

Diss. ETH No. 10398

Coding for CDMA Channels and Capacity

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZÜRICH

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
MARCEL RUPF
dipl. El.-Ing. ETH
born March 17, 1961
citizen of Flums SG

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. J. L. Massey, referee
Prof. Dr. S. Benedetto, co-referee

1993

Abstract

In this dissertation, a classification of essentially different code-division multiple-access (CDMA) systems, which is based on the users' demodulating and decoding concepts, is presented.

A user-separating (US) demodulator is defined to be a demodulator that, without knowledge of the channel codes of the various users, provides the decoder for each user with a scalar-valued output for each symbol period that preserves the capability of maximum-likelihood decoding of that user's data. It is shown that such a US demodulator exists only when one approximates the statistics of the other-user interference and assumes this approximation to be exact.

When the interference after transmission is approximated coarsely by additive *white* Gaussian noise (AWGN), the US demodulator consists simply of a matched filter to the effective spreading waveform followed by a sampler. For a multipath-free environment, the symmetric capacity of the AWGN channels seen by the users' individual coding systems is maximized if and only if the required bandwidth expansion is done entirely by channel coding, where the symmetric capacity is defined as the sum capacity under the constraint that all users transmit at the same data rate. It is explained that this maximum symmetric capacity is nearly achieved with bipolar modulator-input symbols. It is shown that the investigated conventional CDMA system makes efficient use of "bandwidth" only when the users' sum rate is small. It is argued that the achievable symmetric rate tends towards half of the maximum symmetric capacity if today's best channel codes are applied. Some practical binary low-rate convolutional codes are investigated and it is demonstrated that the additional coding gain decreases rapidly for code rates $R < 1/3$.

When the interference after transmission is approximated more exactly by additive *colored* Gaussian noise, the US demodulator is shown to consist of a kind of matrix whitening filter followed by a kind of matched-filter for the user in question. It is argued that, if a spreading

sequence set with small aperiodic correlations is applied, this US sequence demodulator can often be well approximated by the US symbol-by-symbol demodulator that makes the linear minimum mean-squared error (MMSE) estimate of each modulator-input symbol for the user in question. At the price of some additional system complexity, the achievable sum rate is greatly improved compared to what can be achieved with conventional CDMA systems where the other-user interference is approximated as AWGN. Evidence is further given that the corresponding coding problem reduces to finding good high-rate codes for the AWGN channel.

To transmit data reliably from all users at the maximum sum rate possible for a CDMA system requires in principle the use of a “joint decoder” that knows all channels codes. It is argued that this joint decoder sees a multiple-access channel dependent on the users’ spreading sequences. It is shown that the sum capacity of the multipath-free, symbol-synchronous CDMA channel with equal average-input-energy constraints is maximized precisely by those spreading sequence multisets that have the minimum possible second moment of correlations. Moreover, the symmetric capacity of the channel determined by these same sequence multisets is equal to the sum capacity.

Sequence sets with small correlations are a prerequisite for all type of CDMA systems mentioned above (at least in the mean square sense). The even moments of the aperiodic correlations as well as the maximum aperiodic correlation are chosen as criteria of goodness for sets of complex, equi-energy spreading sequences. It is shown that “large” bipolar and non-bipolar sequence sets can easily be constructed which have the smallest possible second moment of the aperiodic correlations. By extending Sidelnikov’s bounding technique, new lower bounds on the fourth moment of the aperiodic correlations for roots-of-unity sequence sets are found which are stronger than the corresponding bounds of Welch.

Zusammenfassung

In dieser Dissertation wird eine Klassifizierung von grundsätzlich verschiedenen CDMA Systemen vorgestellt, welche auf den Demodulations- und Dekodierungskonzepten der Systembenutzer beruht.

Ein “benutzertrennender” (engl. user-separating oder kurz US) Demodulator wird als Demodulator definiert, der, ohne die Kanalkodes der verschiedenen Systembenutzer zu kennen, jeden einzelnen Dekoder mit einem skalaren Ausgangswert pro Symbolperiode versorgt, der die maximum-likelihood Dekodierung der entsprechenden Benutzerdaten weiterhin erlaubt. Es wird gezeigt, dass ein US Demodulator nur dann existiert, wenn man die Statistik der Interferenz der anderen Benutzer approximiert und annimmt, dass diese Approximation auch exakt ist.

