

# Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher elektrischer Ströme



Von der  
Eidgenössischen Technischen Hochschule  
in Zürich

zur Erlangung der  
**Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften**

genehmigte

**Promotionsarbeit**

vorgelegt von

**Hubert Ellissen, dipl. Masch.-Ing.**  
aus Hausmening, (Nieder-Österreich).

Referent: Herr Prof. Dr. W. KUMMER

Korreferent: Herr Prof. Dr. P. WEISS ::



ZÜRICH □ 1912  
Dissert.-Druckerei Gebr. Leemann & Co.  
Stockerstr. 64

**Leer - Vide - Empty**

Dem Andenken meines lieben Vaters  
in Dankbarkeit gewidmet.

---

Leer - Vide - Empty

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung . . . . .	7
I. Teil. Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher Gleichströme . . . . .	12
Untersuchungsobjekt . . . . .	12
1. Untersuchung der Induktionskurve . . . . .	13
Berechnung von Feldstärke und Induktion . . . . .	13
Versuchsanordnung und Gang der Untersuchung . . . . .	16
Besprechung und analytische Formulierung der Resultate der Untersuchung . . . . .	23
2. Untersuchung der Hysteresisarbeit . . . . .	26
II. Teil. Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher Wechselströme . . . . .	33
Einleitung und Theorie der Untersuchung . . . . .	33
Versuchsanordnung . . . . .	38
Gang der Untersuchung . . . . .	41
Besprechung der Versuchsergebnisse . . . . .	48
Analytische Formulierung der Resultate . . . . .	52
III. Teil. Untersuchung der magnetischen Nachwirkungen . . . . .	55
Punkte aus der Gleichstrom-Induktionskurve . . . . .	55
Punkte aus der Wechselstrom-Induktionskurve . . . . .	57
Zusammenfassung aller Resultate . . . . .	59

Leer - Vide - Empty

## Einleitung.

---

Die vorliegende Arbeit hat den Zweck, das magnetische Verhalten des Eisens in Bezug auf Induktion, Permeabilität und Hysteresis auf experimentellem Wege unter dem Einfluss sehr kleiner Kräfte zu untersuchen. Diese schwachen magnetischen Felder, deren Einwirkung das Eisen ausgesetzt werden soll, werden durch elektrische Ströme erzeugt. In der heutigen Elektrotechnik unterscheiden wir im allgemeinen zwischen zwei Arten elektrischer Ströme, nämlich zwischen Gleichstrom und Wechselstrom. In der vorliegenden Arbeit sollen beide Stromarten verwendet werden; das Endziel ist ein Vergleich der vorerwähnten magnetischen Grössen, wenn sie einerseits durch Gleichstrom, andererseits durch Wechselstrom hervorgerufen werden.

Aus diesem Gesichtspunkt ergibt sich eine Einteilung der Arbeit in zwei Hauptabschnitte, der erste behandelt die magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher Gleichströme, der zweite diese Eigenschaften unter dem Einfluss sehr schwacher Wechselströme. Ein dritter Teil behandelt einige Erscheinungen von magnetischer Nachwirkung.

Bevor ich dazu übergehe, meine Untersuchungen und ihre Resultate zu beschreiben, will ich eine kurze Uebersicht der wichtigsten Arbeiten geben, welche bis jetzt auf diesem Gebiet veröffentlicht wurden.

Der erste, welcher sich eingehender mit der Frage der Magnetisierung des Eisens durch sehr kleine Kräfte befasste, war Rayleigh.<sup>1)</sup> Im Jahre 1887 liess er im Phil. Magazine eine Arbeit<sup>1)</sup> erscheinen, in welcher er zu dem Ergebnis kommt, dass

---

<sup>1)</sup> Rayleigh, Phil. Mag., 1887, 23. Bd.

