetes Spannung-Dehnungs-Diagramm der Betonprismen für Auswertung

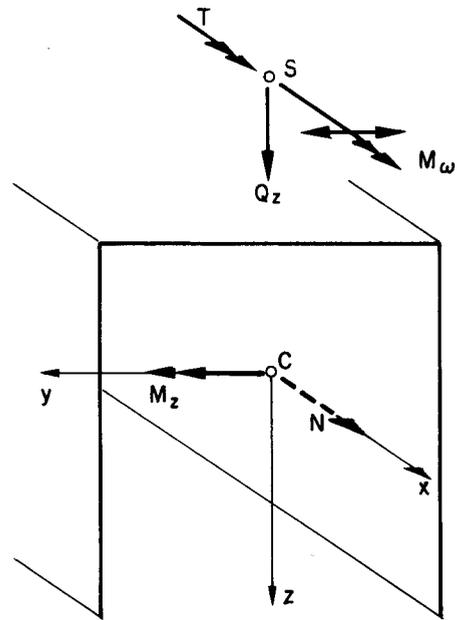


C : Schwerpunkt  
 y, z : Schwerachsen  
 S : Schubmittelpunkt

$\omega_n$  : Normierte, auf den Schubmittelpunkt S bezogene sektorielle Koordinate

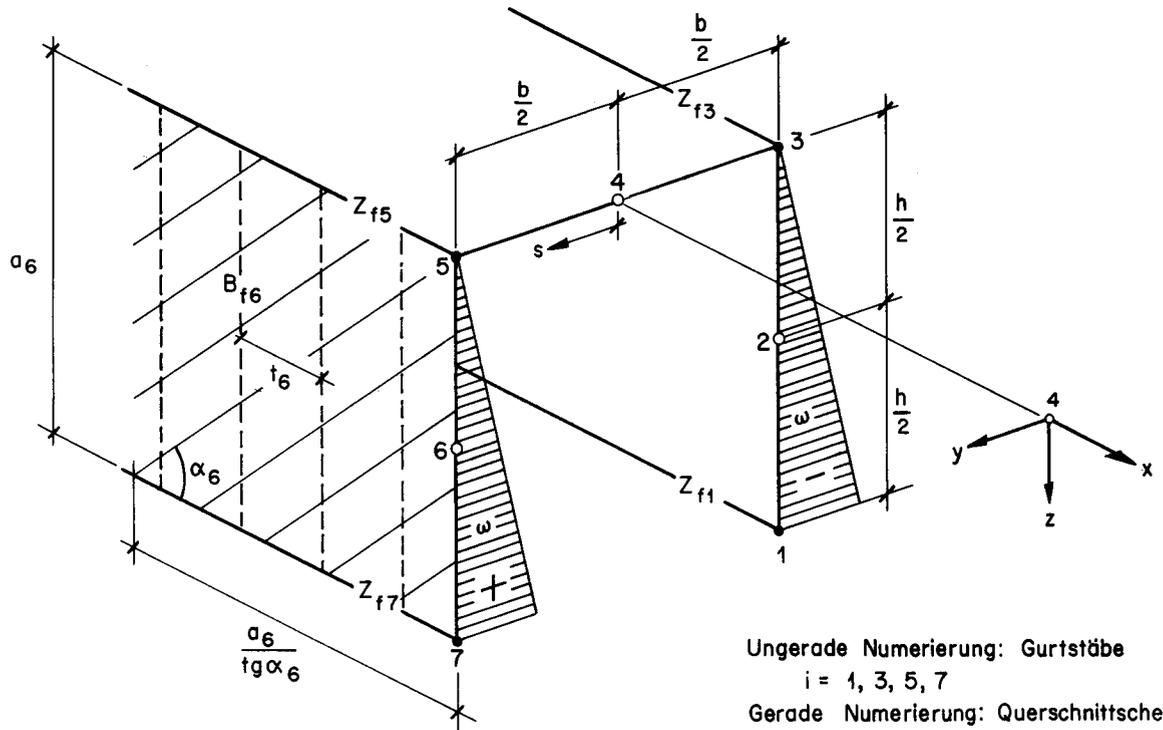


Verschiebungen



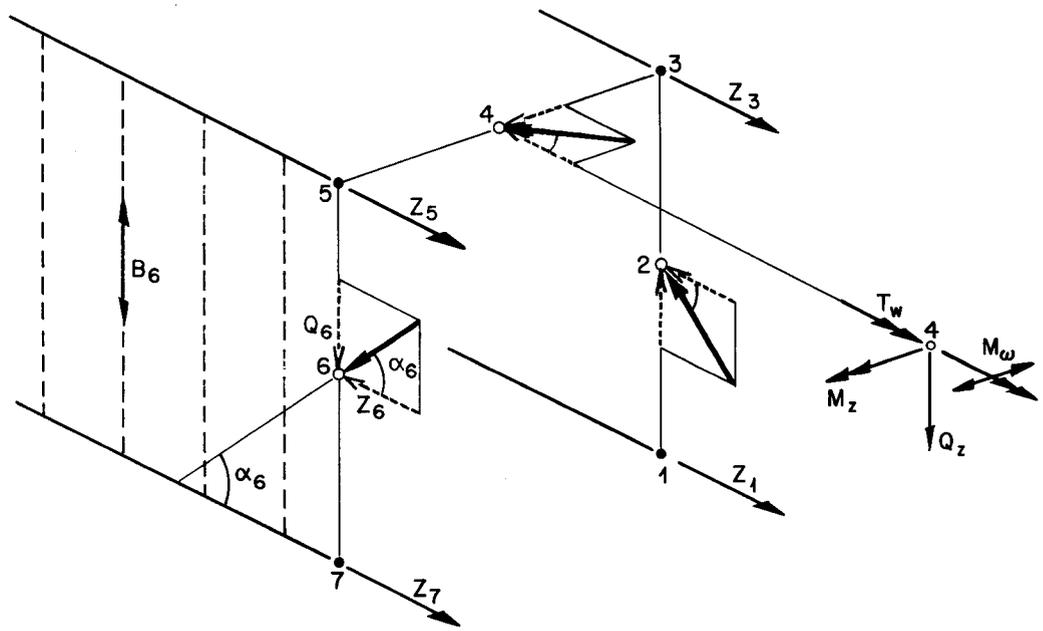
Schnittkräfte

Bild 9: Bezeichnungen am ungerissenen Querschnitt



$a_2 = a_6 = h; a_4 = b$   
 $t_2 = t_4 = t_6 = t_B$   
 $B_{f2} = B_{f4} = B_{f6} = B_f$

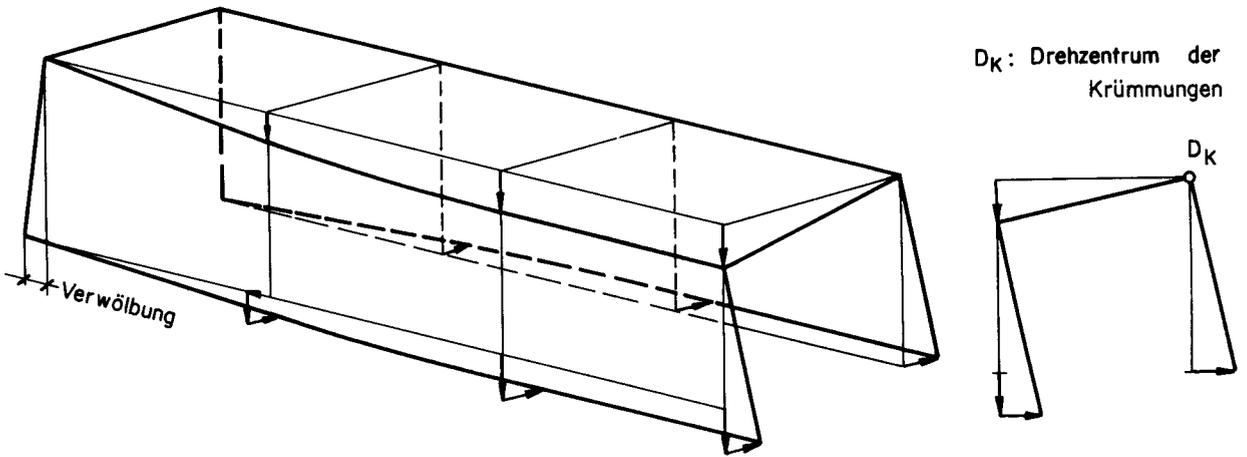
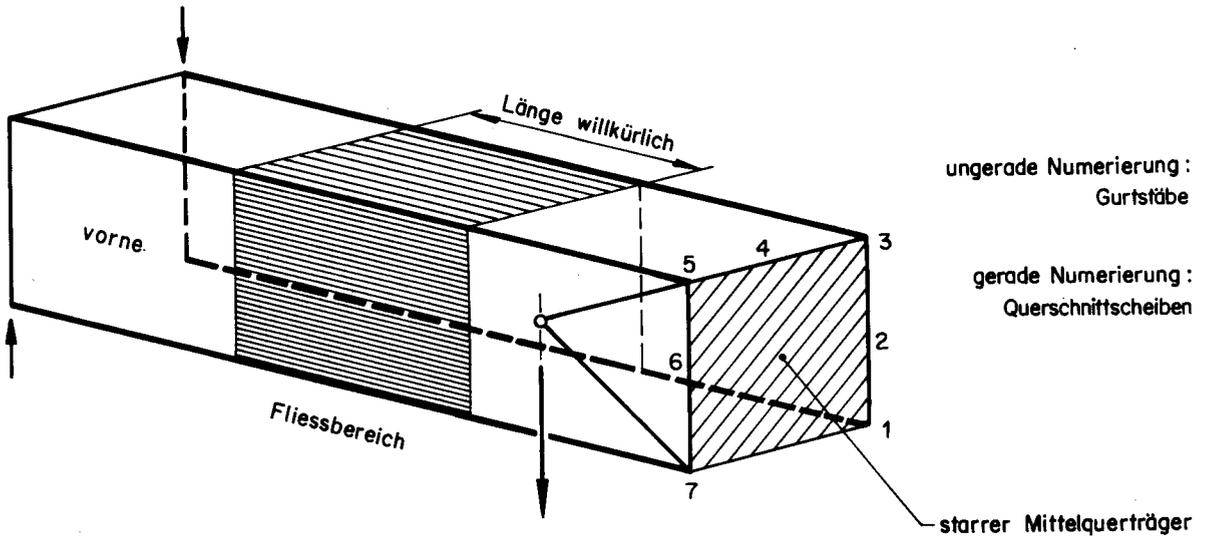
Ungerade Numerierung: Gurtstäbe  
 $i = 1, 3, 5, 7$   
 Gerade Numerierung: Querschnittscheiden  
 $k = 2, 4, 6$   
 $\omega$ : auf den Punkt 4 bezogene  
 sektorielle Koordinate (beliebig  
 wählbar)



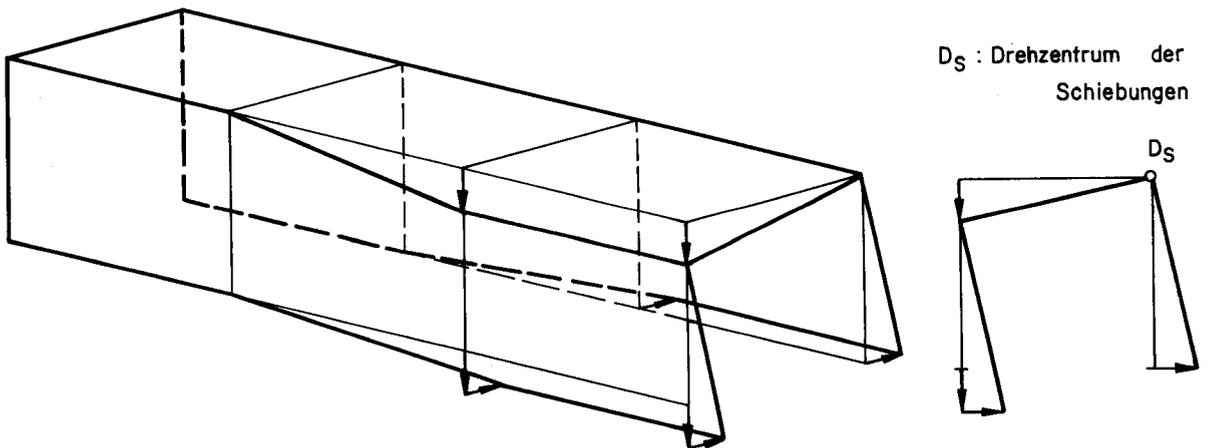
$Q_k = B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{1}{\text{tg} \alpha_k}$

$Z_k = B_k \cdot \frac{a_k}{t_k} \cdot \frac{1}{\text{tg}^2 \alpha_k}$

Bild 10: Bezeichnungen am Bruchmodell

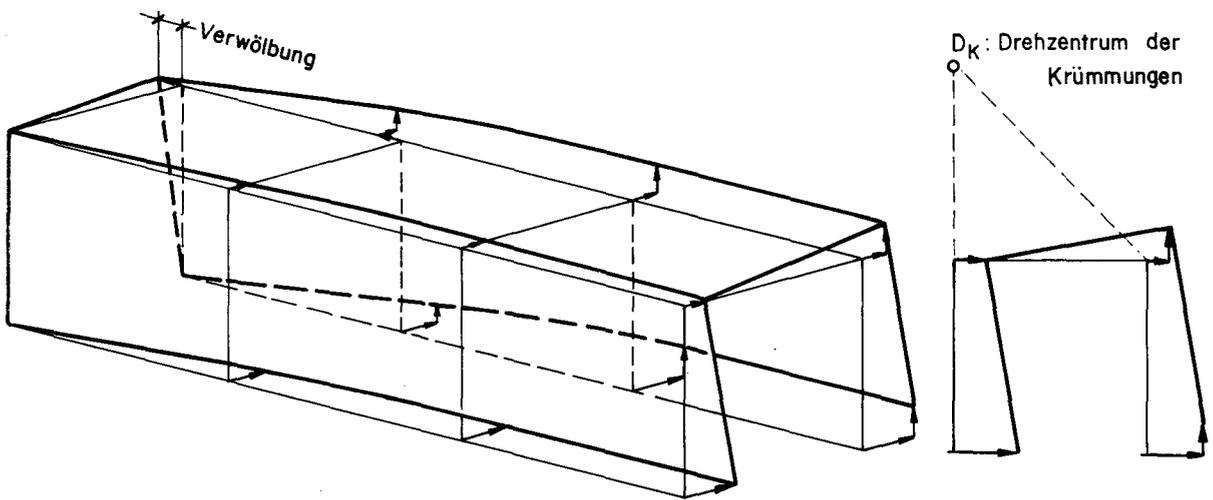
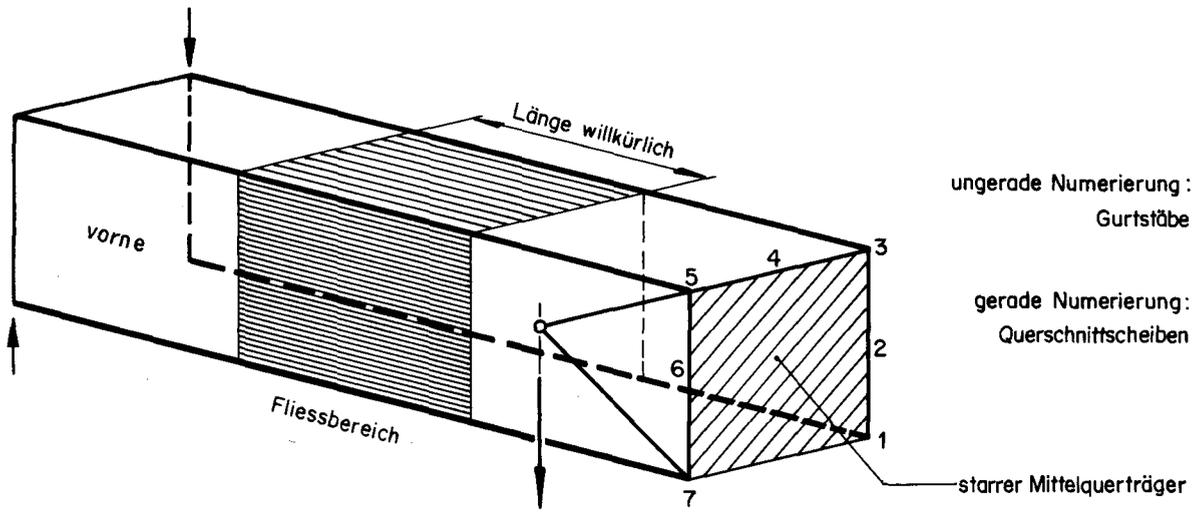


Krümmung der Querschnittscheibe 6 (Fließen von Gurtstab 7)

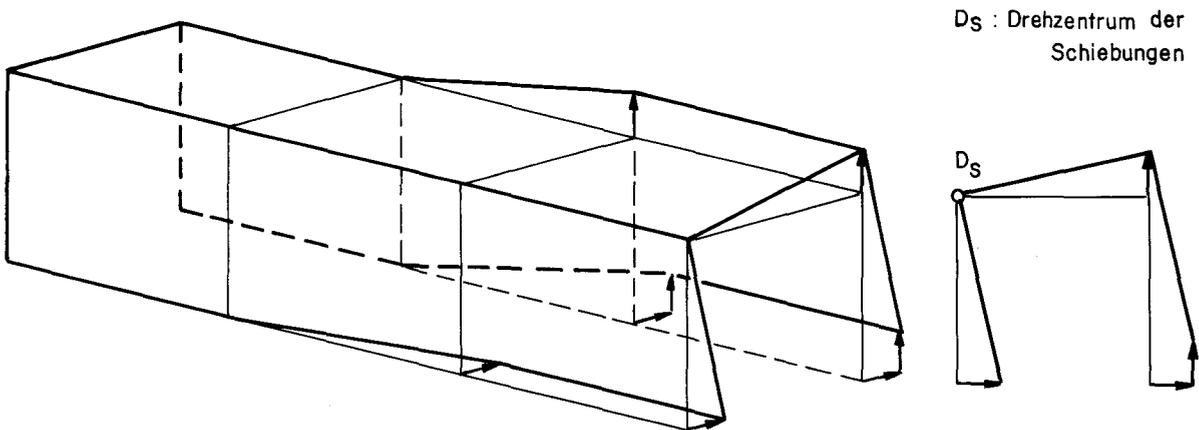


Schiebung der Querschnittscheibe 6

Bild 11: Mechanismus beim Versagen der Balkenvorderseite



Krümmung der Querschnittscheiben 2 und 4 (Fließen von Gurtstab 3)



