

Diss. ETH No. 10681

**INSENSITIVE AND ROBUST POLE ASSIGNMENT FOR
LINEAR UNCERTAIN SYSTEMS**

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZURICH

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
WALTER BARCELLOS SIEGL
Dipl. Mech. Eng., PUC-RJ, Brazil
born June 4, 1955
citizen of Brazil and Switzerland

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. M. Mansour, examiner
Prof. Dr. G. Moschytz, co-examiner

1994

SUMMARY

Pole Assignment is a well established technique for the design of linear feedback controllers. Since for a broad class of practical applications the structure of the plant mathematical model is known but the associated physical parameters are uncertain, it is certainly of interest to apply this design technique also to these class of systems.

Therefore, in view of the plant parameter uncertainty, the pole assignment problem will be considered here using two basic approaches. The first is concerned with pole sensitivity and is restricted to small variations of the physical parameters. Methods are presented for the design of feedback controllers for arbitrary pole assignment while desensitizing these poles with respect to the physical parameters in some sense. The second approach consists in the robust pole assignment problem where large parameter variations are tolerated and the closed-loop poles are allowed to vary within pre-specified domains in the complex plane.

The sensitivity approach is considered both in the state space and in the frequency domain. For single-input single-output systems a design method for a state feedback controller is presented such that all closed-loop poles and the corresponding sensitivities of all but one of these poles with respect to given physical parameters can be assigned arbitrarily. Since the sum of the pole sensitivities remains constant, a minimum sensitivity design for some dominant closed-loop poles may cause other poles to become highly sensitive. This situation is avoided with the arbitrary sensitivity design since a *reasonable* insensitivity for *all* closed-loop poles can be achieved. Moreover, an arbitrary sensitivity design may improve, for instance, the stability bounds of the closed-loop system even for large parameter variations since the associated root-locus can be conveniently shaped. For multi-input plants, unless the given system can be transformed to a special block diagonal form, only the sensitivity of a subset of the closed-loop poles can be assigned arbitrarily. In the frequency domain an affine structure between the coefficients of the polynomials of the system transfer function and the physical parameter is assumed. For multivariable systems a coprime factorization of the matrix transfer function is considered by making use of a reduced form to ex-

press the product of polynomial matrices with related real matrices. In this approach a convenient parametrization of the closed-loop poles is first given which is further developed to obtain the controller which minimizes the pole sensitivities for large parameter variations in a weighted least-squares sense.

In the robust approach an affine parameter structure is also considered. Therefore, if the physical parameter belongs to a hyperrectangle in the parameter space, the family of the respective coefficients of the closed-loop characteristic polynomials with a fixed controller corresponds to a convex polytope in the coefficient space. If the acceptable regions for the variation of the closed-loop poles in the complex plane generate a family of polynomials whose coefficients belong also to a polytope, designated by the *target polytope*, then the robust pole assignment problem consists basically in determining whether the former polytope is completely inscribed in the target polytope. Based on this fact, a design method for a linear controller is presented for arbitrary pole assignment and such that the vertices of the polytope which contains the coefficients of the closed-loop characteristic polynomial remain inside the target polytope. A construction method to obtain the target polytope is presented, when the roots of the closed-loop characteristic polynomial are all real along with a dominant complex conjugate pole pair.

ZUSAMMENFASSUNG

Polvorgabe ist heutzutage eine bewährte Technik für den Entwurf linearer Regelsysteme. Weil für eine grosse Anzahl von praktischen Anwendungen die entsprechende mathematische Modellstruktur bekannt ist, die dazugehörigen physikalischen Parametern aber ungenau sind, ist es sinnvoll, diese Reglerentwurfsmethode auch für solche Systeme zu berücksichtigen.

In dieser Arbeit werden die physikalischen Parameterunsicherheiten mit zwei verschiedenen Ansätze in die Polvorgabe miteinbezogen. Der erste beruht auf die Polempfindlichkeit und ist auf kleine Änderungen der physikalischen Parameter beschränkt. Es werden einige Reglerentwurfsmethoden gezeigt, die eine beliebige Vorgabe der Pole des geschlossenen Systems und eine Minimierung der entsprechenden Polempfindlichkeiten bezüglich der physikalischen Parameter ermöglichen. Der zweite Ansatz ist die robuste Polvorgabe, bei der grosse Parameterunsicherheiten toleriert werden und die Pole des geschlossenen Regelkreises innerhalb vorbestimmter Gebiete in der komplexen Ebene variieren können.

Das Polempfindlichkeitsproblem wird im Zustandsraum und im Frequenzbereich betrachtet. Für ein System mit je einem Ein- und Ausgang wird eine Entwurfsmethode für einen Zustandsregler angegeben, die eine beliebige Vorgabe von allen Polen und gleichzeitig eine beliebige entsprechende Empfindlichkeitsvorgabe aller Pole, ausser einem, ermöglicht. Weil die Summe der Polempfindlichkeiten konstant bleibt, kann eine minimale Empfindlichkeit einiger dominierenden Pole eine sehr hohe Empfindlichkeit der restlichen Pole verursachen. Diese Situation wird mit der beliebigen Vorgabe verhindert, weil die Empfindlichkeit ausgewogen auf alle Pole verteilt werden kann. Ausserdem erlaubt die Polempfindlichkeitsvorgabe eine geeignete Umformung der entsprechenden Wurzelortskurve, so dass der geschlossene Regelkreis auch für grosse Parameteränderungen eher stabil bleibt. Für Systeme mit mehreren Ein- und Ausgängen, die sich nicht auf eine spezielle Blockdiagonalform transformieren lassen, ist eine beliebige Vorgabe der Polempfindlichkeiten nur für eine Untermenge der Pole des geschlossenen Systems möglich. Im Frequenzbereich wird eine affine

Beziehung zwischen den Koeffizienten der Polynome der Übertragungsfunktion und den physikalischen Parametern angenommen. Multivariabel Systeme werden durch eine Primzerlegung der Matrixübertragungsfunktion aufgrund einer modifizierten Form für die Darstellung eines Polynommatrixprodukts mit reellen Matrizen berücksichtigt. Für grosse Parameteränderungen wird eine Reglerentwurfsmethode vorgeschlagen, die eine parametrisierte Form der Polempfindlichkeiten mit der Methode der gewichteten kleinsten Quadrate minimiert.

Bei der robusten Polvorgabe geht man ebenfalls von einer affinen Parameterstruktur aus. Wenn die physikalischen Parameter in einem Hyperquader liegen, bleiben die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms mit einem konstanten Regler innerhalb eines konvexen Polytops im Koeffizientenraum. Falls nun die zulässigen Variationen der Pole des geschlossenen Systems in der komplexen Ebene durch eine entsprechende polytopartige Polynomfamilie, das sogenannte *Zielpolytop*, ausgedrückt werden können, reduziert sich das Problem der robusten Polvorgabe auf die Verifikation ob die Ecken des ersten Polytopes alle innerhalb des Zielpolytops liegen. Zu diesem Zweck wird eine Reglerentwurfsmethode für eine beliebige Polvorgabe angegeben, die gleichzeitig eine Parametrierung der Polytopecken ermöglicht. Es wird auch eine Konstruktionsmethode für das Zielpolytop vorgeschlagen, wenn das charakteristische Polynom des geschlossenen Systems neben reellen Polen ein dominierendes komplexes Polpaar besitzt.