die magnetische Induktion der magnetischen Kraft proportional sei für Kräfte, die kleiner als 0,04 C. G. S. seien. Rayleighs Ergebnisse wurden jedoch nicht kritiklos angenommen, es folgten vielmehr eine Reihe anderer Arbeiten, deren Resultate zum Teil stark von denen Rayleighs abwichen. Es seien hier erwähnt die Untersuchungen von Rössler, Culmann, Schmidt und Kummer. Der letztere<sup>2)</sup> behandelt eingehend die Arbeiten aller seiner Vorgänger; ich verweise also in dieser Beziehung auf die Einleitung seiner Inauguraldissertation und will hier nur einen Auszug aus den Resultaten seiner Untersuchungen wiedergeben:

1. Für die Messung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr kleiner Kräfte ist die ballistische der Kompensationsmethode vorzuziehen.
2. Es ist auch bei den kleinsten messbaren Kräften nicht möglich, Proportionalität zwischen der Induktion und der sie hervorrufenden Feldstärke nachzuweisen.
3. Es ist nicht möglich, nachzuweisen, dass die Fläche der Hysterese zu Null wird, bevor die Induktion zu Null wird.

Zu ähnlichen Ergebnissen führten die Untersuchungen von Gumlich und Rogowski.<sup>3)</sup> Sie verwendeten für ihre Versuche das Eisen nicht in Ringform wie Kummer, sondern in der Form von Stäben und Ellipsoiden, stiessen aber dabei auf verschiedene Schwierigkeiten, die hauptsächlich von mangelhafter Entmagnetisierung herrührten. Die Konstruktion eines eigenen Apparates ermöglichte es ihnen, vollständige Entmagnetisierung durchzuführen und sie gelangten dann bei allen Eisensorten, die sie untersuchten, zu dem Ergebnis, dass bis zu der untersten Grenze, zu der sie kamen, nämlich  $H = 0,01$  C. G. S., nirgends Proportionalität zwischen Induktion und Feldstärke nachzuweisen ist. Von sonstigen Arbeiten ist noch zu erwähnen die Unter-

---

<sup>2)</sup> Kummer, Exp. Untersuchungen über die Magn. d. Eisens durch sehr kleine Kräfte. Diss. Zürich, 1898.

<sup>3)</sup> Gumlich und Rogowski, Messung der Anfangspermeabilität des Eisens. A. d. Phys., Bd. 34, 1911.

suchung zweier Eisenlegierungen von Wilson, Winson und O'Dell,<sup>4)</sup> die bis zu Feldstärken von 0,003 C. G. S. herabgelangten und deren Ergebnisse ebenfalls mit Kummer übereinstimmen.

Alle bisher erwähnten Veröffentlichungen befassen sich ausschliesslich mit der Magnetisierung des Eisens durch schwache Gleichströme. Daneben erschienen eine Anzahl Untersuchungen über die Magnetisierung des Eisens durch Wechselstrom; die umfassendste unter diesen ist wohl die Arbeit von Max Wien,<sup>5)</sup> in deren Einleitung alle älteren Versuche eingehend behandelt werden, so dass es sich erübrigt, die letzteren zu erwähnen. Die wichtigsten Resultate der Untersuchungen von Max Wien sind folgende:

1. Permeabilität und Induktion sind im Sinusfeld stets kleiner als im konstanten Feld.
2. Der Energieverlust durch Hysterese ist bei starken Feldern für gleiche Induktion bei Wechselstrom stets grösser als die statische Hysterese fläche ihn ergibt.
3. In schwachen Feldern ist der Energieverlust durch Hysterese für gleiche magnetische Kraft bei Wechselstrom kleiner als bei konstanter Magnetisierung.

Ferner findet er, dass die Differenzen zwischen statischer und Wechselstrom-Induktionskurve mit abnehmender Feldstärke ebenfalls abnehmen und schliesst daraus, dass für ganz kleine Feldstärken diese Differenzen verschwindend sind. Seine Versuchsanordnung (er gebrauchte die sogenannte Wechselstrom-sirene) gestattete es ihm aber nicht, bis auf ganz kleine Werte der Feldstärke herabzugehen.