Schiebung der Querschnittscheibe 2

Bild 12: Mechanismus beim Versagen der Balkenhinterseite

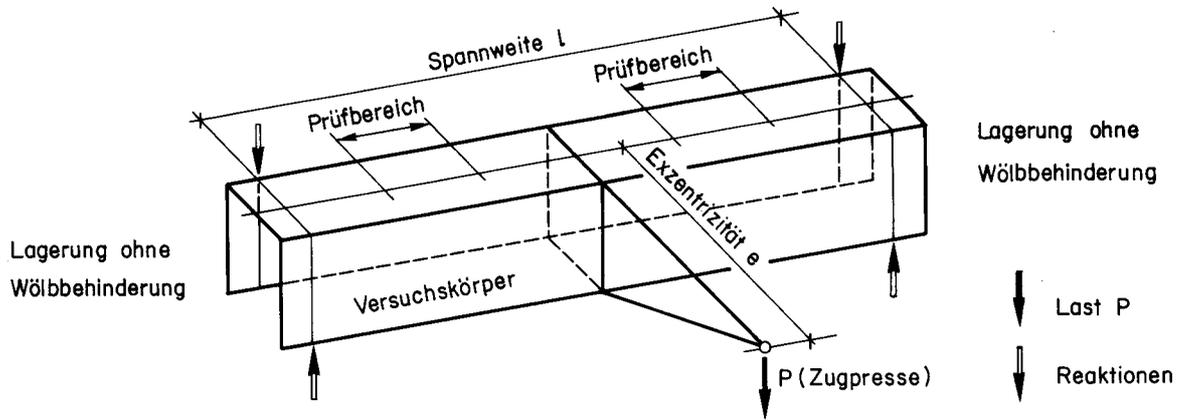


Bild 13: Schema der Versuchsanlage

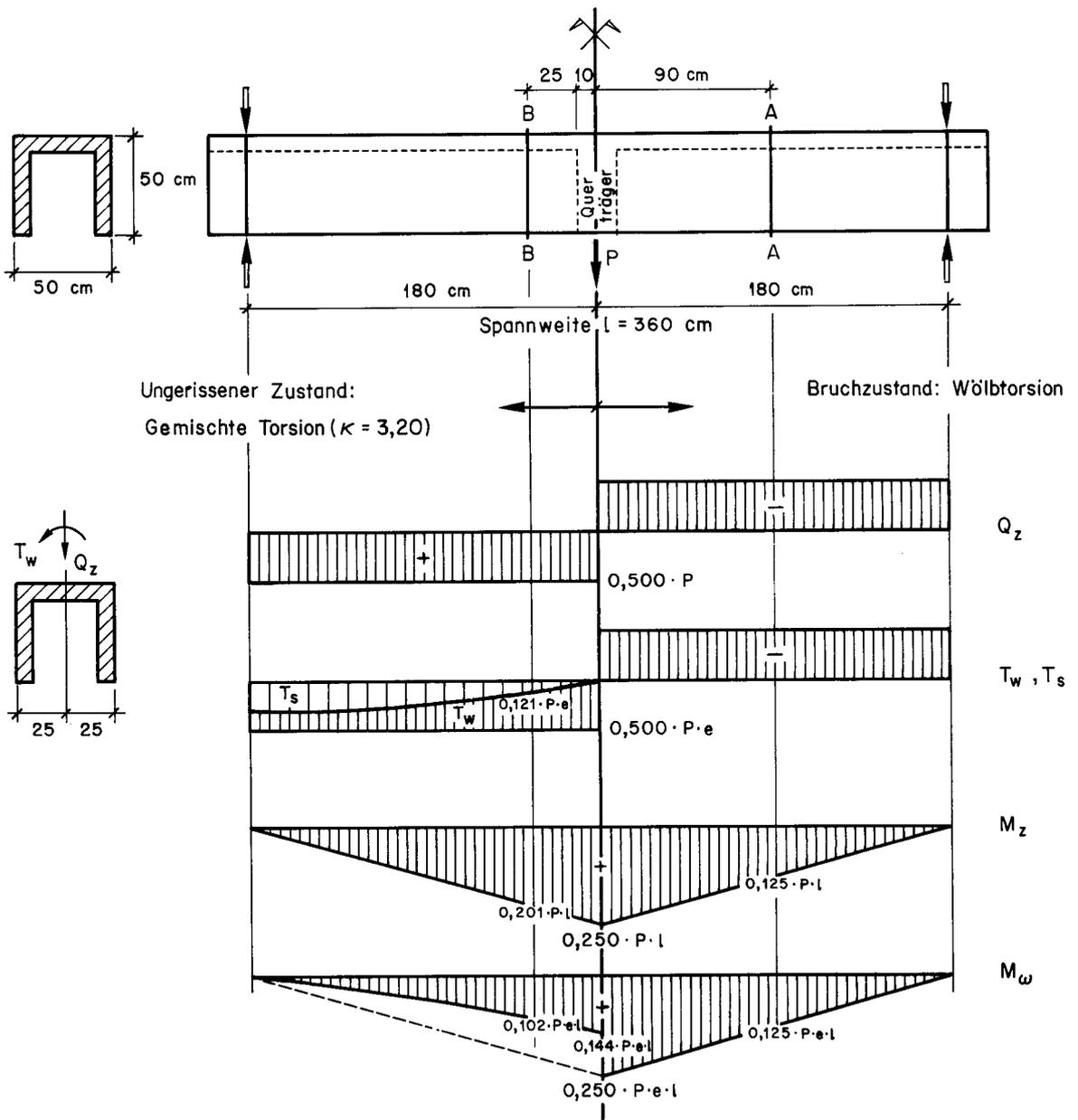


Bild 14: Theoretisch angenommene Schnittkräfte

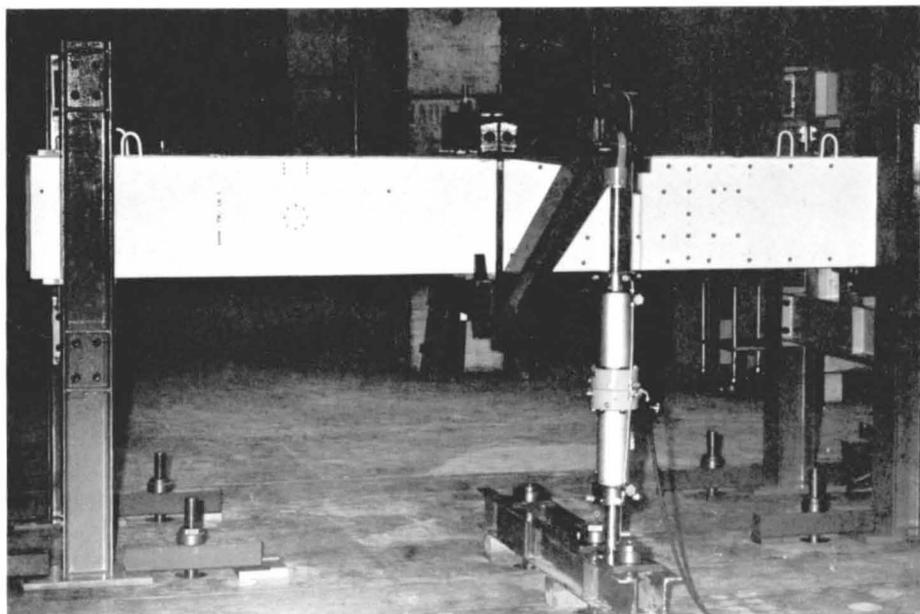


Bild 15: Gesamtansicht der Versuchsanlage

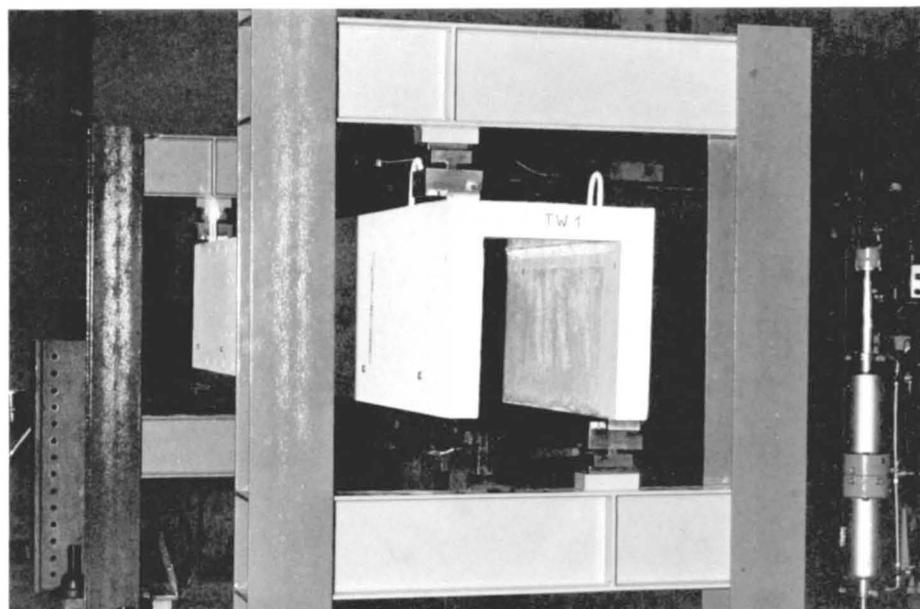


Bild 16 : Auflagerrahmen der Versuchsanlage

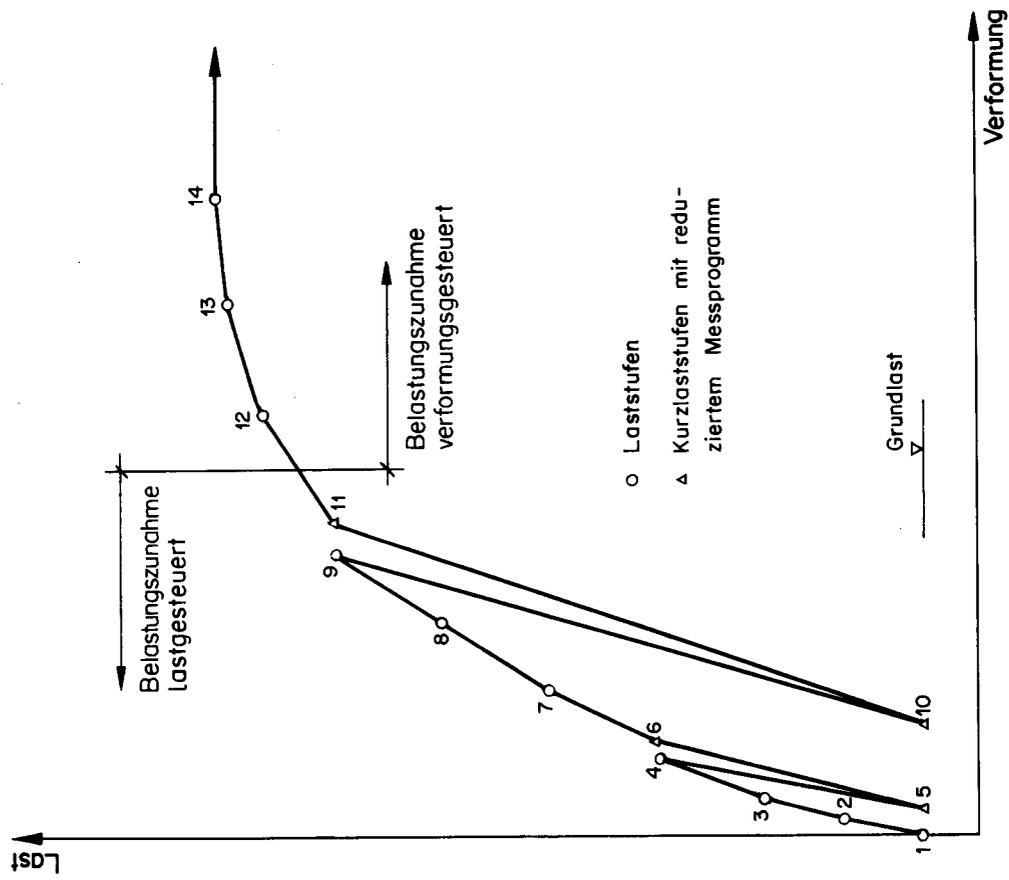


Bild 17: Beispiel eines Belastungsschemas

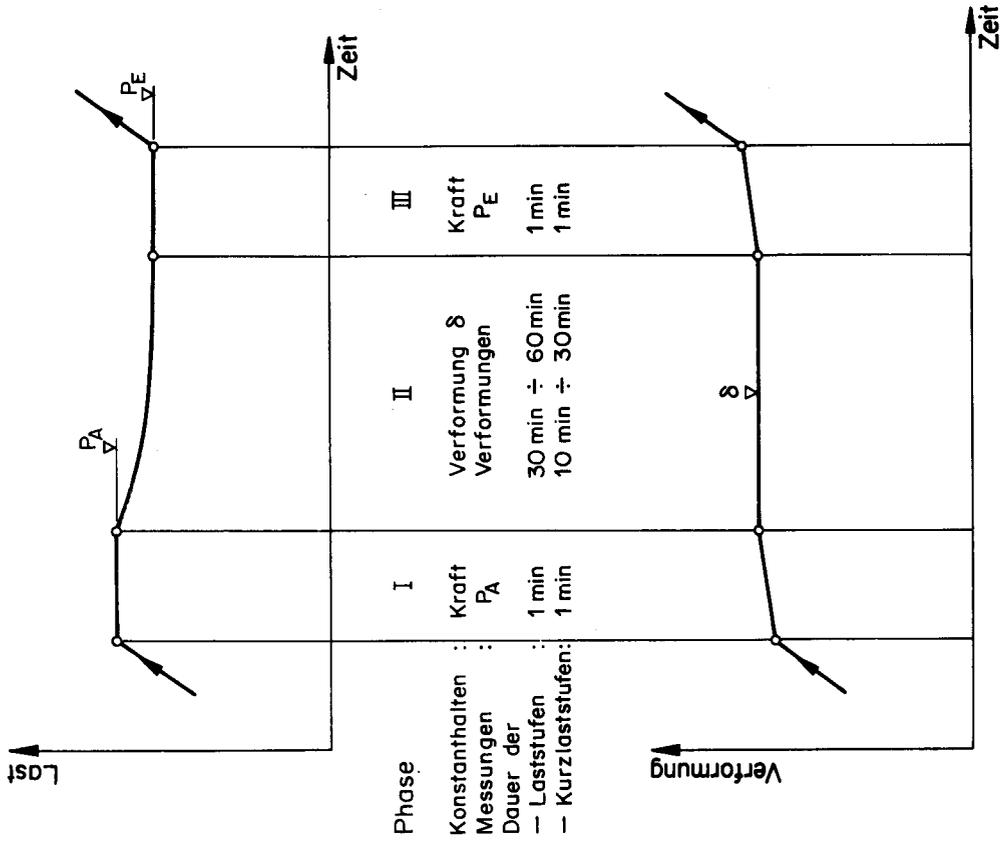


Bild 18: Schema einer Laststufe mit den Phasen I, II und III



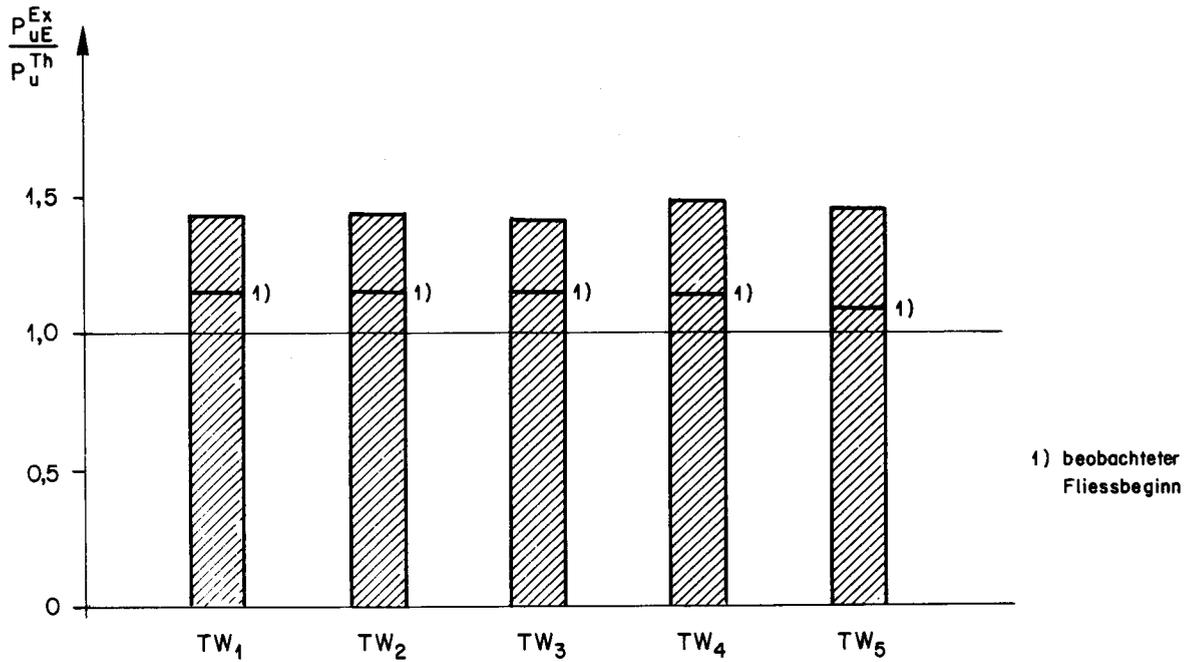


Bild 20: Vergleich der gemessenen Bruchlasten mit den theoretischen Bruchlasten des Scheibenmodells

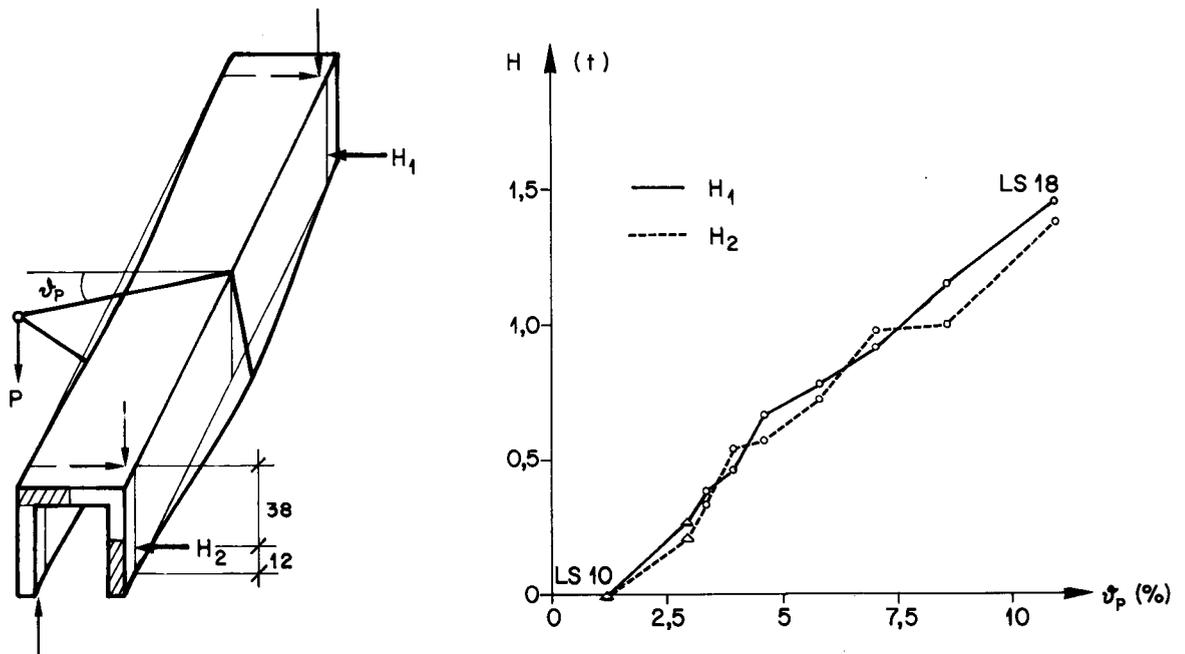


Bild 21: Haltekräfte der hinteren Platte von TW<sub>1</sub> in Funktion der Lastarm-Verdrehung  $\psi_p$



Bild 22: Hintere Platte von TW<sub>5</sub> bei maximaler Verformung

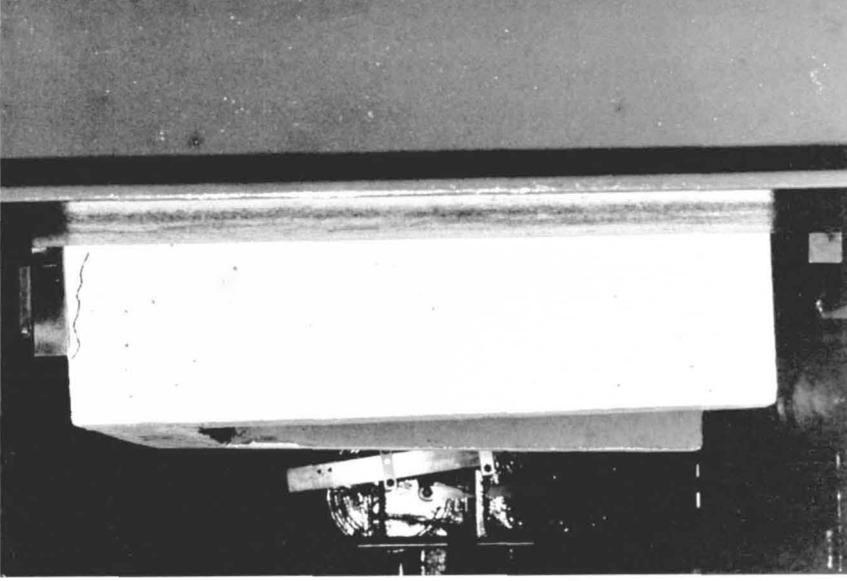


Bild 23: Verwölbung des Endquerschnittes von TW<sub>1</sub> nach Überschreiten der Maximallast

