

Diss. ETH 6778:ex B

Untersuchung des spektralen Uebertragungsverhaltens  
eines kubisch-nichtlinearen Induktivitäts - Modells  
mit periodischen Ein- und Mehrfrequenztestsignalen



ABHANDLUNG  
zur Erlangung  
des Titels eines Doktors der technischen Wissenschaften  
der  
EIDGENOESSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE  
Zürich

vorgelegt von

BEAT GIMMEL  
Dipl.El.Ing.ETHZ  
geboren am 18. August 1940  
von Arbon (Kt. Thurgau)

Angenommen auf Antrag von  
Prof. Dr. R. Zwicky, Referent  
Prof. Dr. W. Zaengl  
Korreferent

## Zusammenfassung

Elektrische Spulen mit Eisenkern werden häufig so eingesetzt, dass deren nichtlineares Verhalten nicht mehr vernachlässigt werden kann. Die Anwendung der linearen Theorie in Frequenz- und Zeitbereich besitzt dann approximativen Charakter und dient als Orientierungshilfe. Neben anderen Nichtlinearitäten bedingt durch die physikalischen Eigenschaften der ferromagnetischen Werkstoffe des Spulenkerns tritt vor allem die magnetische Sättigung hervor. Um dieses Phänomen zu berücksichtigen wird das  $(\alpha, \beta)$ -Modell, eine kubische Nichtlinearität zwischen der magnetischen Flussverketzung  $\Psi$  und dem Strom  $i$ , vorgeschlagen, welches bei nicht allzustarker  $\Psi$ - resp  $i$ - Aussteuerung diesem Phänomen Rechnung trägt. Damit die Auswahl dieses Modells in einen breiteren Zusammenhang gestellt werden kann, wird in Kapitel 2 eine Uebersicht über die wichtigsten Arten von mathematischen Modellen gegeben. In analoger Weise werden in Kapitel 3 die hauptsächlichsten Arten von periodischen Testsignalen behandelt. Im Hinblick auf deren Nützlichkeit bei digitaler Datenverarbeitung im Frequenzbereich wird auf die bandbegrenzten periodischen (BP-) Testsignale aufmerksam gemacht. Insbesondere wird das Problem des amplitudenoptimalen bandbegrenzten weissen Wechseltestsignals gestellt und teilweise gelöst.

In Kapitel 4 wird die Behandlung des Verhaltens für nichtlineare dynamische Systeme im Frequenzbereich durch Verwendung des Begriffes: frequenzabhängige Beschreibungsfunktion (fBF) und Einführung des Begriffes: frequenzabhängige Mehrfrequenzbeschreibungsfunktion (fMBF), zugänglich gemacht. Ferner wird eine Zahl eingeführt, welche die Signalformkomplexität eines periodischen Testsignals numerisch erfasst.

In Kapitel 5 wird auf das Problem der analytischen Berechnung der fBF und der fMBF eingegangen. Für das bandbegrenzte weisse Sinus- (BW-sin-) Testsignal wird eine Methode angegeben, um die Modu-

lationsprodukte verursacht durch die Nichtlinearität des  $(\alpha, \beta)$ -Modells, direkt berechnen zu können. Diese Methode wird in Kapitel 6 für die Stromspeisung einer Spule mit BW-sin-Signal direkt angewendet.

In Kapitel 6 wird für eine Anzahl von typischen Testsignalen (Sinus-, Rechteck-, BW-sin-, PRBN- und amplitudenoptimales BP-Testsignal) die fBF und die fMBF numerisch berechnet. Insbesondere wird der Abweichung vom Linearfall ( $\beta=0$ ) Beachtung geschenkt. Ferner wird der Einfluss der durch die endliche Abtastrate bedingten Rückfaltungsverzerrungen auf die Genauigkeit der Berechnung geprüft.

## Summary

Electrical coils with ferromagnetic core are often applied in such a way that nonlinear behavior cannot be neglected. Under such circumstances, the linear system theory in time or frequency domain is of an approximate character and can serve as an orientation guidance. Besides other nonlinearities caused by physical properties of ferromagnetic material used in cores of electric coils, magnetic saturation dominates. In order to take this phenomenon into account, the  $(\alpha, \beta)$ -model a cubic nonlinearity between the magnetic flux linkage  $\Psi$  and the electric current  $i$  is proposed. This model simulates magnetic saturation for  $\Psi$ - and  $i$ - amplitude values which are not too large. To view the selection of the  $(\alpha, \beta)$ -model within a wider frame of context, a survey on the main varieties of mathematical models is given. In an analog manner, the most important classes of periodic test signals we discussed in chapter 3. The usefulness of band-limited periodic (BP-) test signals is shown. The problem of amplitude-optimal band-limited white AC-test signal, i.e. white means constant spectral amplitude, is posed and partially solved. In chapter 4, the treatment of the behavior of nonlinear dynamic systems in the frequency domain is introduced by using the notion of frequency-dependent describing function (fdf) and the introduction of the frequency-dependent multifrequency describing function (fmDF). Furthermore, the characteristic number  $k$  is introduced which expresses a measure for the waveform complexity of a periodic test signal.

In chapter 5 the problem of the analytic calculation of the fdf and the fmDF is touched. For the band limited white sine- (BW-sine-) test signal, a method is proposed to determine the total amplitude of the modulation products caused by the nonlinearity of the  $(\alpha, \beta)$ -model in a straight forward manner. This method is applied in chapter 5 to an electric coil driven by a current source whose waveform is a BW-sine-signal.

In chapter 6. the fDF and the fMDF is numerically computed for a number of typical test signals (sine-, square-, PRBN- and BW-sine-). Particularly, the deviation of the model from the linear case ( $\beta=0$ ) is considered. Furthermore, the influence of the aliasing caused by the finite sampling rate on the accuracy of the achieved results is examined.