Eine Untersuchung, die sich speziell mit diesen letzteren befasst, ist die Arbeit von J. M. Baldwin,<sup>6)</sup> der die Permeabilitäts-

<sup>4)</sup> Wilson, Winson and O'Dell, On the Hysteresis loss and other properties of Iron Alloys under very small magnetic forces. Proc. Roy. Soc. (A), 80, 1908.

<sup>5)</sup> M. Wien, Ueber die Magnetisierung durch Wechselstrom. A. d. Ph., N. F. 66, 1898.

<sup>6)</sup> J. M. Baldwin, The behaviour of iron under small periodic magnetizing forces. Phil. Mag. 13, 1907.

kurven für verschiedene Periodenzahlen des Wechselstroms in den Grenzen der Feldstärke von ca. 2 bis 0,02 C. G. S. aufstellt und dabei zu folgenden Resultaten kommt:

1. Die Permeabilität nimmt mit der Feldstärke ab und strebt einem konstanten Wert zu. Sie kann in dem erwähnten Messbereich annähernd als lineare Funktion der Feldstärke dargestellt werden. Ferner ist die Permeabilität von der Wechselzahl unabhängig.
2. Auch der Hysteresisverlust ist unabhängig von der Wechselzahl.

Diese Ergebnisse gelten selbstverständlich nur für den untersuchten Intervall.

Ueber Wechselstrompermeabilität bei hohen Feldstärken kommt L. Schames<sup>7)</sup> zu anderen Resultaten, nämlich dass die Permeabilität bei wachsender Frequenz abnimmt und das Bestreben zeigt, von der Feldstärke unabhängig zu werden. Im Gegensatz hiezu findet E. F. W. Alexanderson,<sup>8)</sup> dass die Permeabilität von der Frequenz unabhängig ist. Jedoch beziehen sich alle diese Untersuchungen auf hohe Feldstärken, gehören also eigentlich nicht in den Rahmen der vorliegenden Arbeit.

Die neueste Abhandlung, die mir über das Thema der Magnetisierung des Eisens durch schwache Wechselströme bekannt ist, stammt von F. Piola.<sup>9)</sup> Dieser verweist zunächst auf die Wichtigkeit der Frage für Telephonkabel, welche mit Eisendraht armiert sind, und kommt zum Resultat, dass

1. mit abnehmendem Feld die Permeabilität des Eisens einem konstanten Grenzwert zustrebt und diesen bei einer Feldstärke von ca. 0,02 C. G. S. erreicht, und
2. dieser Grenzwert von der Frequenz unabhängig ist.

<sup>7)</sup> L. Schames, Abhängigkeit d. Permeabilität des Eisens von der Frequenz bei Magnetisierung durch ungedämpfte Schwingungen. A. d. Ph., 4. Folge, Bd. 27, 1908.

<sup>8)</sup> E. F. W. Alexanderson, Die magnetischen Eigenschaften des Eisens bei Hochfrequenz bis zu 200,000 Per. pro Sek. E. T. Z. 32, 1911.

<sup>9)</sup> F. Piola, Permeabilità magnetica del ferro in campi deboli rapidamente alternati etc. Nuovo Cim. Serie V, Vol. XVI, 1908.

Es besteht meines Wissens keine Arbeit, welche für eine bestimmte Eisensorte und eine bestimmte technisch gebräuchliche Periodenzahl einen eingehenden Vergleich zwischen statischer und Wechselstrommagnetisierung bei sehr kleinen Feldern zieht. Ich will also versuchen, im folgenden diese Aufgabe zu lösen, und beschränke mich dabei auf die Wiedergabe und Diskussion der beobachteten Tatsachen, ohne es zu versuchen, für dieselben hypothetische Erklärungen zu geben.