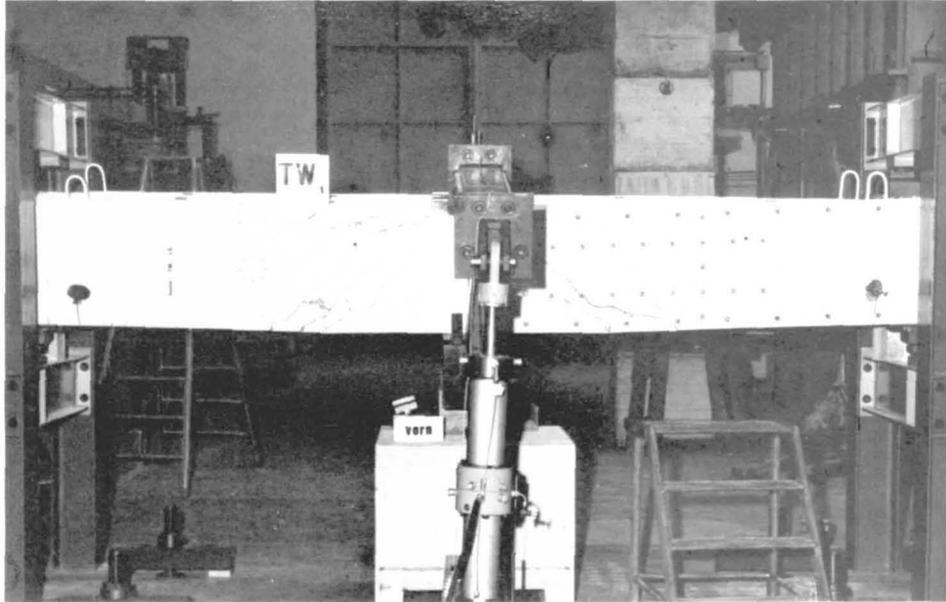


Bild 24: Balken TW<sub>1</sub> nach Überschreiten der Maximallast

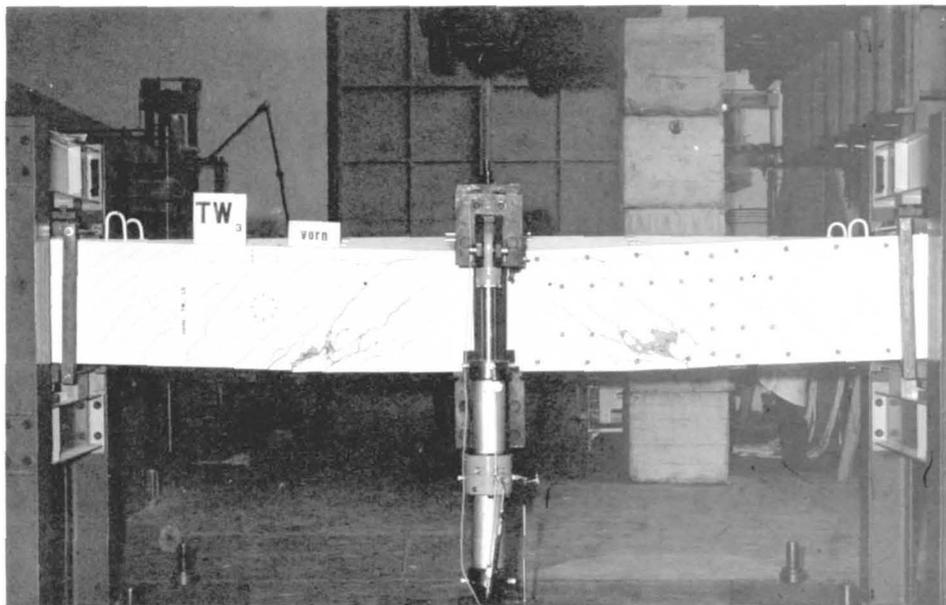


Bild 25: Balken TW<sub>3</sub> nach Überschreiten der Maximallast

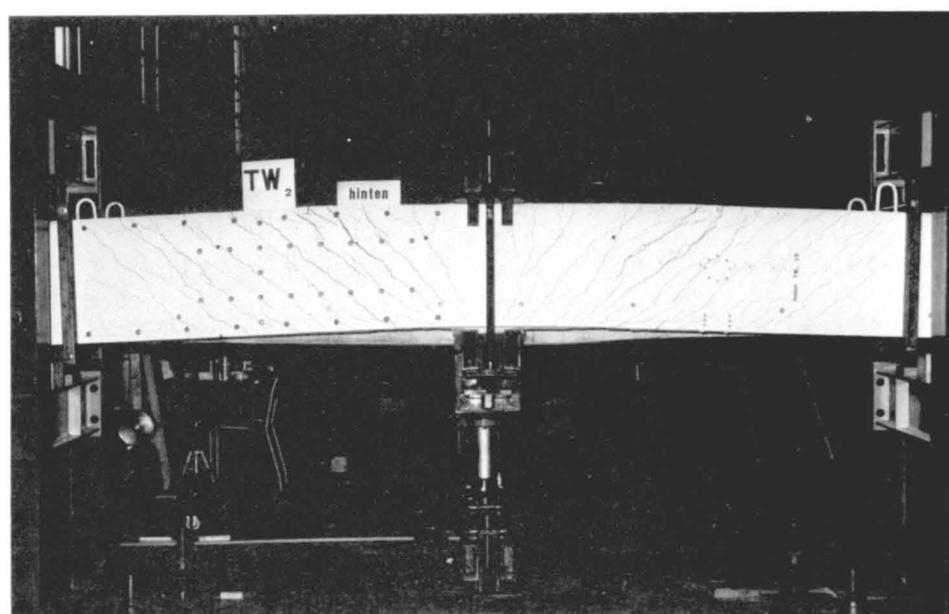
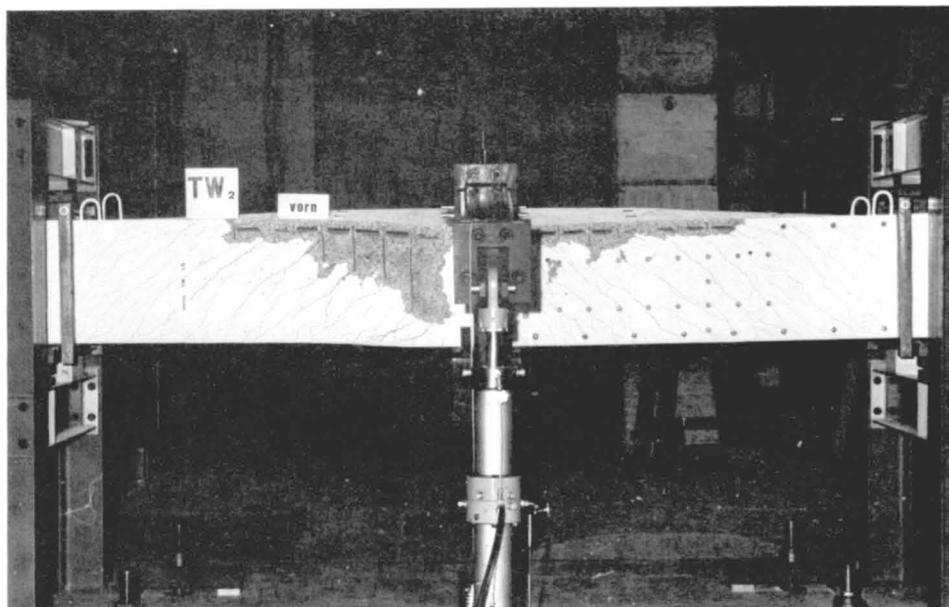


Bild 26: Balken TW<sub>2</sub> nach Überschreiten der Maximallast

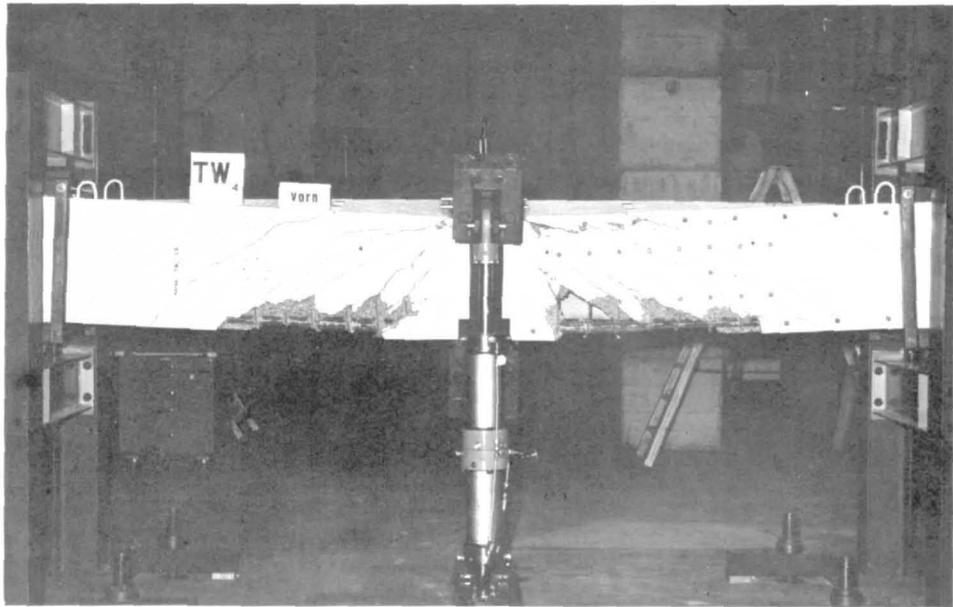


Bild 27 : Balken TW<sub>4</sub> nach Überschreiten der Maximallast

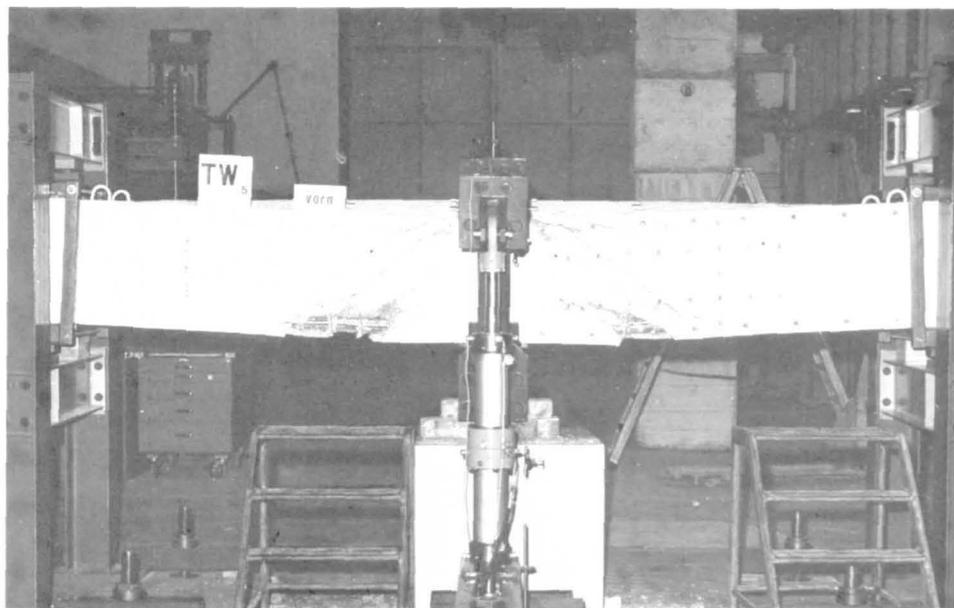
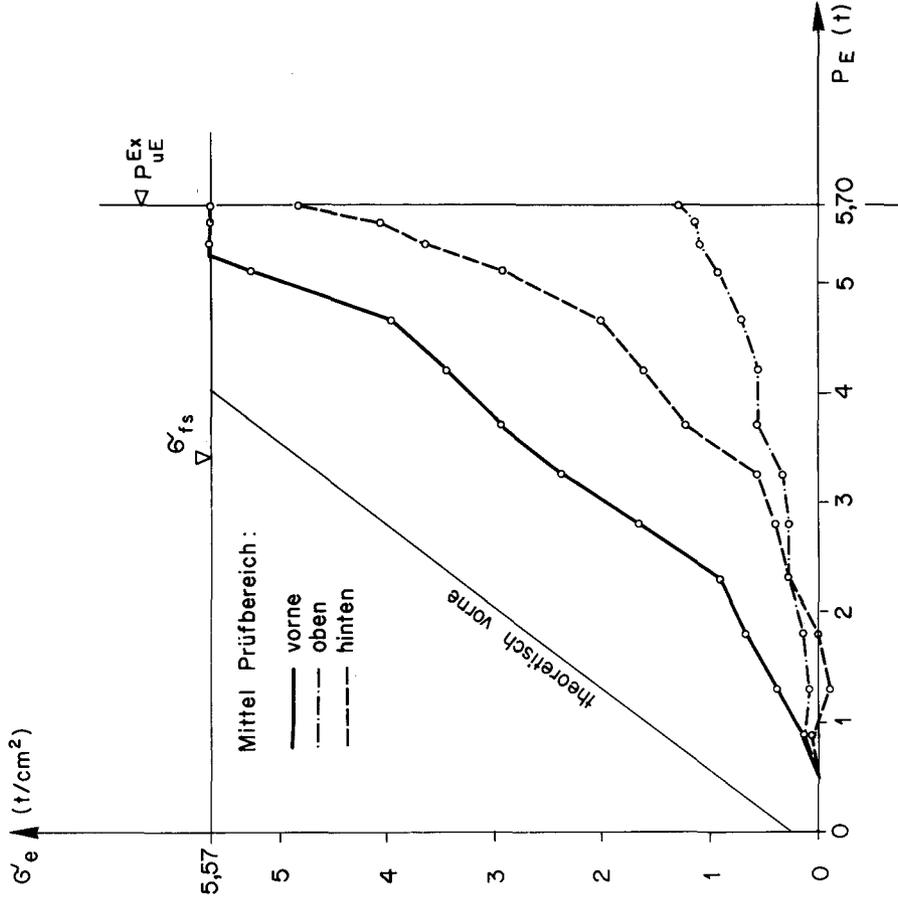


Bild 28 : Balken TW<sub>5</sub> nach Überschreiten der Maximallast

Bügel



Längseisen

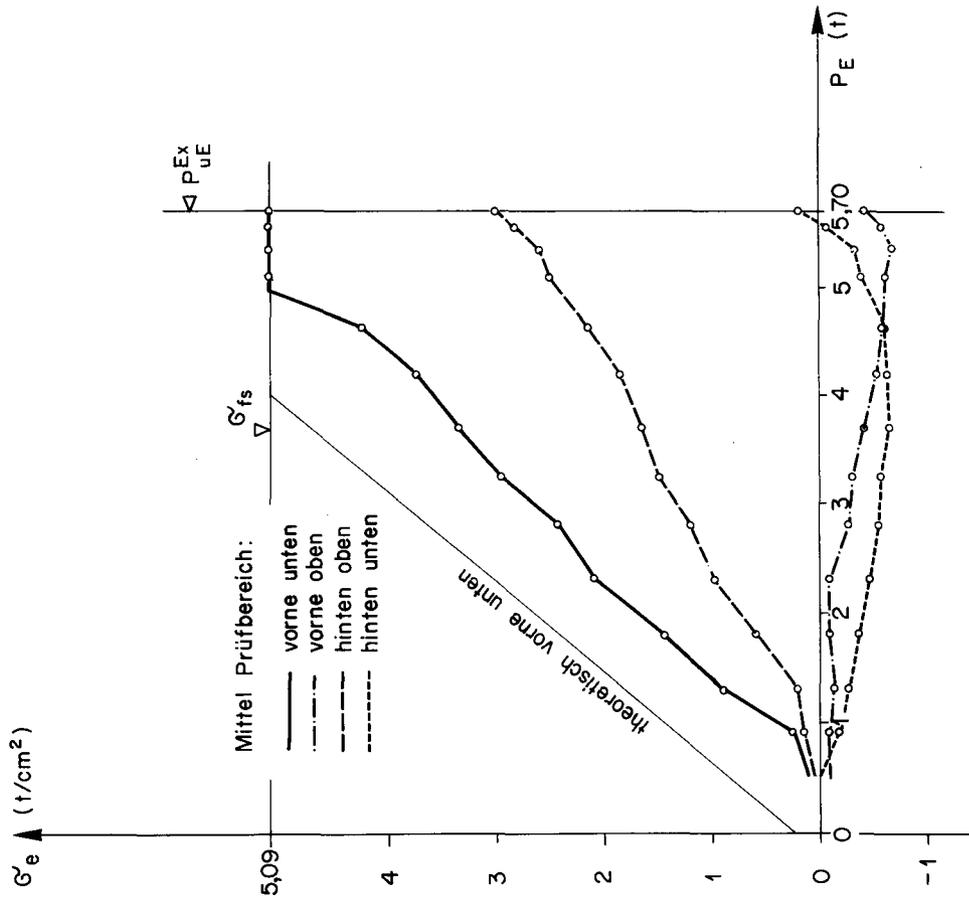
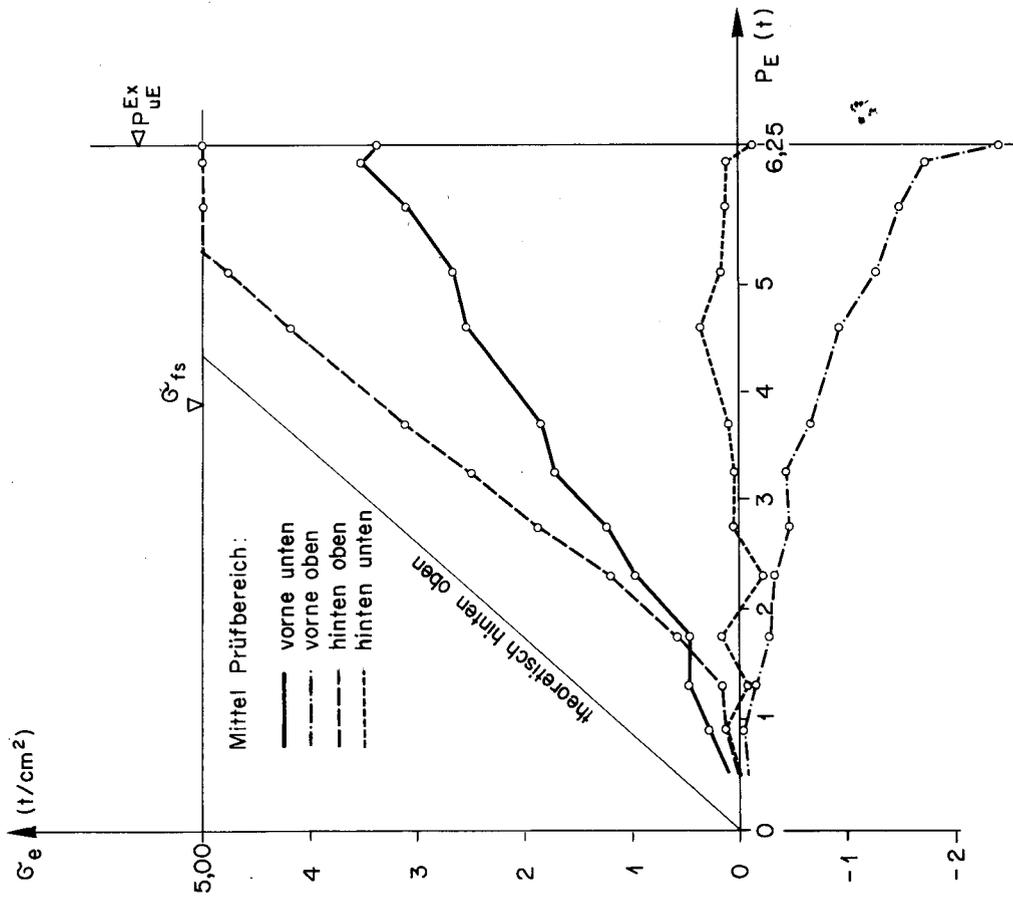


Bild 29: Gemittelte Stahlspannungen Balken TW<sub>1</sub> in Funktion der Belastung