Wird die Interferenz nach dem Senden grob als additives, *weisses* Gauss’sches Rauschen (engl. AWGN) approximiert, so besteht der US Demodulator einfach aus einem Matchedfilter zur effektiven Spreizwellenform gefolgt von einem Abtaster. In einer mehrwegfreien Umgebung ist die symmetrische Kapazität derjenigen AWGN Kanäle, welche die individuellen Kodierungssysteme der Systembenutzer sehen, dann und nur dann maximal, wenn die erforderliche Bandbreitenerweiterung gänzlich mit der Kanalkodierung vorgenommen wird. Hierbei ist die symmetrische Kapazität als Summenkapazität definiert, wenn alle Systembenutzer mit der gleichen Datenrate senden. Es wird dargelegt, dass diese maximale symmetrische Kapazität mit bipolaren Sendesymbolen beinahe erreicht werden kann. Es wird gezeigt, dass das untersuchte konventionelle CDMA System “Bandbreite” nur dann effizient benützt, wenn die Summenrate der Systembenutzer klein ist. Es wird weiter dargelegt, dass die erreichbare symmetrische Rate gegen den halben Wert der maximalen symmetrischen Kapazität gesteigert werden kann, wenn die besten, heute zur Verfügung stehenden Kanalkodes verwendet werden. Es werden einige praktische, binäre, tiefpratige Faltungskodes untersucht und gezeigt, dass der zusätzliche Kodierungsgewinn für Raten $R < 1/3$ schnell abnimmt.

Wird die Interferenz nach dem Senden etwas exakter als additives, *gefärbtes* Gauss'sches Rauschen approximiert, so besteht der US Demodulator aus einer Art weissmachendem Matrixfilter, gefolgt von einer Art Matchedfilter für den entsprechenden Systembenutzer. Es wird dargelegt, dass, falls die Menge der verwendeten Spreizsequenzen kleine aperiodische Korrelationen aufweist, der US Sequenzdemodulator oft gut mit einem US Demodulator approximiert werden kann, der die Sendesymbole eines bestimmten Systembenutzers einzeln im Sinne des kleinsten, mittleren, quadratischen Fehlers schätzt. Die erreichbare Summenrate kann gegenüber konventionellen CDMA Systemen, in denen die Interferenz der anderen Systembenutzer als additives, weisses Gauss'sches Rauschen approximiert wird, stark vergrößert werden. Dafür muss allerdings eine höhere Systemkomplexität in Kauf genommen werden. Es wird weiter dargelegt, dass sich das resultierende Kodierungsproblem darauf beschränkt, gute, hochratige Kanalkodes für den AWGN Kanal zu finden.

Um die Daten aller Systembenutzer mit der höchst möglichen Summenrate in einem CDMA System zuverlässig zu übertragen, braucht es grundsätzlich einen Verbunddekoeder, der alle Kanalkodes kennt. Dieser Verbunddekoeder sieht einen Mehrfachzugriffskanal, der von den Spreizsequenzen der Systembenutzer abhängt. Es wird gezeigt, dass die Summenkapazität des mehrwegfreien, symbol-synchronen CDMA Kanals mit gleicher Beschränkung der Eingangsenergie für alle Systembenutzer genau durch diejenigen Spreizsequenzmengen maximiert wird, welche das kleinst mögliche zweite Moment der Korrelationen aufweisen. Weiter ist die symmetrische Kapazität des Kanals, der durch diese Spreizsequenzmengen bestimmt wird, gleich gross wie die Summenkapazität.

Sequenzmengen mit kleinen Korrelationen bilden eine Voraussetzung für alle erwähnten CDMA Systeme (zumindest im mittleren, quadratischen Sinn). Als Gütekriterium der Mengen komplexer Sequenzen der gleichen Energie werden die geraden Momente der aperiodischen Korrelationen sowie die maximale aperiodische Korrelation verwendet. Es wird gezeigt, dass sich "grosse" bipolare und nicht-bipolare Sequenzmengen mit kleinst möglichem zweiten Moment der aperiodischen Korrelationen einfach konstruieren lassen. Durch Erweiterung einer Methode von Sidelnikov können neue untere Schranken für das vierte Moment der aperiodischen Korrelationen gefunden werden, die für Sequenzmengen gelten, deren Symbole Wurzeln von Eins sind. Diese Schranken sind besser als die entsprechenden Schranken von Welch.