---

## I. Teil.

### Die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher Gleichströme.

#### Untersuchungsobjekt.

Als solches diente ein Eisenring, bestehend aus einzelnen übereinandergelegten Ringlamellen. Das Material ist Dynamo-blech der Firma Oerlikon. Die Lamellen sind voneinander durch 0,035 mm dicke Papierschichten getrennt; diese Anordnung hat den Zweck, das Auftreten von Wirbelströmen möglichst zu verhindern. Die Dicke einer Lamelle ohne Papierschicht beträgt 0,365 mm. Die Ringdimensionen sind folgende:

Innerer Durchmesser	329,6 mm
Aeusserer Durchmesser	390,0 mm
Lamellenbreite	30,2 mm
Anzahl der Lamellen	141
Summe der Eisenquerschnitte	15,52 cm <sup>2</sup>

Ueber die Oberfläche dieses Eisenringes wurde, von demselben durch eine Schicht Isolierband getrennt, ein isolierter, 4 mm starker Kupferdraht in 205 Windungen gelegt, welcher als Primärstrombahn dienen sollte. Als Sekundärstrombahn dienten 935 Windungen isolierten Kupferdrahtes, welche in drei Lagen aufgewickelt wurden; die einzelnen Lagen waren folgendermassen unterteilt:

1. Lage	100	100	100	30	5	zusammen	335
2. "	100	100	100			"	300
3. "	100	100	100			"	300
						Summe	935 Windungen

## 1. Untersuchung der Induktionskurve.

### Berechnung von Feldstärke und Induktion.

Wird durch die Primärentwicklung des Ringes ein Strom mit der Stromstärke  $i$  geschickt, so entsteht eine mittlere Feldstärke  $H$  im Bereiche eines Eisenquerschnittes, deren Grösse sich folgendermassen bestimmen lässt:

$$H = \frac{1}{2b} \cdot \frac{1}{2h} \int_{-b}^{+b} \int_{-h}^{+h} \frac{4 \pi Ni}{2 \pi (r_0 + x)} dx dz$$

wobei  $2h$  = axiale Dicke des Eisenringes,  $r_0$  = Radius der Ringmittellinie,  $2b$  = radiale Breite des Eisenringes,  $N$  = Primärwindungszahl.

Es ist dabei der Mittelpunkt des Ringquerschnittes als Koordinatenanfangspunkt genommen wie folgt:

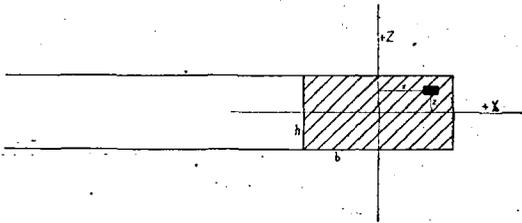


Fig. 1.

Integrieren wir die Gleichung für  $H$ , so finden wir:

$$H = \frac{1}{2b} \cdot \frac{4 \pi Ni}{2 \pi} \cdot \lg \frac{r_0 + b}{r_0 - b}$$

Die halbe Breite  $b$  ist klein gegen  $r_0$ . Es kann daher diese Form vereinfacht geschrieben werden. In eine Reihe entwickelt:

$$H = \frac{1}{2b} \cdot \frac{4 \pi Ni}{2 \pi} \left[ \left\{ \frac{b}{r_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{b}{r_0} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{b}{r_0} \right)^3 \dots \right\} - \left\{ -\frac{b}{r_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{b}{r_0} \right)^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{b}{r_0} \right)^3 \dots \right\} \right]$$

$$\text{oder: } H = \frac{4 \pi Ni}{2 \pi} \cdot \frac{1}{r_0} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{b}{r_0} \right)^2 + \frac{1}{5} \left( \frac{b}{r_0} \right)^4 + \dots \right\}$$

Schon das zweite Glied dieser Reihe ist klein gegen das erste, denn:

$$b = 15,1 \text{ mm} \quad \left(\frac{b}{r_0}\right)^2 = 0,00705$$

$$r_0 = \frac{390}{2} - 15,1 = 179,9 \text{ mm} \quad \frac{1}{3} \left(\frac{b}{r_0}\right)^2 = 0,00235$$