### Längseisen



### Bügel

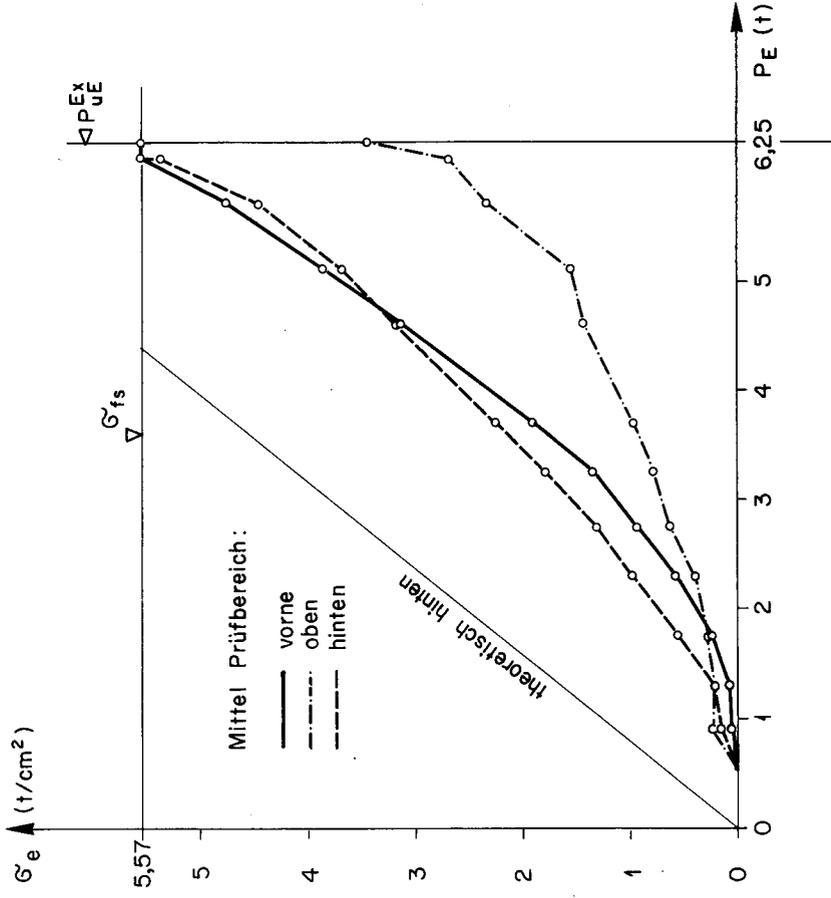
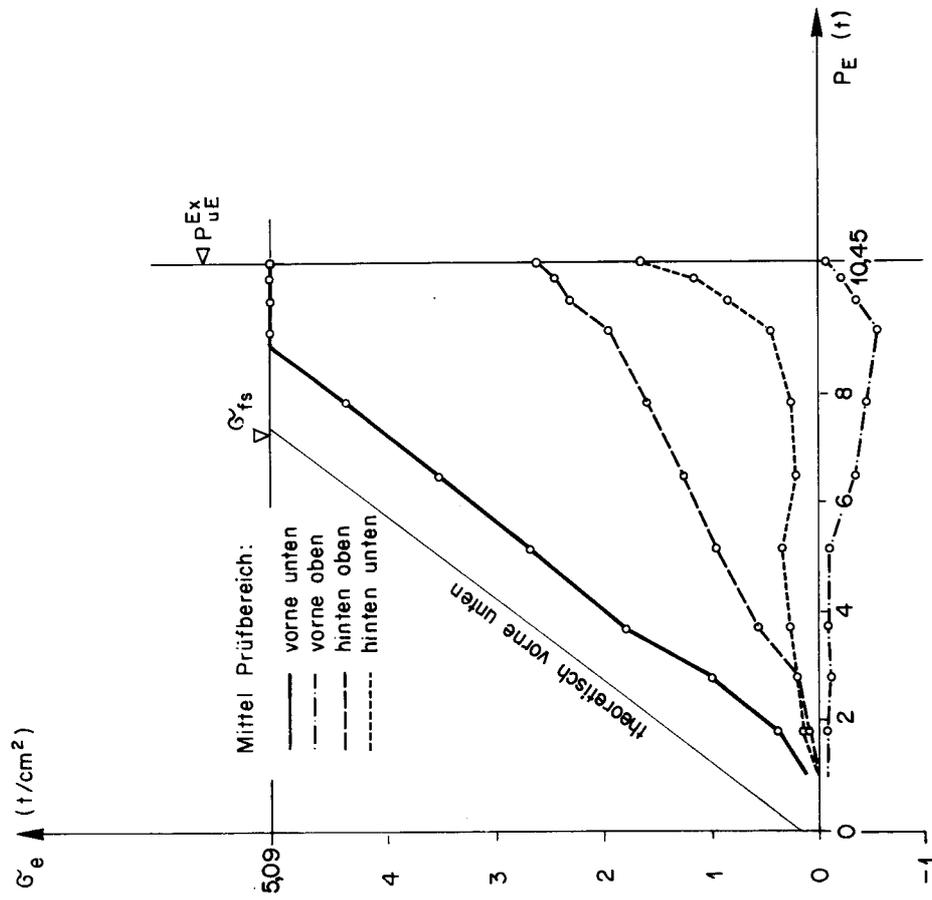


Bild 30: Gemittelte Stahlspannungen Balken TW<sub>2</sub> in Funktion der Belastung

### Längsseisen



### Bügel

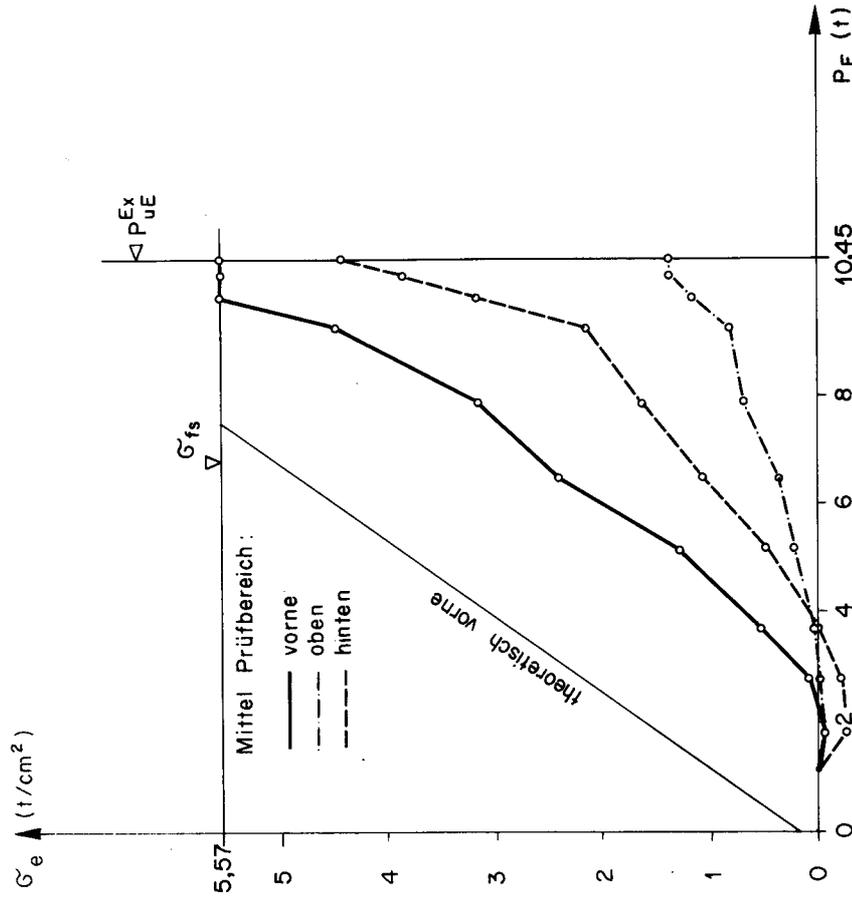
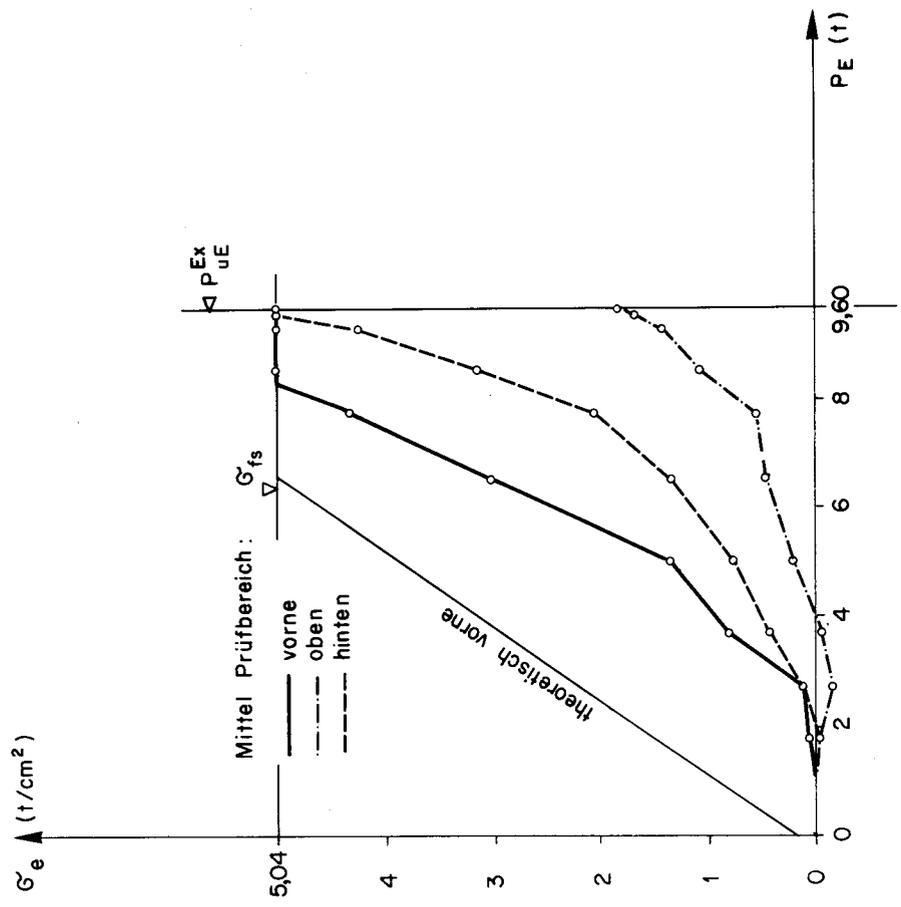


Bild 31: Gemittelte Stahlspannungen Balken TW<sub>3</sub> in Funktion der Belastung

Bügel



Längsisen

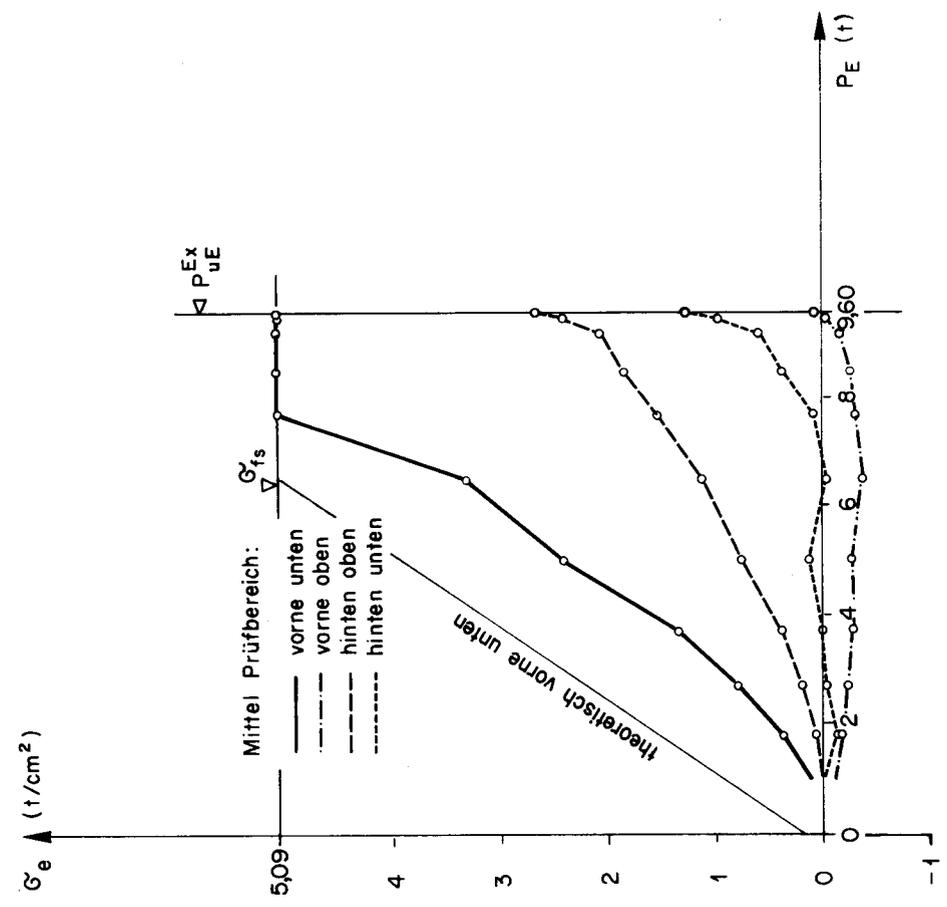
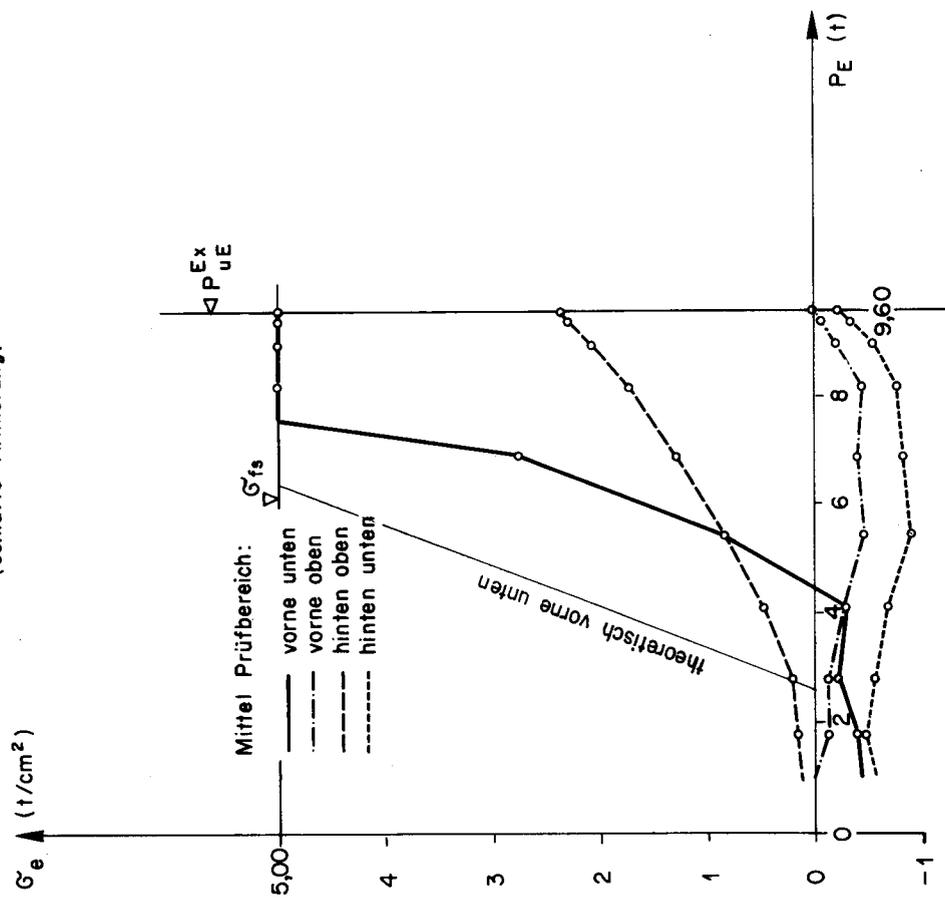


Bild 32: Gemittelte Stahlspannungen Balken TW<sub>4</sub> in Funktion der Belastung

### Längsisen (schlaffe Armierung)



### Bügel

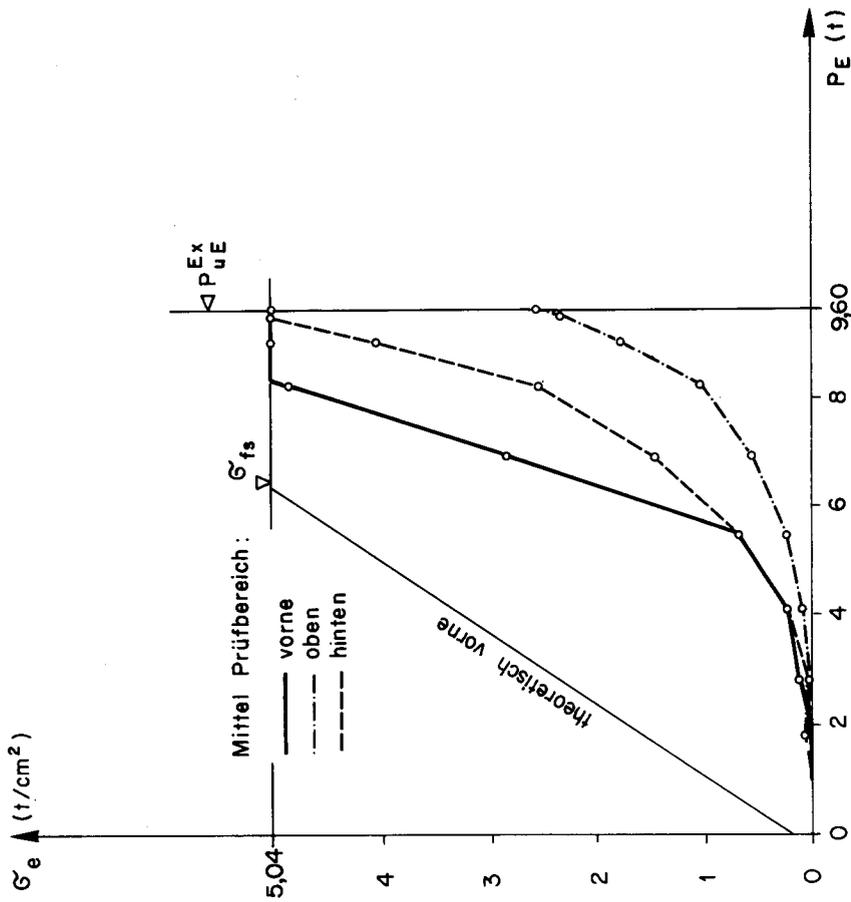


Bild 33: Gemittelte Stahlspannungen Balken TW<sub>5</sub> in Funktion der Belastung

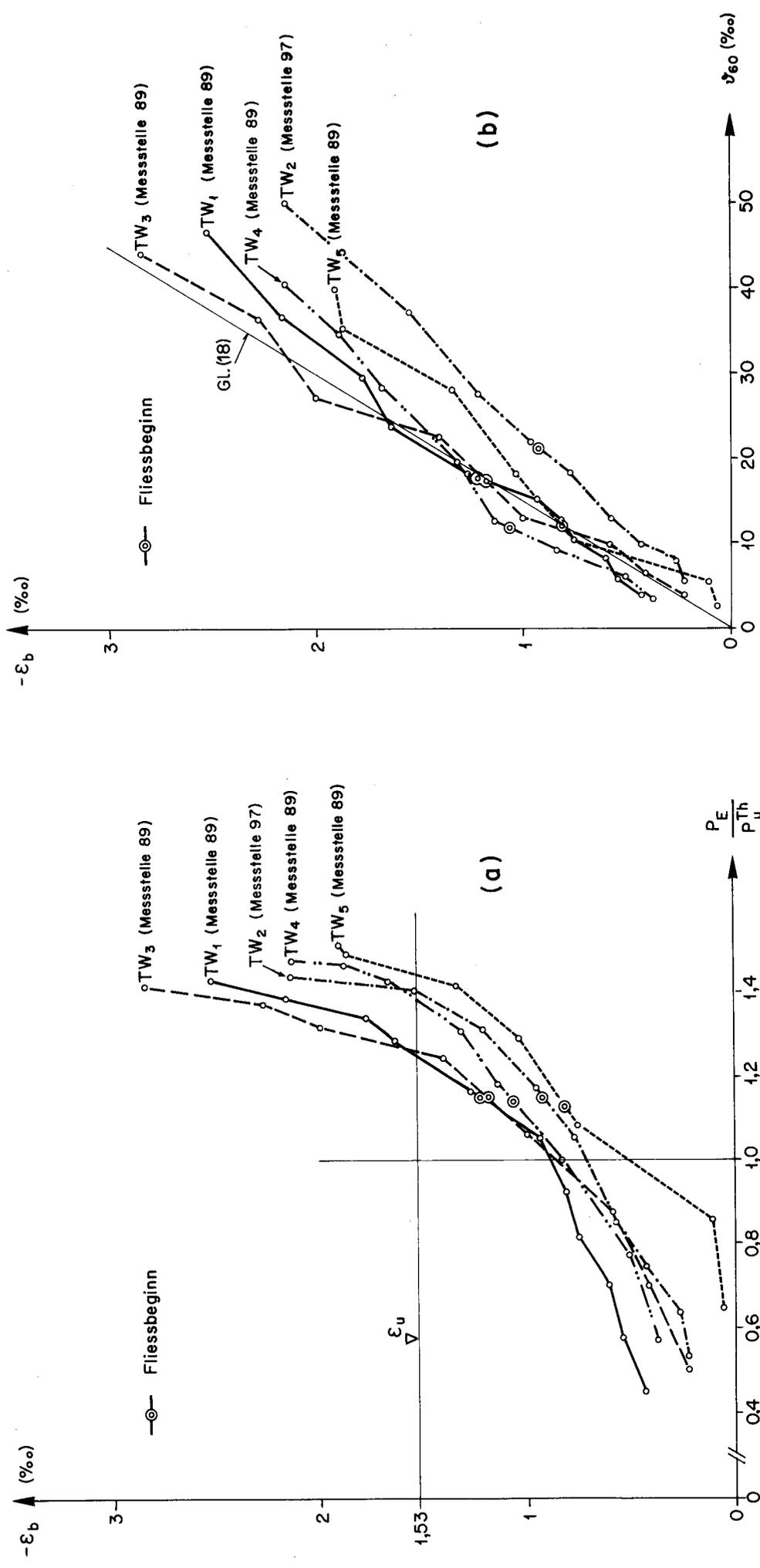


Bild 34: Betonstauchungen Balken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>5</sub> in Funktion (a) der Belastung und (b) der spez. Verdrehung  $\phi_{60}$

