Diss ETH 6323

EIN LOESUNGSVERFAHREN FUER UMFORMPROBLEME MIT EBENEM VERFORMUNGSZUSTAND

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines

Doktors der Technischen Wissenschaften

der

EIDGENOESSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZUERICH

vorgelegt von

Frommer Heinrich
dipl. Physiker
geboren am 1.Juni 1945
von Möhlin

Referent: Prof. Dr. M. Sayir

Korreferent: Prof. Dr. Ch.Wehrli

KURZFASSUNG

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit bezieht sich auf Umformprobleme mit folgender Problemstellung:
Vorgegeben ist die Geometrie und das Verfahren des Umformvorganges, gesucht sind mechanische Grössen wie Spannungsfeld, Geschwindigkeitsfeld und Kollapslast. Als Stoffgesetz wird idealplastisches Verhalten angenommen. Dabei beschränken wir uns auf Probleme mit ebenem Verformungszustand. Für den ebenen Verformungszustand lassen sich die Grundgleichungen und Stoffgleichungen des idealplastischen Werkstoffs auf ein System von 4 quasilinearen, hyperbolischen partiellen DGlen reduzieren. Durch Verwendung der charakteristischen Variablen als unabhängige Variablen lassen sich die DGlen weiter vereinfachen:

$$y_{,\xi} - \tan\phi \; x_{,\xi} = 0$$
$$y_{,\eta} + \cot\phi \; x_{,\eta} = 0$$

Charakteristikbedingungen

$$(p + 2\phi)_{,\xi} = 0$$
$$(p - 2\phi)_{,\eta} = 0$$
$$u_{,\xi} - v\,\phi_{,\xi} = 0$$
$$v_{,\eta} + u\,\phi_{,\eta} = 0$$

Verträglichkeitsbedingungen

x, y: Kartesische Variablen

ξ, η: Charakteristische Variablen

$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2k}$$

$$\tan 2\phi = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\,\tau_{xy}}$$

dimensionslose Spannungsvariablen

u, v: Geschwindigkeitskomponenten bezüglich den charakteristischen Richtungen

Die Charakteristiken werden im folgenden auch Gleitlinien genannt.

Technische Umformprobleme führen im allgemeinen auf Randwertprobleme mit freien Rändern. Die Kompliziertheit dieser Probleme bringt es mit sich, dass bis heute wenig Lösungsverfahren existieren. In der Arbeit wird für den ebenen Verformungszustand eine Lösungsmethode entwickelt, die erlaubt, Gleitlinienfelder einer grossen Klasse von Umformproblemen zu berechnen.

2. Einführendes Beispiel

Als einführendes Beispiel wird das Pressen einer dünnen Schicht zwischen 2 starren Platten gewählt. Ausgehend von der einfachen, bekannten Lösung des Problems für übereinstimmende Plattendicke h und Stempelbreite w wird für das Problem mit Plattendicke h < Stempelbreite w, $w = h(1 + \varepsilon)$, ε: Parameter, nach den bekannten Methoden der Störungstheorie eine Lösung entwickelt. Dazu werden die Lösungsfunktionen ϕ, p, u, v, x, y mit den unabhängigen Variablen ξ, η nach Potenzen des Parameters ε entwickelt. Durch Einsetzen dieser Ansätze in die DGlen und Randbedingungen und Ordnen der Gleichungen nach Potenzen von ε erhält man für jede Potenz von ε (im folgenden Ordnung genannt) neue Gleichungen. Die gesamte Lösung dieser Gleichungen heisst reguläre Lösung.

Es zeigt sich, dass bereits in 1. Ordnung entlang gewissen Linien die Randbedingungen oder Stetigkeitsbedingungen der Plastizität nicht erfüllt werden können, das Problem ist singulär. Die sog. singulären Linien erweisen sich als Charakteristiken. Entlang diesen Charakteristiken wird die singuläre Lösung entwickelt, indem die zur singulären Linie orthogonale Charakteristik mit dem Faktor $\frac{1}{\varepsilon}$ gestreckt wird, und die daraus resultierenden neuen Gleichungen gelöst werden. Der Definitionsbereich der singulären Lösung wird Grenzschicht genannt. Die singuläre Lösung wird mit der regulären verbunden, indem entlang der noch unbestimmten Grenze die Stetigkeitsbedingungen der Plastizität verlangt werden. Reguläre und singuläre Lösung erfüllen sowohl die DGlen sowie sämtliche Randbedingungen. Damit ist eine Lösung des gestellten Problems gefunden.

3. Erweiterung auf Mehrparameterprobleme

Mehrparameterprobleme werden auf Einparameterprobleme zurückgeführt, indem alle Parameter bezüglich eines willkürlichen Parameters ε in Potenzreihen entwickelt werden. Die Methode wird dann an 2 aus der Literatur teilweise bekannten Problemen getestet.

Im Beispiel Pressen einer dünnen Schicht zwischen starren, rauhen Platten (sog. Coulombreibung) werden die bekannten Lösungen von Prandtl-Hill und Green bestätigt, für den noch ungelösten Zwischenbereich mit nicht zu rauhen Platten wird eine Lösung gefunden.

Im Beispiel Bandziehen werden die Lösungen bzw. Lösungsvorschläge von Hill-Tupper und Green bestätigt und die Spannungsfelder und Kollapslast explizit berechnet.

Der Vorteil der angewandten Methode zeigte sich vor allem darin, dass damit die Struktur der Gleitlinienfelder erhalten wird. Das Erraten der qualitativen Struktur der Gleitlinienfelder war bis jetzt die Hauptschwierigkeit beim Lösen von Umformproblemen mit ebenem Verformungszustand.

Summary

1. Introduction

The paper is concerned with metal-forming processes with the following formulation of the problem:
Given are the geometrie and the process,to determine is the stress field, the velocity field and the yield point load.The problems will be restricted to perfectly plastic solids and to plane strain.Technical metal-forming processes lead in general to boundary-value problems with free boundaries. The study describes a solution method for determining the slipe line fields from an important classe of forming problems.

2. Introduction Example

As an introduction example ,we choose the problem of compressing a block between frictionless parallel dies.Starting from the simple,well-known solution for equal material thickness h and die width w, a solution for the problem with $w=h(1+\varepsilon)$,(ε: parameter) has been developed as an application of perturbation methods.This solution is called regular solution. We can see that the continuity conditions are not satisfied,i.e.the problems are singular.The singularity lines are characteristics.Along this characteristics a singular solution has been developed.The definition area of the singular solution will be called boundary layer.The regular and the singular solution perform as well the differential equations as all the boundary values.Hence,a solution of the formulated problem has been found.

3. Extension to Multiple Parameter Problems

To test the method we choose 2 problems which are partially known in the literature:
First,for the problem of compressing a block between rough parallel dies, the well-known solutions of Prandtl-Hill and Green have been verified and for small roughness a new solution has been found.
Secondly,for the problem of sheet drawing,the solutions proposed by Hill-Tupper and Green have been verified and the stress fields and the yield point load have been computed.