

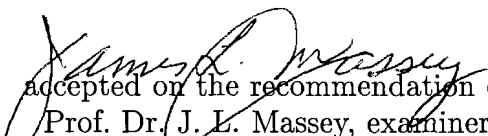
Diss. ETH No. 12656

Directed Information for Channels with Feedback

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZURICH

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
GERHARD KRAMER
M.Sc. University of Manitoba
born April 8, 1970
citizen of Canada


accepted on the recommendation of
Prof. Dr. J. L. Massey, examiner
Prof. Dr. A. J. Han Vinck, co-examiner

1998

Abstract

The capacity regions of channels with feedback are investigated. The corresponding information rates are simplified by using the conditional independence of random variables. To establish conditional independence, use is made of d -separation in functional dependence graphs. A weaker condition called fd -separation is introduced and also shown to establish conditional independence in functional dependence graphs. Causally conditioned uncertainty and causally conditioned directed information are defined and used to express the capacity region of the two-way channel and the multiple-access channel with feedback. For both of these channels, rate regions whose points are approachable with error probability approaching zero are developed, including generalizations of Han's rate region for the two-way channel and generalizations of Cover and Leung's rate region for the multiple-access channel with feedback. Finally, feedback strategies are designed for the class of multiple-access channels for which one of the channel inputs is determined by the second channel input and the channel output. These strategies approach all rate points in the capacity region of these channels.

Keywords. feedback, functional dependence, statistical independence, causally conditioned uncertainty, directed information, two-way channel, multiple-access channel, strategy

Kurzfassung

Die Kapazitätsregionen von Kanälen mit Rückkopplung werden untersucht. Dabei werden die Informationsraten durch die Anwendung der bedingten Unabhängigkeit von Zufallsvariablen vereinfacht. Um die bedingte Unabhängigkeit festzustellen, wird d -Separation in Funktional-Abhängigkeits-Graphen benutzt. Eine schwächere Bedingung, die fd -Separation, wird eingeführt, welche ebenfalls die bedingte Unabhängigkeit in Funktional-Abhängigkeits-Graphen garantiert. Die kausal bedingte Unsicherheit und die kausal bedingte gerichtete Information werden definiert und zur Definition der Kapazitätsregionen des Zwei-Weg Kanals und des Mehrfachzugriffs-Kanals mit Rückkopplung benutzt. Für beide dieser Kanäle werden Raten-Regionen konstruiert, deren Raten-Punkte mit einer gegen Null strebenden Fehlerwahrscheinlichkeit angenähert werden können. Diese Raten-Regionen schliessen Verallgemeinerungen von Han's Raten-Region für den Zwei-Weg Kanal sowie Verallgemeinerungen von Cover und Leung's Raten-Region für den Mehrfachzugriffs-Kanal mit Rückkopplung ein. Abschliessend werden Strategien entworfen für die Klasse von Mehrfachzugriffs-Kanälen mit Rückkopplung für welche der eine Kanaleingang durch den zweiten Kanaleingang und den Kanalausgang bestimmt wird. Die vorgeschlagenen Strategien können alle Raten-Punkte in der Kapazitätsregion dieser Kanäle annähern.

Stichworte. Rückkopplung, funktionale Abhängigkeit, statistische Unabhängigkeit, kausalbedingte Unsicherheit, gerichtete Information, Zwei-Weg Kanal, Mehrfachzugriffs-Kanal, Strategie