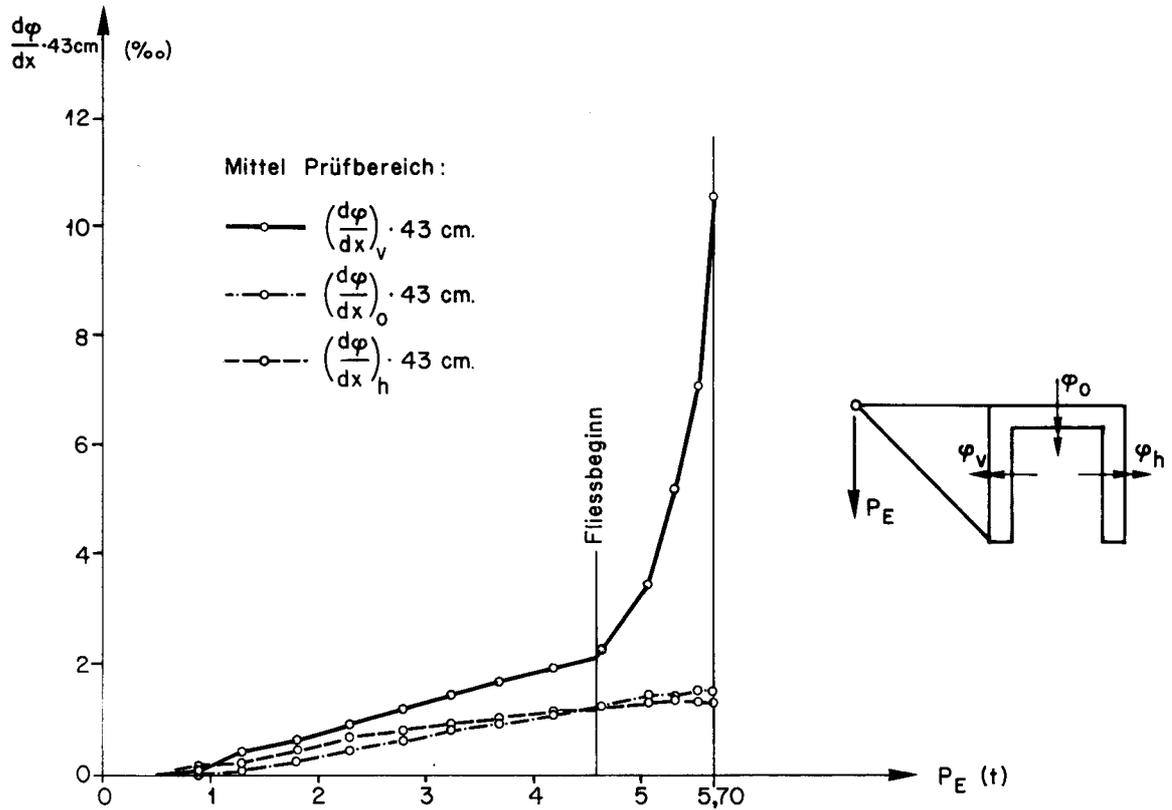


Bild 35: Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  Balken  $TW_1$  in Funktion der Belastung

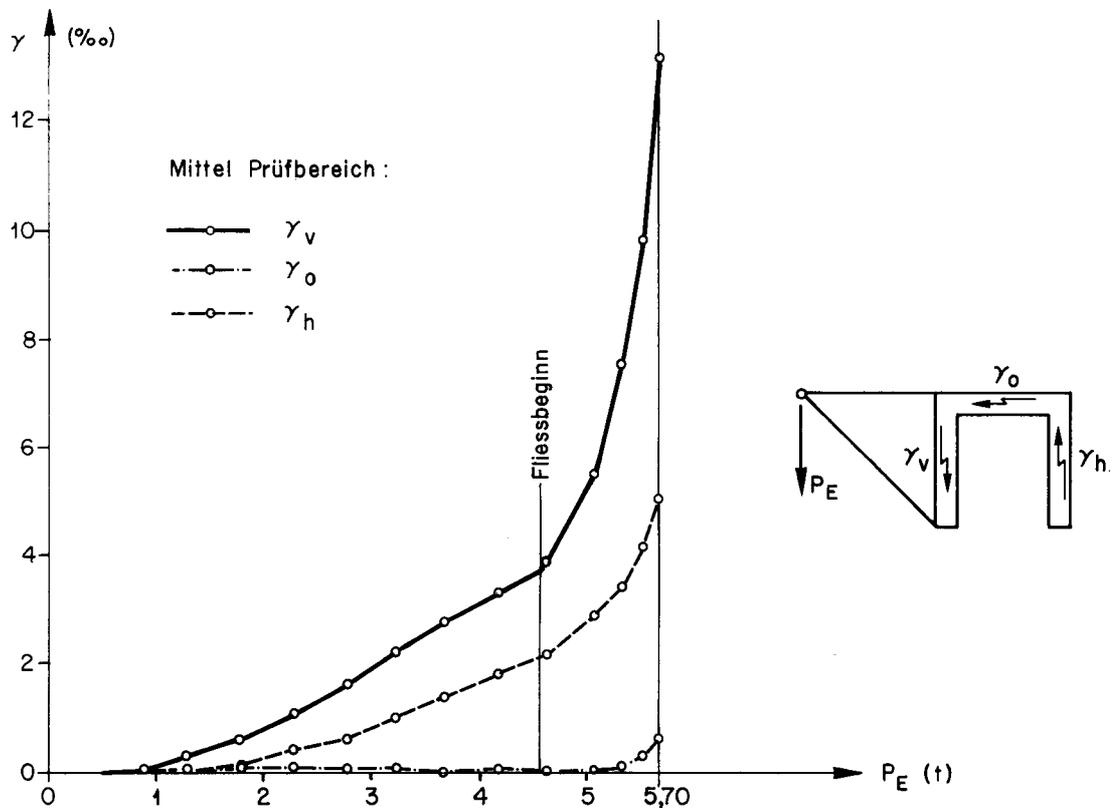


Bild 36: Schiebungen  $\gamma$  Balken  $TW_1$  in Funktion der Belastung

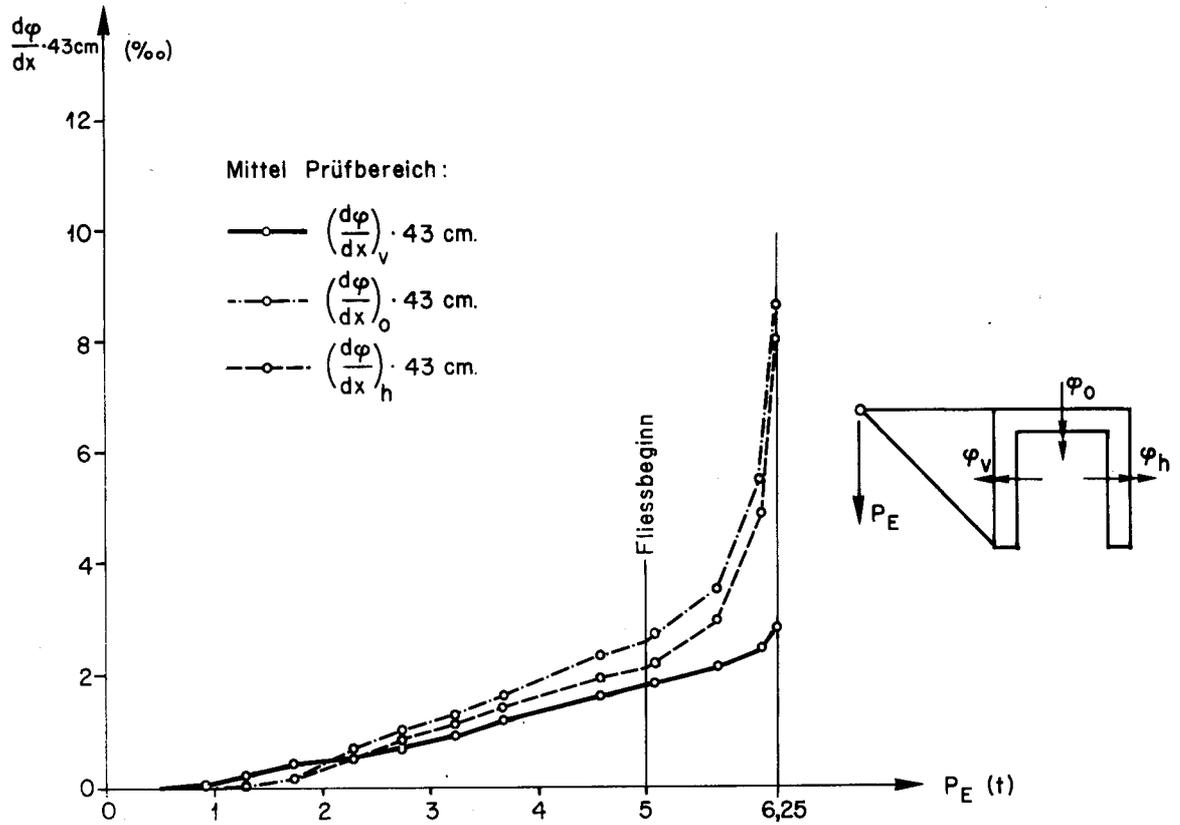


Bild 37: Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  Balken TW<sub>2</sub> in Funktion der Belastung

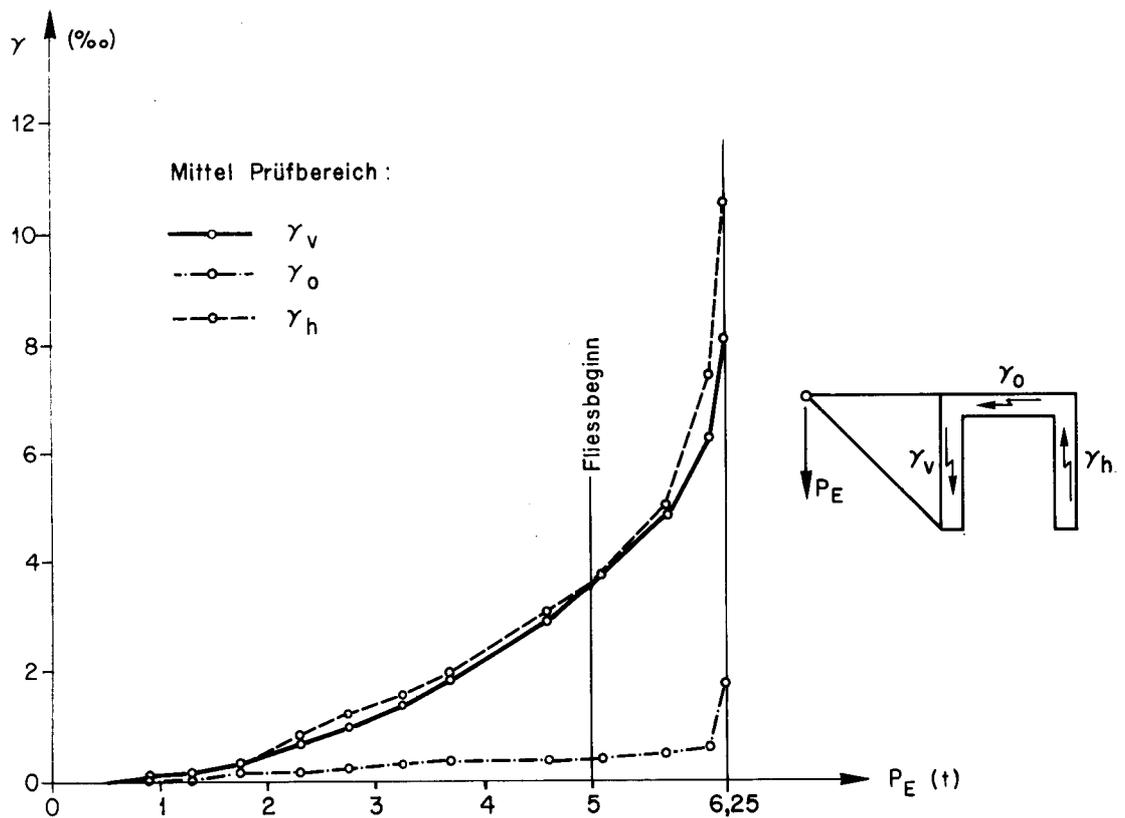


Bild 38: Schiebungen  $\gamma$  Balken TW<sub>2</sub> in Funktion der Belastung

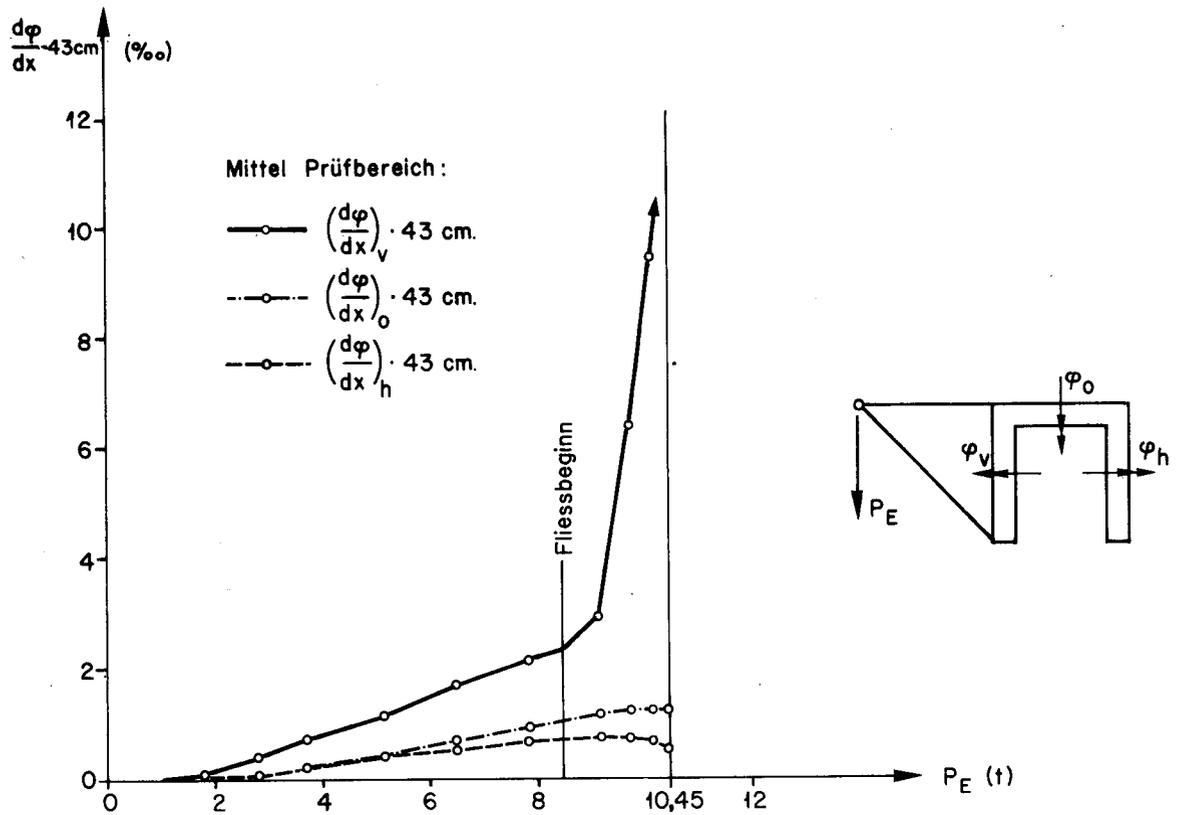


Bild 39: Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  Balken TW<sub>3</sub> in Funktion der Belastung

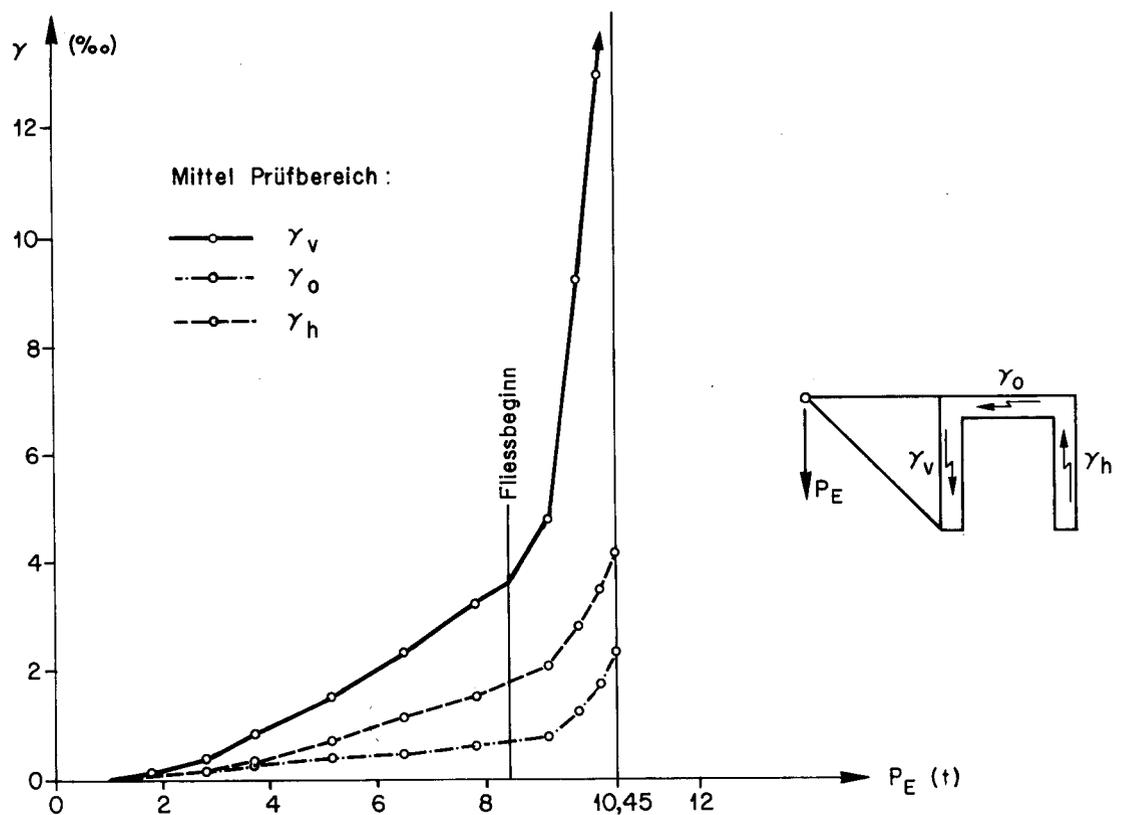


Bild 40: Schiebungen  $\gamma$  Balken TW<sub>3</sub> in Funktion der Belastung

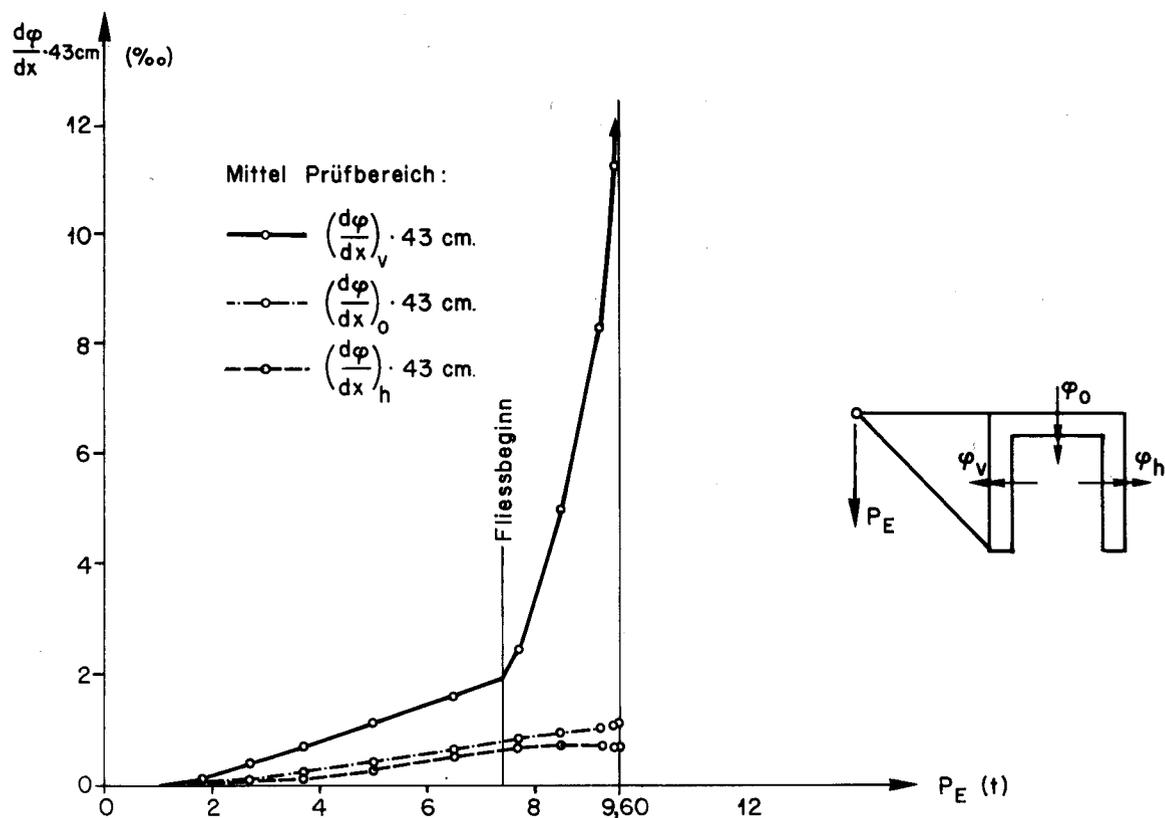


Bild 41: Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  Balken TW<sub>4</sub> in Funktion der Belastung