Vernachlässigt man also das zweite Glied, so begeht man einen Fehler von 0,235 %. Dieser Fehler ist kleiner als der durchschnittliche Fehler, der bei der Messung der Grösse  $i$  gemacht wird. Es kann also zur Berechnung von  $H$  genommen werden:

$$H = \frac{4 \pi N i}{2 \pi r_0} = \frac{2 N i}{r_0}$$

Setzen wir die Werte für  $N$  und  $r_0$  ein, so finden wir:

$$H = \frac{2 \cdot 205}{17,99} i = 22,8 i$$

wenn  $i$  in absoluten Einheiten gemessen wird, oder

$$H = 2,28 \cdot i \text{ Ampère.}$$

Der Feldstärke  $H$  entspricht eine magnetische Induktion  $B$ , welche sich ermitteln lässt, indem man den Strom  $i$  kehrt und den Ausschlag  $x$  misst, der dabei in einem in der Sekundärstrombahn eingeschalteten Galvanometer entsteht.

Durch das Kehren des Stromes wird nämlich in der Sekundärstrombahn durch die variable Induktion  $B$  ein Strom  $i'$  induziert, dessen Wert durch die Gleichung gegeben wird:

$$i' w' = - \frac{d}{dt} (Bq N') - L' \frac{di'}{dt},$$

wenn  $q$  den Eisenquerschnitt,  $N'$  die sekundäre Windungszahl,  $w'$  den Widerstand des sekundären Kreises und  $L'$  den Koeffizienten der Selbstinduktion dieses Kreises bedeuten.

Mit Hilfe dieser Gleichung soll  $B$  bestimmt werden. Dieses kann nur so erfolgen, dass das Zeitintegral von dieser Gleichung genommen wird und zwar in den Grenzen von  $t = t_1$  bis  $t = t_2$ , wo  $t_1$  und  $t_2$  die Zeitwerte bedeuten: Beginn der Stromstärkenänderung und Ende der Stromstärkenänderung. Durch diese Operation wird erhalten:

$$\begin{aligned} w' \int_{t_1}^{t_2} i' dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} (BqN') dt - L' \int_{t_1}^{t_2} \frac{di'}{dt} dt \\ &= -q N' |B|_{t_1}^{t_2} - L' |i'|_{t_1}^{t_2} \end{aligned}$$

Zur Zeit  $t_1$  hat  $B$  den Wert  $+B$ , zur Zeit  $t_2$  den Wert  $-B$ ,  $i'$  ist zur Zeit  $t_1$  und  $t_2$  gleich 0.

Ferner ist bekanntlich der Ausschlag des Galvanometers dem Ausdruck  $\int i' dt$  proportional. Bezeichnen wir die Galvanometerkonstante mit  $G$ ; so können wir schreiben:

$$2 \cdot BqN' = w' Gx.$$

Machen wir nun einen zweiten Versuch, bei dem wir den Eisenring durch zwei Spulen mit bekanntem gegenseitigem Potential  $H$  ersetzen, durch die eine Spule den Strom  $i'$  schicken, diesen kehren und den nun entstehenden Ausschlag  $x'$  des mit der zweiten Spule verbundenen Galvanometers messen, so gilt:

$$2 i' H = w' G x'$$

Eine Kombination dieser beiden letzten Gleichungen ergibt:

$$B = \frac{x}{x'} \cdot \frac{i' H}{q N'}$$

Bei der Untersuchung benützte ich Spulen mit dem gegenseitigen Potential

$$H = 0,1747 \cdot 10^8,$$

so dass ich die Induktion berechnen konnte aus der Gleichung

$$B = x \cdot \frac{i'}{x'} \cdot \frac{1}{N_2} \cdot \frac{0,747 \cdot 10^8}{15,52} \quad (I' \text{ absolut gemessen})$$

Die Permeabilität berechnet sich dann aus Induktion und Feldstärke wie folgt:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

### Versuchsanordnung und Gang der Untersuchung.

Die Anordnung der Versuche wird ersichtlich aus folgendem Schema:

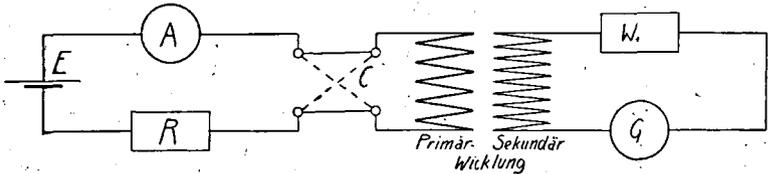


Fig. 2.

