

Die Berechnung von Spannungen und Verschiebungen in Erddämmen

Von der
Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

zur Erlangung der Würde eines
Doktors der technischen Wissenschaften

genehmigte
Promotionsarbeit

Vorgelegt von
Hermann Bendel

dipl. Baulng. EPUL
von Schaffhausen

Referent : Prof. G. Schnitter
Korreferent : Prof. Dr. E. Stiefel

1962

Druck: Buchdruckerei Keller & Co., Luzern

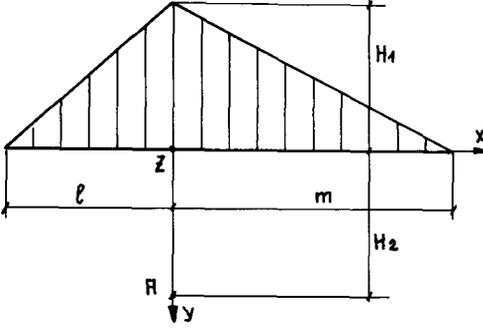
V Schlussbemerkungen

Das Ziel dieser Arbeit war aufzuzeigen, dass mit dem Einsatz von elektronischen Rechenmaschinen Erddämme auf neue Art untersucht werden können. Theorie und Aufwand mögen vielleicht für ein erdbaumechanisches Problem überdimensioniert erscheinen. Dem kann jedoch entgegnet werden, dass der Anstoss zu dieser Arbeit aus einem rein praktischen Bedürfnis heraus erfolgte, und dass die Resultate der Berechnung die Beurteilung der Verhältnisse in einem Grossdamm in hohem Masse beeinflussten. Gestützt auf die für bodenmechanische Verhältnisse sehr zufriedenstellende Uebereinstimmung von Theorie und Wirklichkeit, kann diese Methode als sehr nützlich bezeichnet werden. Falls sie zur Dimensionierung von Dämmen weitere Verwendung oder eine Weiterentwicklung erfahren sollte, sieht der Autor die Behandlung folgender Fragen als vordringlich:

- Randbedingungen und Randformen müssen mit genauern numerischen Approximationen erfasst werden, z.B. durch Vermehrung der Gitterpunkte oder durch eine maschinelle Programmierung von exakten Operatoren.
- Nebst den Bruchcharakteristika c und φ müssen die elastischen Werte E und μ im Labor bestimmt werden. Die Ueberprüfung der Formel (3,12) ist in diesem Zusammenhang von allergrösstem Interesse.
- Die Annahme eines konstanten E-Moduls und eines rein elastischen Verformungsgesetzes ist unzutreffend aber sehr nützlich, um den gesamten Damm als monolithischen Körper zu berechnen. Wünscht man eine grössere Genauigkeit, so ist eine sukzessive Berechnung nach Belastungsphasen zu empfehlen, wobei in jeder Phase der Spannungszustand in Abhängigkeit der materialtechnischen Werte schrittweise approximiert wird. Bei diesem Vorgehen erhält man auch Grundlagen, um während des Baues Spannungen und Verschiebungen im Damm zu kontrollieren.

Anhang A

Ableitung der Formel (4,24).



Der Spannungszustand eines elastischen Halbraumes unter einer dreieckförmigen Auflast ist durch folgende Airy-Funktion gegeben (Bishop):

$$\begin{aligned} \Psi = \frac{\delta e H_1}{6\pi m} \left\{ -y^3 \left[-\frac{m+l}{l} \cdot \text{Log}(x^2+y^2) + \frac{m}{l} \cdot \text{Log}(x+l^2+y^2) \right] - \right. \\ \left. - \frac{m+l}{l} [x^3+3xy^2] \cdot \text{Arctg} \frac{x}{y} + \frac{m}{l} \left[\frac{x+l^3+3y^2 \cdot x+l}{x+l^2+y^2} \right] \cdot \text{Arctg} \frac{x+l}{y} + \right. \\ \left. + \left[\frac{x-m^3+3y^2 \cdot x-m}{x-m^2+y^2} \right] \cdot \text{Arctg} \frac{x-m}{y} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A,1})$$

Log = Logarithmus naturalis Arctg = Hauptwert des arctg.

Diese Funktion Ψ kann für die Rechnung übersichtlicher dargestellt werden durch Einführung der Hilfsfunktion ψ' :

$$\psi' = \frac{\delta e H_1}{6\pi m} \left[-y^3 \text{Log}(x^2+y^2) + (x^3+3xy^2) \cdot \text{Arctg} \frac{x}{y} \right] \quad (\text{A,2})$$

mit folgendem Zusammenhang zwischen Ψ und ψ' :

$$\Psi = \psi' \frac{1}{x-m} - \frac{m}{l} \psi' \frac{1}{x+l} - \frac{m+l}{l} \psi' x \quad (\text{A,3})$$

Die Verschiebungen der Hilfsfunktion können wie folgt berechnet werden:

$$\frac{E u'}{1+\mu} = \int (1-\mu) \frac{\delta^2 \Psi'}{\delta y^2} dx - \int \mu \frac{\delta^2 \Psi'}{\delta x^2} dx = \frac{\delta e H_1}{\pi m} \left\{ -(1-\mu)xy \cdot \text{Log}(x^2+y^2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [(1-2\mu)x^2 - (3-2\mu)y^2] \cdot \text{Arctg} \frac{x}{y} - \frac{1}{6} xy (1-3\mu) \right\} + C_u$$

$$\frac{E v'}{1+\mu} = \int (1-\mu) \frac{\delta^2 \Psi'}{\delta x^2} dy - \int \mu \frac{\delta^2 \Psi'}{\delta y^2} dx = -\frac{\delta e H_1}{\pi m} \left\{ (1-2\mu)xy \cdot \text{Arctg} \frac{x}{y} + \right. \quad (\text{A,4}) \\ \left. + \frac{1}{2} [(1-\mu)x^2 + \mu y^2] \cdot \text{Log}(x^2+y^2) - \frac{\mu}{2} x^2 + \frac{1}{3} y^2 \right\} + C_v$$

Durch Einsetzen von (A,4) in (A,3) erhält man die effektiven Verschiebungen. Zur Bestimmung der Integrationskonstanten wählen wir den Punkt A unter der Dammitte in der Tiefe H_2 als Fixpunkt. Man erhält:

$$C_u = 0$$

$$C_v = \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E} \cdot \frac{\delta e H_1 H_2}{\pi} (\text{Arctg} \frac{\ell}{H_2} + \text{Arctg} \frac{m}{H_2}) + \frac{(1+\mu)}{E} \cdot \frac{\delta e H_1}{2\pi m} \cdot \quad (\text{A,5}) \\ \left\{ \mu H_2^2 \cdot \left(\text{Log} \frac{m^2+H_2^2}{H_2^2} + \frac{m}{\ell} \cdot \text{Log} \frac{\ell^2+H_2^2}{H_2^2} \right) + (1-\mu)m^2 \left[\text{Log}(m^2+H_2^2) + \frac{\ell}{m} \cdot \text{Log}(\ell^2+H_2^2) \right] \right\}$$

In diesem Zusammenhang interessieren nur die Verschiebungen am oberen Rand der Schicht.

$$u_{y=0} = \pm \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{2E} \cdot \frac{\delta e H_1 (\ell+m)}{2} \pm \begin{matrix} x < 0 \\ x > 0 \end{matrix}$$