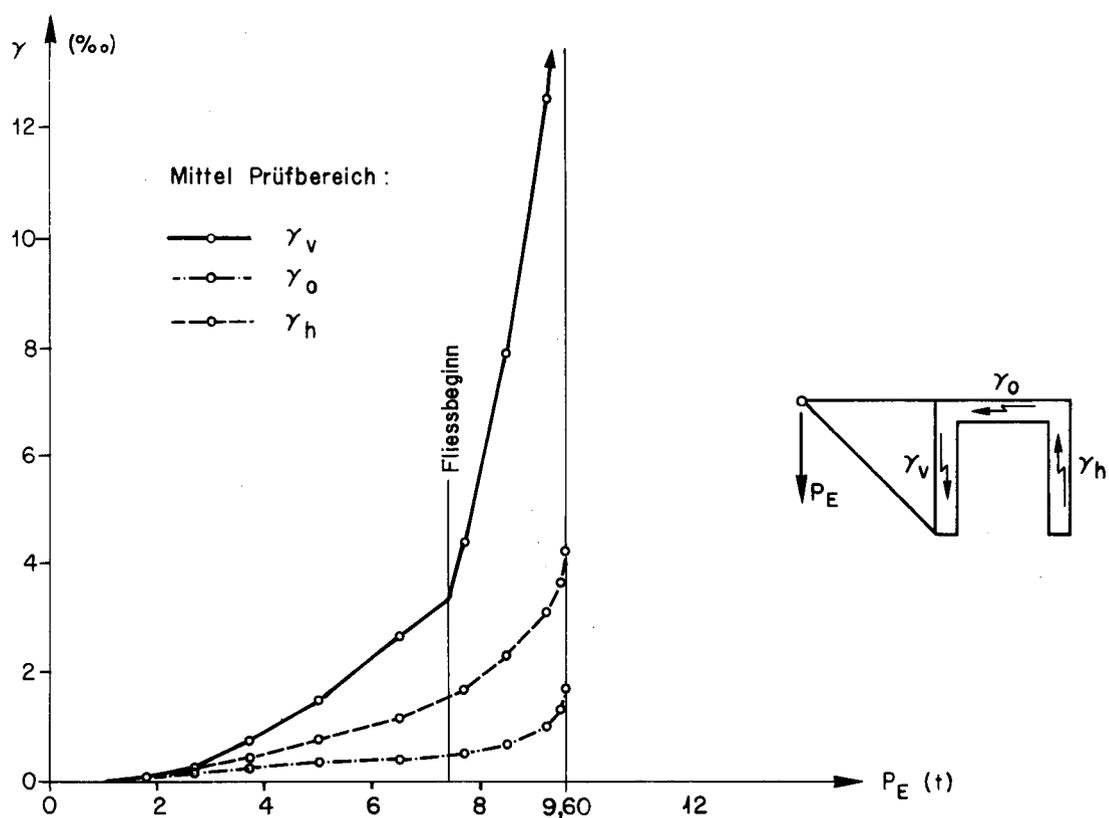


Bild 42: Schiebungen  $\gamma$  Balken TW<sub>4</sub> in Funktion der Belastung

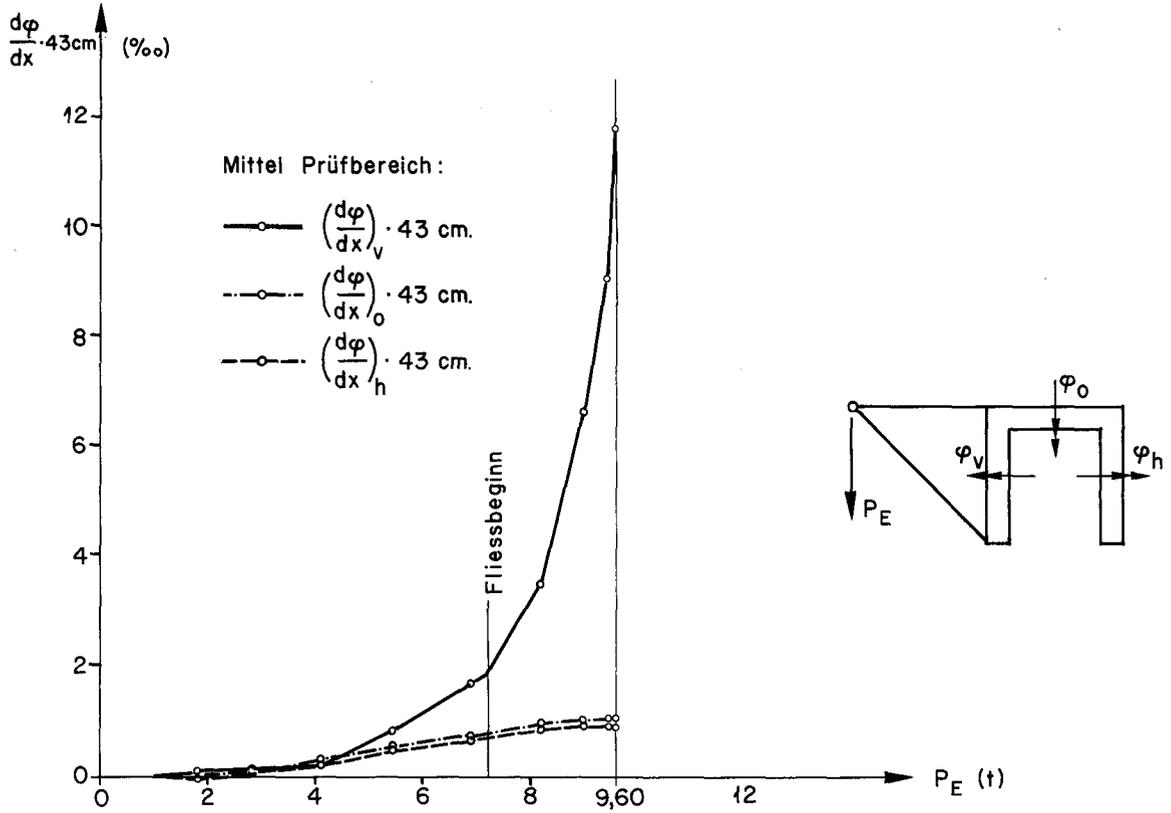


Bild 43: Krümmungen  $\frac{d\varphi}{dx}$  Balken TW<sub>5</sub> in Funktion der Belastung

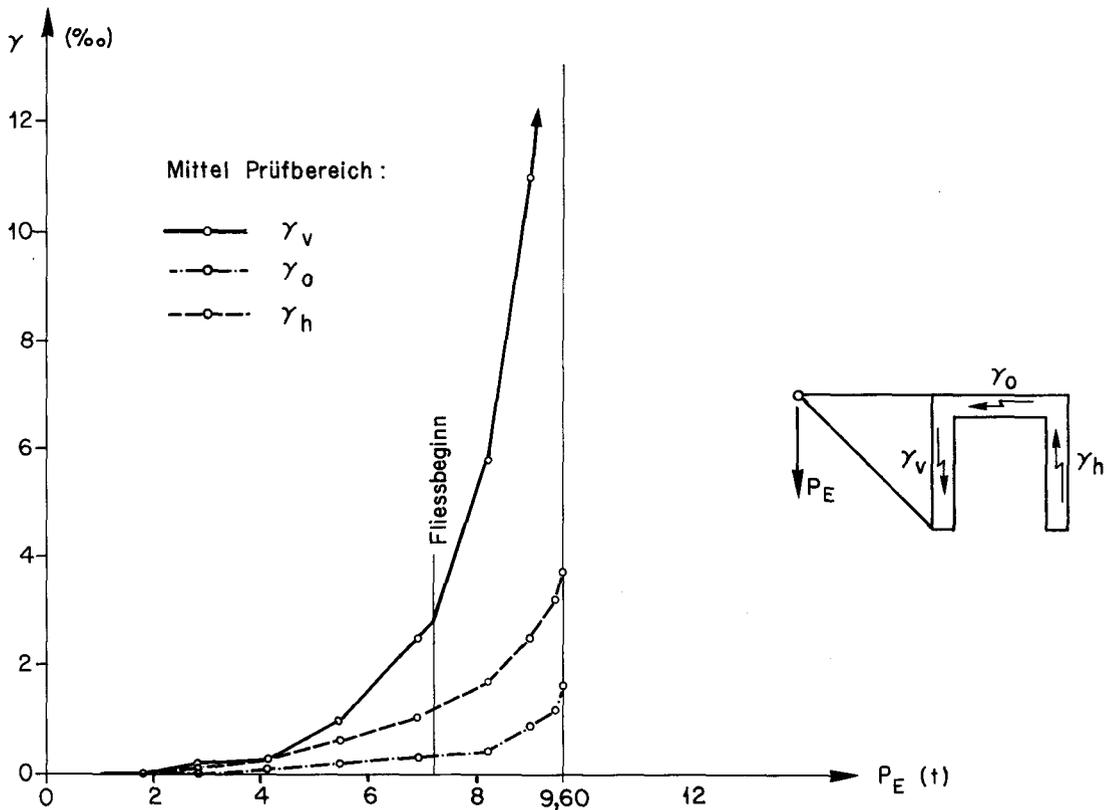


Bild 44: Schiebungen  $\gamma$  Balken TW<sub>5</sub> in Funktion der Belastung

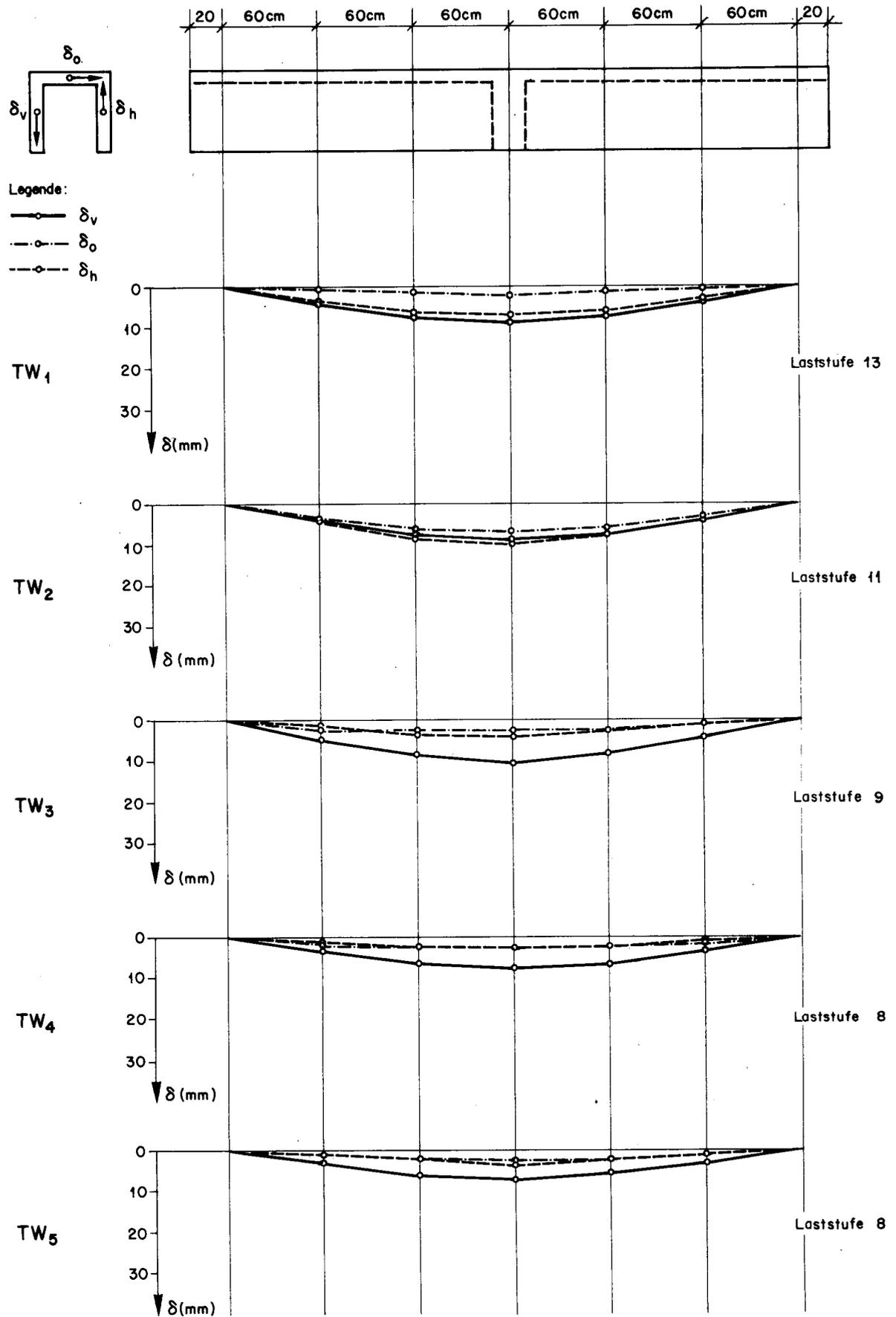


Bild 45: Durchbiegungen Balken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>5</sub> vor Fließbeginn

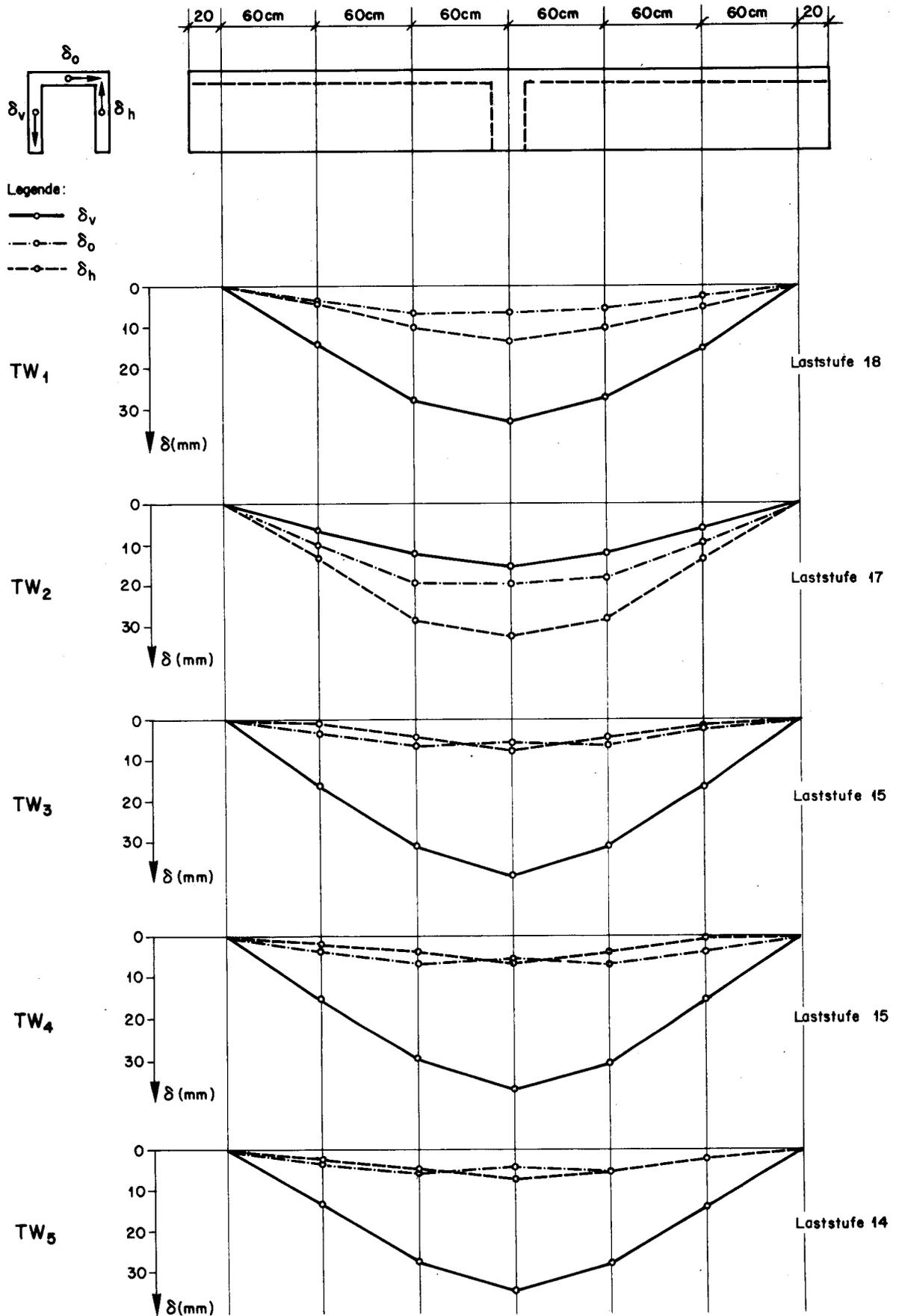
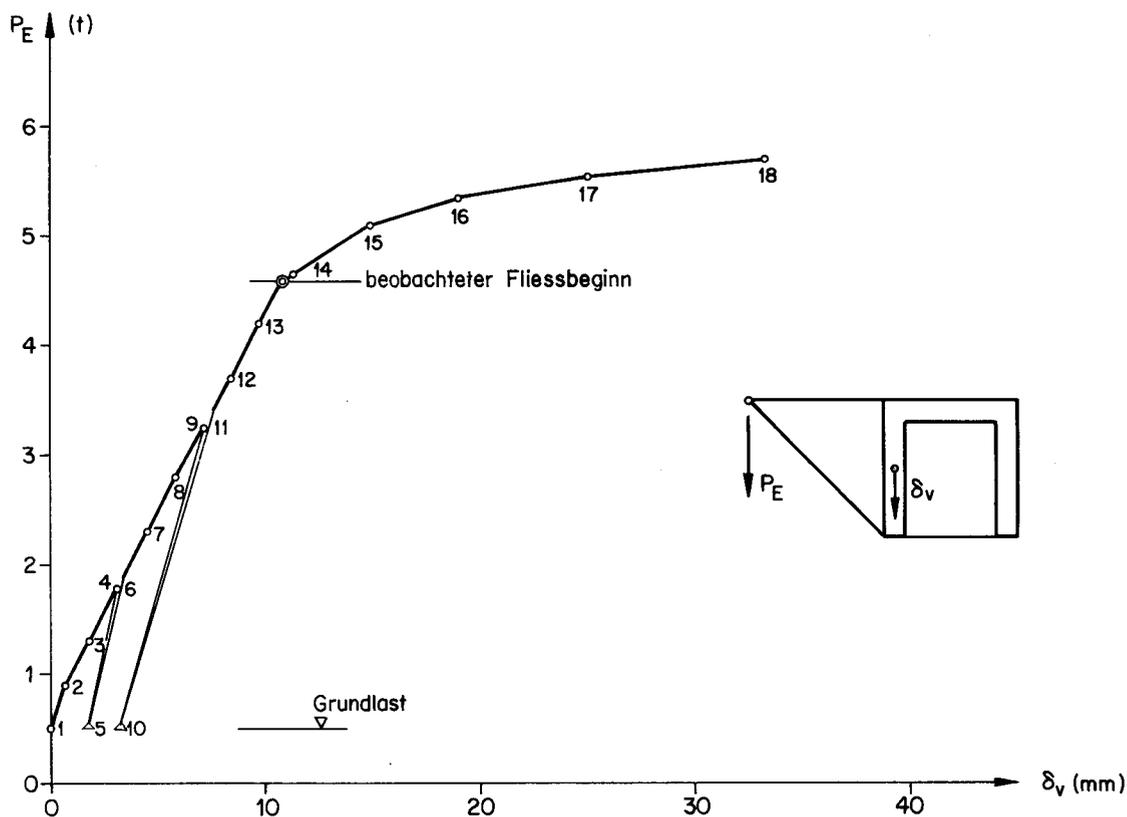
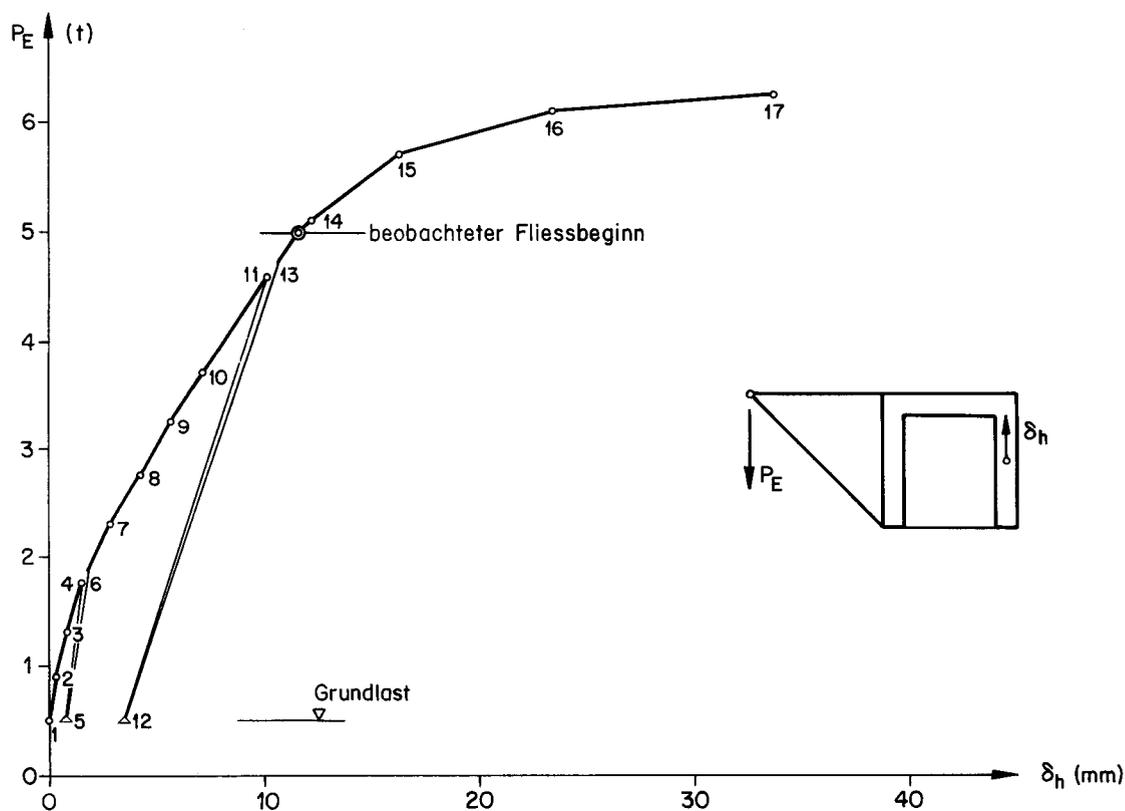
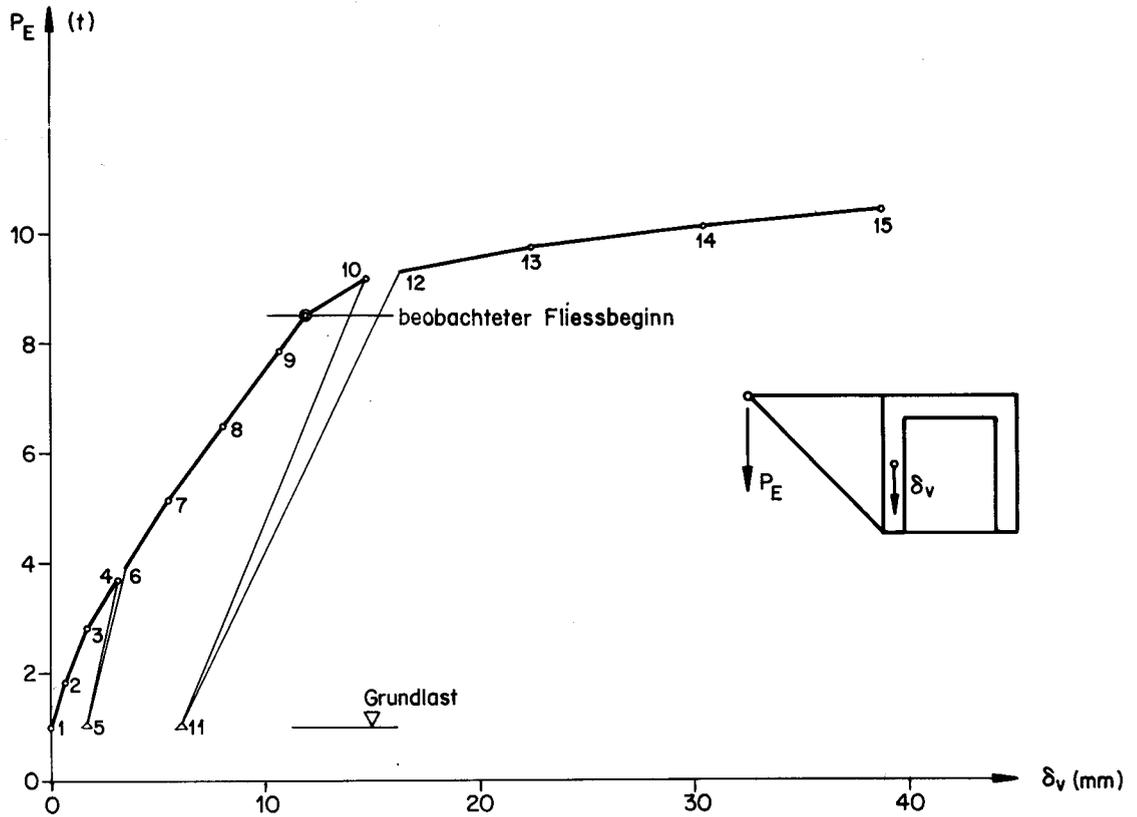
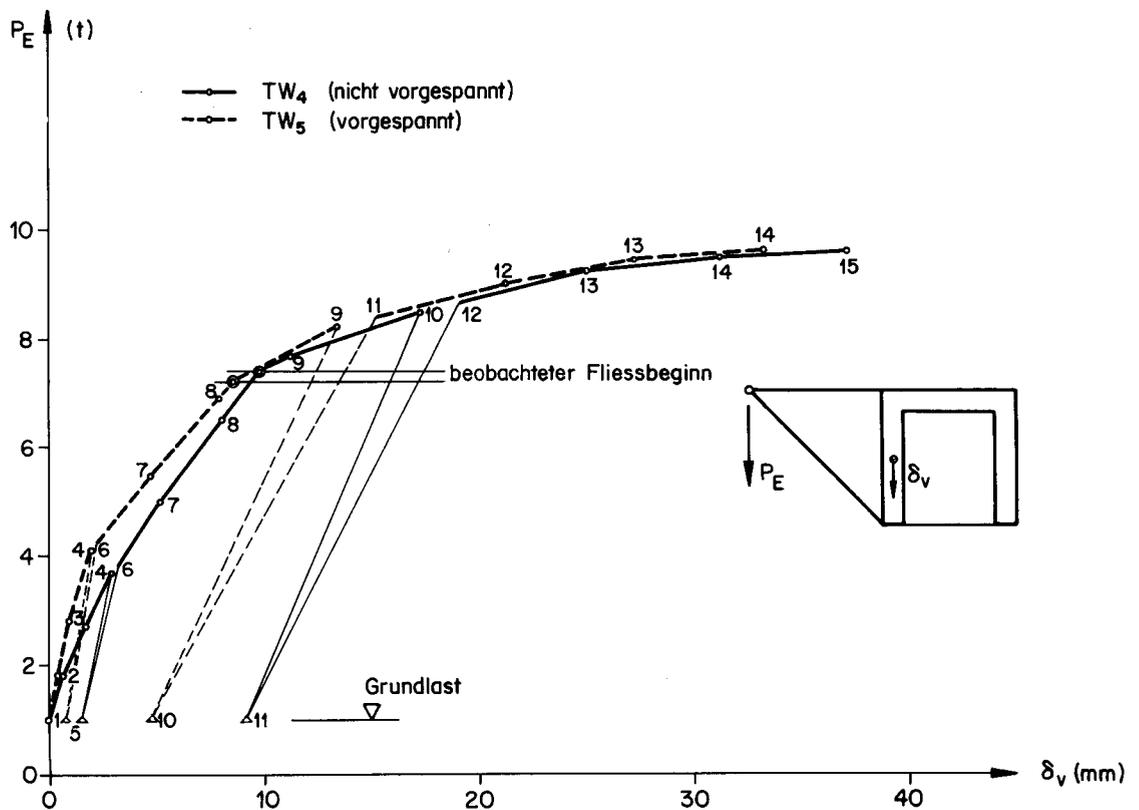
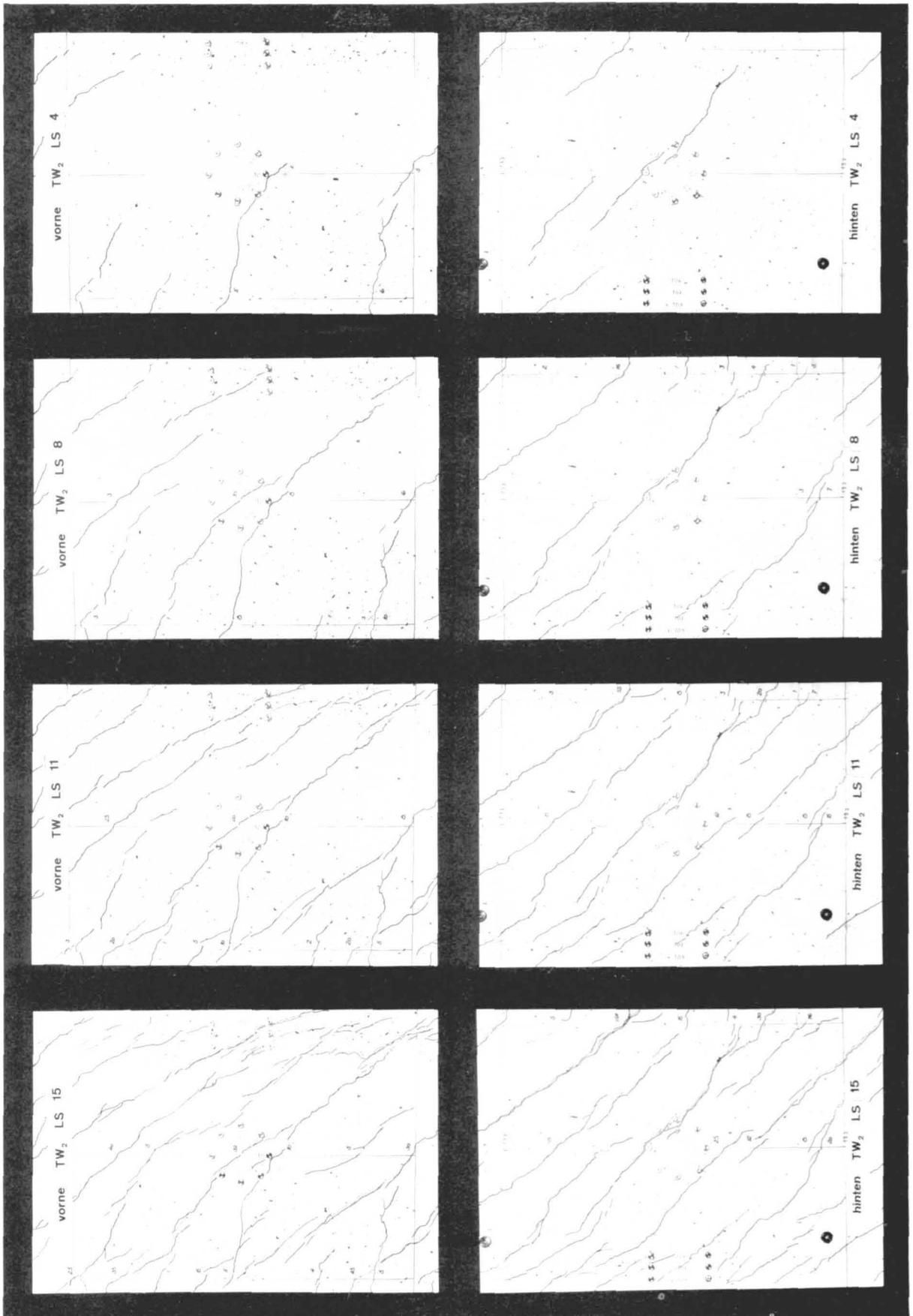


Bild 46: Durchbiegungen Balken  $TW_1$  bis  $TW_5$  unter Maximallast

Bild 47: Durchbiegung  $\delta_v$  in Balkenmitte von  $TW_1$ Bild 48: Durchbiegung  $\delta_h$  in Balkenmitte von  $TW_2$

Bild 49: Durchbiegung  $\delta_v$  in Balkenmitte von  $TW_3$ Bild 50: Durchbiegung  $\delta_v$  in Balkenmitte von  $TW_4$  und  $TW_5$



Zahlen bedeuten Rissweiten in 1/100 mm

Bild 51: Rissverlauf vorne und hinten Balken TW<sub>2</sub>

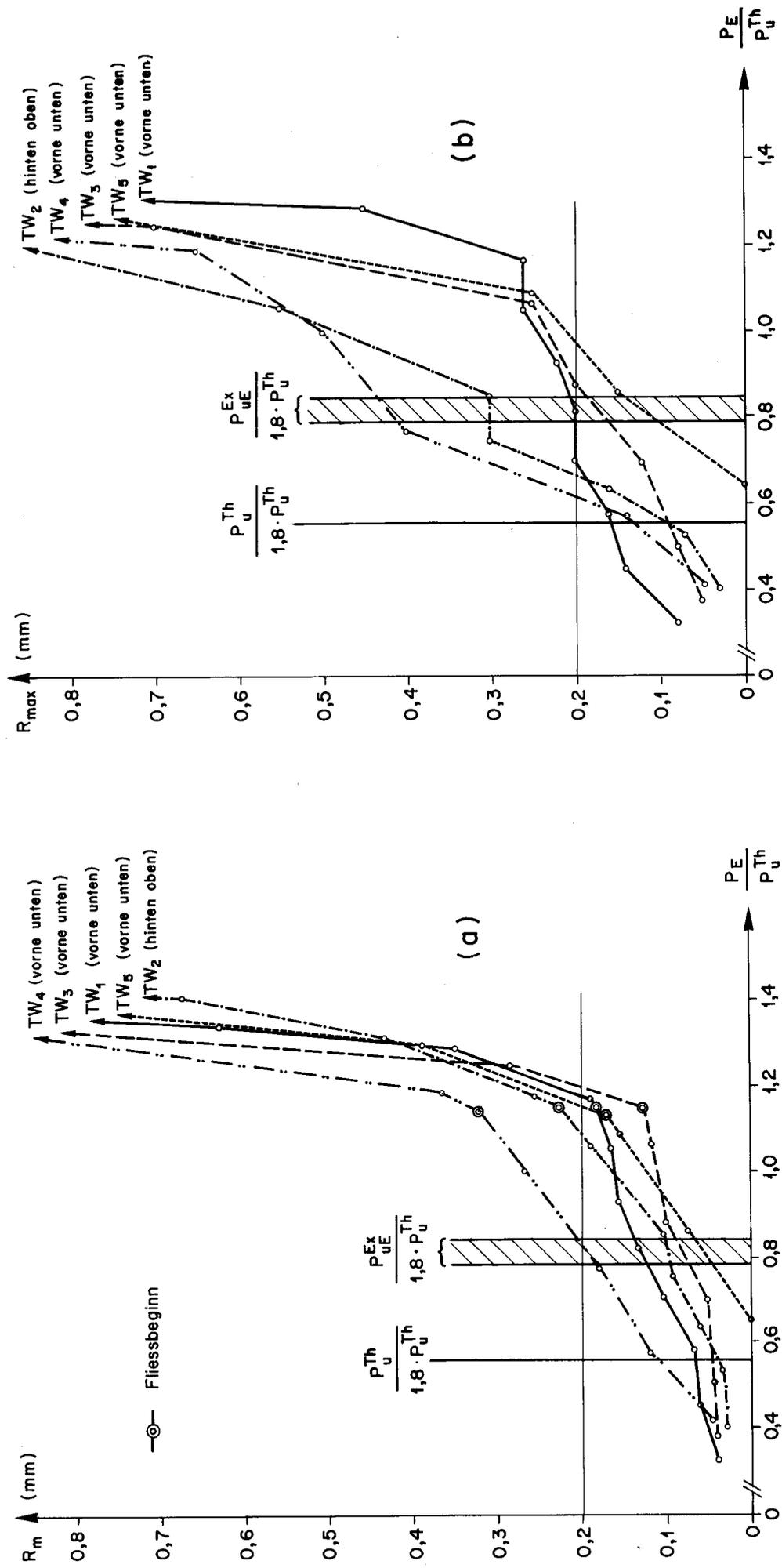


Bild 52: (a) Gemittelte und (b) maximale Rissbreiten Balken TW<sub>1</sub> bis TW<sub>5</sub> auf Höhe der massgebenden Längszugarmierung

## ANHANG

### Bestimmung der Traglast nach der Faltwerktheorie

Die Stabtheorie, wie sie im Abschnitt 2.3 dieses Berichtes dargestellt ist, setzt voraus, dass die Erhaltung der Querschnittsform garantiert ist. Andererseits ist die Annahme möglich, dass sich der Querschnitt frei verformen kann. Dies ist der Fall, wenn neben der Vernachlässigung der Plattenwirkung (Biege- und Torsionswiderstand) die Einzelscheiben des Querschnittes gelenkig miteinander verbunden sind. Solche Tragwerke werden als Gelenkfaltwerke oder einfach als Faltwerke bezeichnet.

Diese beiden Theorien, die Stabtheorie und die Faltwerktheorie, werden einander im folgenden Bild gegenübergestellt.

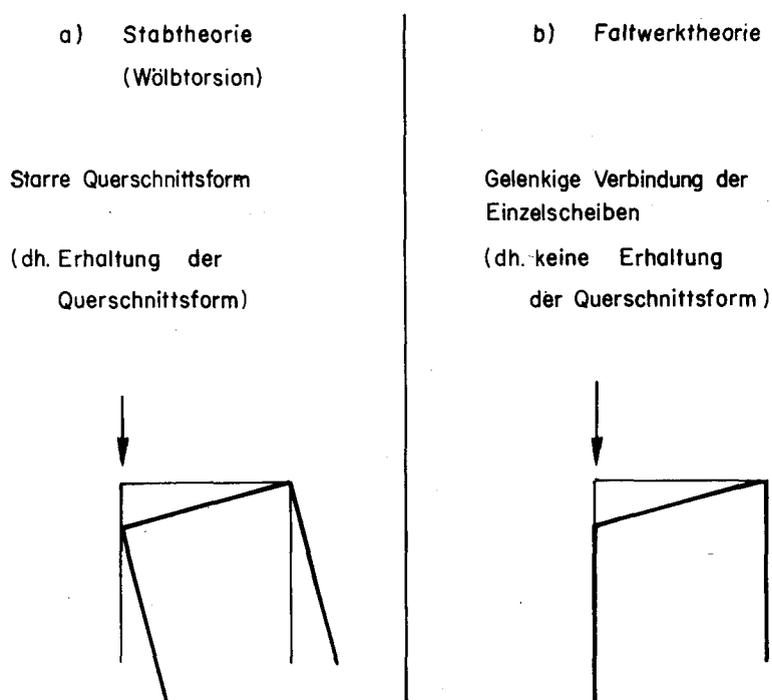


Bild A1: Gegenüberstellung der Stab- und Faltwerktheorie

Im allgemeinen erhält man nach diesen beiden Theorien unterschiedliche Resultate. Für sogenannte Dreischeiben-Querschnitte, wie sie beispielsweise die untersuchten Balken  $TW_1$  bis  $TW_5$  aufweisen, gilt jedoch folgende Besonderheit.

Wird die Plattenwirkung (Biege- und Torsionswiderstand) der Querschnittscheiben vernachlässigt, so liefern für Dreischeiben-Querschnitte sowohl die Faltwerk- als auch die Stabtheorie dieselben Resultate. Die Frage, ob die Querschnittsform erhalten bleibt oder nicht, spielt nämlich bei Beschränkung auf die Theorie 1. Ordnung keine Rolle, da die Zerlegung einer beliebigen Last in drei Scheibenebenen eindeutig, d.h. statisch bestimmt ist. Ist die Belastung nicht von vorne herein in Form von Kanten- bzw. Scheibenlasten gegeben, so muss die Einleitung der Lasten in diese Scheiben ge-

währleistet sein. Die Einleitung beliebiger Lasten kann z.B. durch Querträger, Queraussteifungen oder durch lokale Plattenwirkung der Querschnittscheiben erzielt werden. Im letzteren Falle wird die Plattenwirkung wohl für die Einleitung der Lasten in die Querschnittscheiben herangezogen, man vernachlässigt sie aber für die eigentliche Berechnung des Falterkes.

Es soll hier eine Berechnungsmethode hergeleitet werden, die auf der Falterktheorie basiert. Es gelten die für Gelenkfalterke üblichen Voraussetzungen:

- 1) Kleine Querschnittsabmessungen im Vergleich zur Länge ( → Berechnung der Einzelscheibe nach Balkentheorie)
- 2) Formulierung des Gleichgewichtes am unverformten System (Theorie 1. Ordnung)
- 3) Vernachlässigung der Plattenwirkung (Biege- und Torsionswiderstand) der Einzelscheiben
- 4) Gelenkige Verbindung der Einzelscheiben durch Scharniere
- 5) Gleiche Lagerung aller Einzelscheiben (entsprechend Stabtheorie)

Als Modell für die Wirkungsweise eines Stahlbeton-Falterkes wird ein räumliches Fachwerk angenommen. In ihm bilden die Längsstäbe die Gurtungen, die Bügel die Pfosten und die Betondiagonalen die Streben. Ausserdem denkt man sich zwecks einfacher mathematischer Behandlung die Längseisen in den Kanten des Falterkes konzentriert. Das folgende Bild zeigt einen Ausschnitt aus einem derartigen Falterk. Die Wirkungsweise als Fachwerk ist aus der Scheibe  $i-1$  ersichtlich.

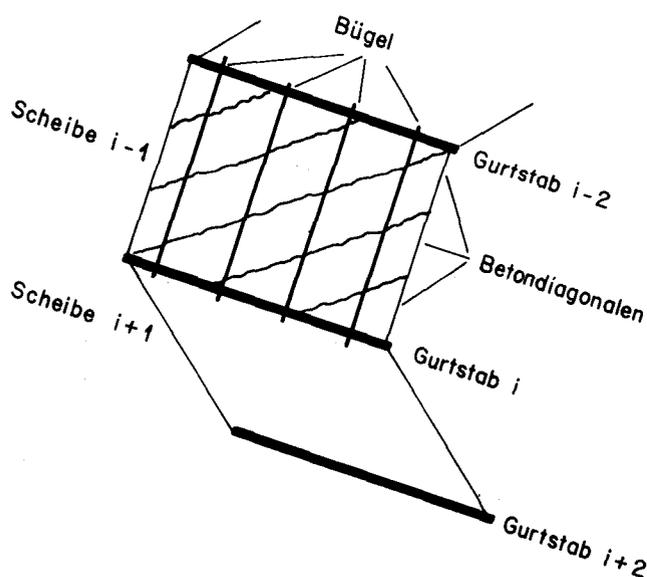


Bild A2: Idealisierung eines Stahlbeton - Falterkes

Für die Beschreibung des Kräftespiels in einer Einzelscheibe wird wie in Abschnitt 2.3.2 ein Fachwerkmodell mit variabler Diagonalenneigung angenommen.

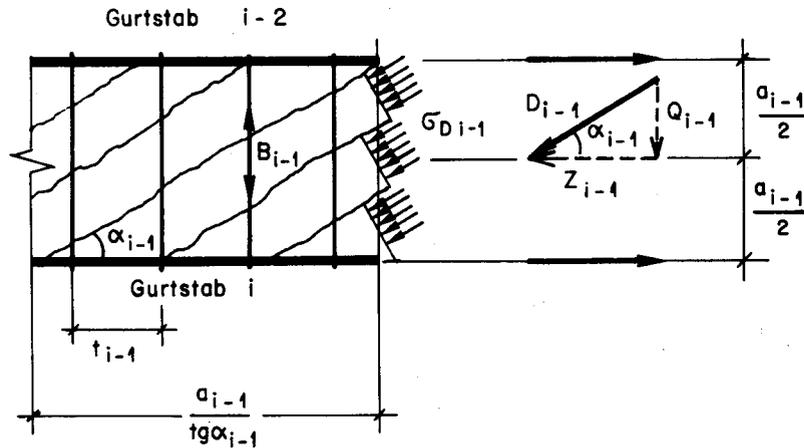


Bild A3: Wirkungsweise einer Einzelscheibe

Bei Annahme gleichmässig über die Scheibe verteilter Betondruckspannungen  $\sigma_{D i-1}$  resultiert aus der Schubbeanspruchung  $Q_{i-1}$  eine in Mitte der Scheibe wirkende Längskraft  $Z_{i-1}$ .

Die Annahme einer solchen Druckspannungsverteilung bedingt auch eine gleichmässige Beanspruchung der Bügel im dargestellten Scheibenabschnitt, was zu folgenden Gleichgewichtsbedingungen führt:

$$\left. \begin{aligned} Q_{i-1} &= B_{i-1} \cdot \frac{a_{i-1}}{t_{i-1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{i-1}} \\ Z_{i-1} &= Q_{i-1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{i-1}} = B_{i-1} \cdot \frac{a_{i-1}}{t_{i-1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha_{i-1}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

Der Geltungsbereich dieses Fachwerkmodells ist auf einen gewissen Neigungsbereich der Betondiagonalen beschränkt. Wie den Versuchsberichten [1] bis [5] entnommen werden kann, bewegt sich die Diagonalenneigung in den Grenzen:

$$0,5 \leq |\operatorname{tg}\alpha_{i-1}| \leq 2,0 \quad (\text{A2})$$

Für die weitere Behandlung wird das Faltnetz längs den Kanten aufgetrennt und in Einzelscheiben zerlegt. Dabei werden, wie aus Bild A4 hervorgeht, die in den Kanten konzentrierten Gurtstäbe auf beide benachbarten Scheiben aufgeteilt.

Auf eine solche Einzelscheibe wirken die Kantenschubkräfte, die entsprechend den gelösten Bindungen einzuführen sind sowie die aus der Scheibenbelastung resultierenden Schnittkräfte. Diese lassen sich bei den gemachten Voraussetzungen nach der Balkenstatik ermitteln. Beschränkt man sich auf statisch bestimmt gelagerte Einzelscheiben, so benötigt man zur Bestimmung der Scheiben-Schnittkräfte lediglich die Gleichgewichtsbedingungen, d.h. die Schnittkraftverteilung ist unabhängig von irgendwelchem Stoffgesetz.

Das Kräftespiel an einer Einzelscheibe ist in Bild A4 dargestellt.

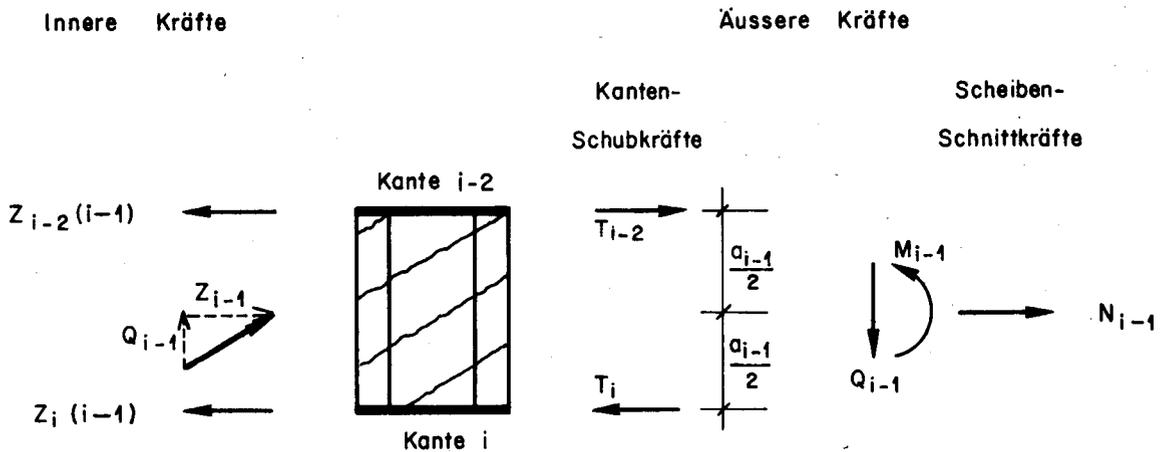


Bild A4: Kräftespiel an einer Einzelscheibe

Die im Gurtstab  $i$  wirkende Kraft  $Z_i$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen. Der eine Anteil  $Z_{i(i-1)}$  lässt sich mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen an der Scheibe  $i-1$  (Bild A4) bestimmen.

$$\left. \begin{aligned} Z_{i(i-1)} &= \frac{N_{i-1}}{2} + \frac{M_{i-1}}{a_{i-1}} + \frac{Z_{i-1}}{2} - T_i = \\ &= \frac{N_{i-1}}{2} + \frac{M_{i-1}}{a_{i-1}} + \frac{Q_{i-1}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{i-1}} - T_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3})$$

Den anderen Anteil  $Z_{i(i+1)}$  erhält man aus derselben Betrachtung der Scheibe  $i+1$ .

$$\left. \begin{aligned} Z_{i(i+1)} &= \frac{N_{i+1}}{2} - \frac{M_{i+1}}{a_{i+1}} + \frac{Z_{i+1}}{2} + T_i = \\ &= \frac{N_{i+1}}{2} - \frac{M_{i+1}}{a_{i+1}} + \frac{Q_{i+1}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{i+1}} + T_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4})$$

Die Addition dieser beiden Anteile liefert die gesamte im Gurtstab  $i$  wirkende Kraft  $Z_i$ . Wie aus der Gleichung für  $Z_i$  zu entnehmen ist, haben die Kantenschübe dank der Konzentration der Gurtstäbe in den Falterkanten keinen Einfluss auf die Gurtstabkräfte.

$$\begin{aligned}
 Z_i &= \frac{1}{2} \cdot (N_{i-1} + N_{i+1}) + \left( \frac{M_{i-1}}{a_{i-1}} - \frac{M_{i+1}}{a_{i+1}} \right) + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Q_{i-1}}{\operatorname{tg} \alpha_{i-1}} + \frac{Q_{i+1}}{\operatorname{tg} \alpha_{i+1}} \right) \\
 B_{i-1} \cdot \frac{a_{i-1}}{t_{i-1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{i-1}} &= Q_{i-1} \\
 B_{i+1} \cdot \frac{a_{i+1}}{t_{i+1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{i+1}} &= Q_{i+1}
 \end{aligned}
 \tag{A5}$$

Der Vollständigkeit halber sind hier noch die aus (A1) abgeleiteten Gleichungen für die Bügelkräfte  $B_{i-1}$  und  $B_{i+1}$  aufgeführt. Damit sind alle Gleichgewichtsbedingungen zusammengestellt, die zur Erfassung des beschriebenen Falzwerkmodells gebraucht werden.

Diese Beziehungen können zum Beispiel auf die Versuchsbalken  $TW_1$  bis  $TW_5$  angewandt werden. Bei Beschränkung auf die wesentliche Beanspruchung infolge der Einzellast  $P$  erhält man aus den dargestellten Scheibenlasten

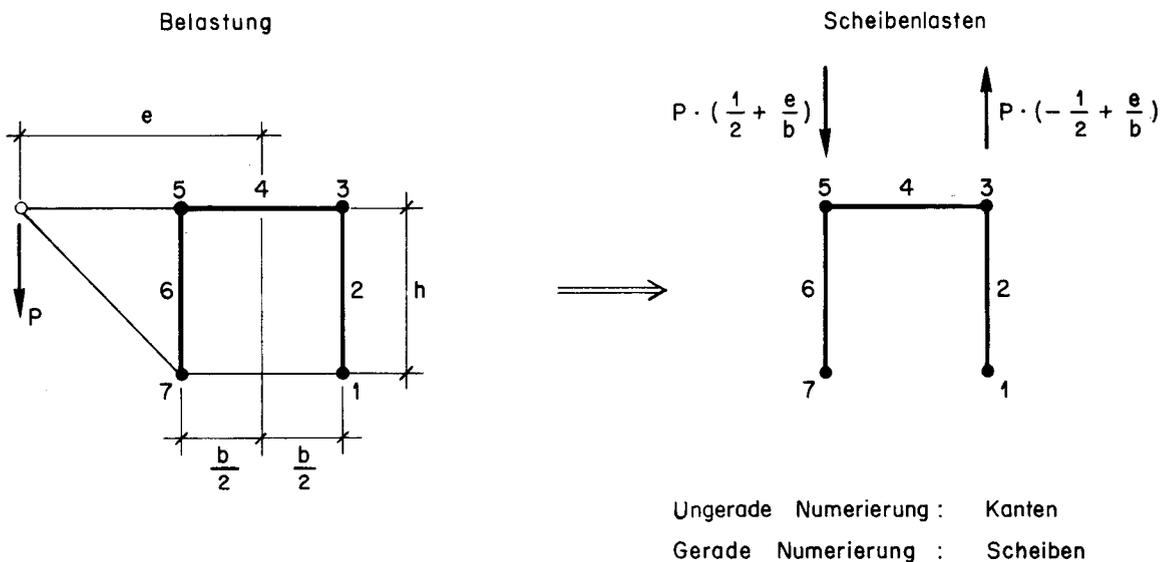


Bild A5 : Zerlegung der Belastung in Scheibenlasten (Beispiel)

folgende Scheiben-Schnittkräfte im Querschnitt A-A der Versuchskörper (vgl. Bild 14).

$$Q_2 = -\frac{P}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \quad Q_6 = -\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

$$M_2 = \frac{P \cdot l}{8} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \quad M_6 = \frac{P \cdot l}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

Daraus ergeben sich mit den Gleichungen (A5) die gesuchten Bügel- und Gurtstabkräfte.

$$B_2 \cdot \frac{h}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = Q_2 = -\frac{P}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

$$B_4 \cdot \frac{b}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_4} = Q_4 = 0$$

$$B_6 \cdot \frac{h}{t_B} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_6} = Q_6 = -\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

$$Z_1 = \frac{P}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2h} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_2}\right)$$

$$Z_3 = \frac{P}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_2}\right)$$

$$Z_5 = \frac{P}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2h} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_6}\right)$$

$$Z_7 = \frac{P}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_6}\right)$$

Dieselben Resultate erhält man auch nach den im Abschnitt 2.3.2 angegebenen Beziehungen der Stabtheorie. Dazu braucht man lediglich die aus P resultierenden Schnittkräfte  $Q_z$ ,  $M_z$ ,  $T_w$  und  $M_w$  im Querschnitt A-A (siehe Bild 14 rechts) in die Gleichungen (13) einzusetzen.

Bei Beschränkung auf unterarmierte Stahlbeton-Träger, bei denen der Beton für das Versagen nicht massgebend ist, kann ein duktiler Bruchverhalten vorausgesetzt werden. Dies ermöglicht die Anwendung der Plastizitätstheorie, welche mit den folgenden Annahmen arbeitet.

- 1) Starr-plastisches Materialverhalten
- 2) Proportionale Steigerung der Belastung bis zum Bruch

Die zweite Voraussetzung bedeutet, dass alle Lasten proportional bis zum Bruch um denselben Traglastfaktor  $\lambda$  erhöht werden. Bei statisch bestimmt gelagerten Faltwerken führt eine proportionale Steigerung der Belastung auch zu einer proportionalen Steigerung der Scheiben-Schnittkräfte.

$$\left\{ \begin{array}{c} N_{i-1} \\ M_{i-1} \\ Q_{i-1} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \lambda \cdot N_{i-1} \\ \lambda \cdot M_{i-1} \\ \lambda \cdot Q_{i-1} \end{array} \right\} \quad (A6)$$

In schubbeanspruchten Stahlbeton-Scheiben stellt sich innerhalb gewisser Grenzen aufgrund der Rissverzahnung die Neigung der Betondiagonalen so ein, dass sowohl Längs- als auch Bügelarmierung zum Fließen kommen. Dies heisst mit Blick auf das beschriebene Faltwerk-Modell, dass beim Fließen eines Gurtstabes im allgemeinen auch die Bügel der beiden benachbarten Scheiben ihre Fließgrenze erreichen.

Damit hat man bereits einen Querschnittsmechanismus erreicht, weil die Scheiben des Faltwerkes voraussetzungsgemäss gelenkig miteinander verbunden sind.

Es gilt:

Bei einem Querschnittsmechanismus müssen im allgemeinen ein Gurtstab sowie die Bügel der beiden benachbarten Scheiben fließen.

(A7)

Zu erwähnen ist noch, dass bei einem statisch bestimmt gelagerten Faltwerk der Mechanismus des Tragwerkes durch den Mechanismus eines einzigen Querschnittes gegeben ist (Proportionale Steigerung der Belastung = Proportionale Steigerung der Schnittkräfte). Hingegen führt ein solcher Querschnittsmechanismus bei einem statisch unbestimmt gelagerten System nicht zwangsweise zu einem Mechanismus des Tragwerkes.

Falls der Gurtstab  $i$  sowie die Bügel der Scheiben  $i-1$  und  $i+1$  für ein Versagen massgebend sind, so ergeben sich aus (A5), wo die Kräfte  $Z_i$ ,  $B_{i-1}$  und  $B_{i+1}$  durch ihre Fließkräfte  $Z_{fi}$ ,  $B_{fi-1}$  und  $B_{fi+1}$  zu ersetzen sind, und aus (A6) folgende Beziehungen.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{i-1}} &= \lambda \cdot Q_{i-1} \cdot (B_{fi-1} \cdot \frac{a_{i-1}}{t_{i-1}})^{-1} \\ \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{i+1}} &= \lambda \cdot Q_{i+1} \cdot (B_{fi+1} \cdot \frac{a_{i+1}}{t_{i+1}})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (A8)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{fi} &= \lambda \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (N_{i-1} + N_{i+1}) + \left( \frac{M_{i-1}}{a_{i-1}} - \frac{M_{i+1}}{a_{i+1}} \right) \right] + \\ &+ \frac{\lambda^2}{2} \cdot \left[ (Q_{i-1})^2 \cdot (B_{fi-1} \cdot \frac{a_{i-1}}{t_{i-1}})^{-1} + (Q_{i+1})^2 \cdot (B_{fi+1} \cdot \frac{a_{i+1}}{t_{i+1}})^{-1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (A9)$$

Die Gleichung (A9) liefert die Lösung für die Traglast bzw. den Traglastfaktor  $\lambda$ . Mit den Beziehungen (A8) können die beiden Diagonalneigungen  $\alpha_{i-1}$  und  $\alpha_{i+1}$  bestimmt werden. Fällt einer dieser Werte aus dem in (A2) angegebenen Bereich, so verlieren die Beziehungen (A7) bis (A9) ihre Gültigkeit, da sich die Diagonalenneigung nicht beliebig variieren lässt. Bei Einhaltung der entsprechenden Grenzen sind neben dem beschriebenen allgemeinen Fall noch folgende Spezialfälle denkbar.

Gurtstab i	Scheibe i-1	Scheibe i+1	Bruchart
Fliessen	Bügelfliessen $0,5 \leq  \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  \leq 2,0$	Bügelfliessen $0,5 \leq  \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  \leq 2,0$	Biege- Schubbrüche
Fliessen	Bügelfliessen $0,5 \leq  \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  \leq 2,0$	Kein Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  = 2,0$ oder $Q_{i+1} \rightarrow 0$	
Fliessen	Kein Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  = 2,0$ oder $Q_{i-1} \rightarrow 0$	Bügelfliessen $0,5 \leq  \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  \leq 2,0$	
Fliessen	Kein Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  = 2,0$ oder $Q_{i-1} \rightarrow 0$	Kein Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  = 2,0$ oder $Q_{i+1} \rightarrow 0$	Biegebrüche
Kein Fliessen	Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  = 0,5$	Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  = 0,5$	Schubbrüche
Kein Fliessen	Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i-1}  = 0,5$	Kein Bügelfliessen	
Kein Fliessen	Kein Bügelfliessen	Bügelfliessen $ \operatorname{tg}\alpha_{i+1}  = 0,5$	

Für jede dieser Brucharten erhält man die Traglast auf gleiche Weise wie im allgemeinen Fall, wo ein Gurtstab und die Bügel der beiden benachbarten Scheiben fließen. Auf eine weitere Behandlung dieser Spezialfälle wird deshalb verzichtet.

Abschliessend sei noch auf die Versuchsbalken  $TW_1$  bis  $TW_5$  hingewiesen. Die Belastung, wie sie Bild A5 zeigt, führt zu einem Spezialfall, da die Scheibe 4 nicht auf Schub beansprucht wird. Aus diesem Grunde müssen nach dem obigen Tableau beim Fliessen des Gurtstabes 3 nur die Bügel der Scheibe 2 ins Fliessen kommen. In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, dass die Gleichung (A9) auch auf alle jene Fälle angewandt werden kann, wo entweder die Schubbeanspruchung beider Scheiben null ist oder wo die Bügel in der einen Scheibe fließen und die Schubbeanspruchung der anderen Scheibe verschwindet. Die Gleichung (A9) gilt demnach auch für die Versuchsbalken und führt zu denselben Resultaten wie die in Abschnitt 2.3.2 angegebenen Beziehungen (14b) und (15b).