Als Stromquelle E diente während der ganzen Untersuchung ein Daniell-Element. Der Primärstrom konnte mittelst eines Regulierwiderstandes R verändert und mittelst einer Wippe C gekehrt werden. Zur Messung der Stromstärke dienten zwei Siemens-Normal-Ampèremeter A; bei dem einen entsprach einem Teilstrich ein Strom von 0,001 Amp., bei dem andern ein Strom von 0,0001 Amp.

Zur Messung der ganz kleinen Ströme diente eine Tangentenbussole, bei der vier Windungssysteme die Einstellung auf verschiedene Empfindlichkeiten gestatteten.

Für die Messung der Induktion wurde ein mit einer vorgeschalteten Drosselspule  $W_1$  versehenes Präzisions-Galvanometer G von Siemens verwendet, welches sich durch zwei astasierende Stahlmagnete auf verschiedene Schwingungsdauer und Empfindlichkeit einstellen liess.

Die Ablesung der Tangentenbussole und des Galvanometers erfolgte mittelst Spiegel, Fernrohr und Skala.

Der Gang der Untersuchung war folgender:

Um die durch eine bestimmte Feldstärke im Eisen hervorgerufene magnetische Induktion zu messen, wurde der mittelst des Regulierwiderstandes auf eine bestimmte Stärke eingestellte Primärstrom kommutiert und der erste Ausschlag des Galvanometers abgelesen. Vor und nach jeder Kommutierung wurde eine Ablesung der Stromstärke vorgenommen. Dieses Verfahren wurde für jeden Punkt zehnmal wiederholt und die so gewonnenen Mittelwerte zur Berechnung der Feldstärke und der Induktion verwendet.

Die Aufnahme der Induktionskurve wurde im Intervall von  $H = 0$  bis  $H = 0,15$  vorgenommen. Dieses Intervall wurde wieder

in Unterabteilungen eingeteilt und zwar wurde bei jeder Unterabteilung die sekundäre Windungszahl und die Empfindlichkeit des Galvanometers so gewählt, dass die Ausschläge gross genug waren, um genügende Genauigkeit der Ablesungen zu erhalten. Jede Reihe wurde mindestens zweimal durchgemacht und je am Anfang und am Ende einer Reihe eine Aichung durchgeführt. Die Resultate der Aichungen der einzelnen Reihen weichen voneinander ein wenig ab; es ist dies hauptsächlich eine Folge der von Tag zu Tag sich etwas ändernden erdmagnetischen Kraft. Vor Aufnahme jeder Reihe wurde der Eisenring durch oftmaliges rasches Kommutieren entmagnetisiert. Es wurde streng darauf geachtet, den Ring nie dem Einflusse eines starken Stromes auszusetzen, da ein solcher starke magnetische Nachwirkungen hervorbringt, wie im Teil III dieser Arbeit gezeigt werden wird. Die Resultate jeder Reihe ergaben Induktionskurven, d. h. B in Funktion von H gezeichnet. Aus jeder dieser Kurven wurden nun die Werte der Induktion für bestimmte runde Werte von H herausgegriffen und daraus die Permeabilität berechnet, welche nun ihrerseits ebenfalls eine Kurve ergab.

Es folgen die Resultate der einzelnen Reihen in Tabellen geordnet. Die Tabellen enthalten die korrigierten Mittelwerte der Stromstärken und der Ausschläge und die aus ihnen berechneten magnetischen Grössen.

Reihe I.  $H = 0,05$  bis  $0,15$ .  $N_2 = 5$  Windungen.

1. Aufnahme.

Skalendistanz des Galvanometers = 200 mm.

Punkt	i absol.	x	H	B	H	B	$\mu$	$\Delta \mu$
1	0,002301	36,9	0,0524	18,70	0,05	17,90	358	8
2	0,002304	46,3	0,0638	23,45	0,06	22,00	366	8
3	0,003340	57,0	0,0761	28,93	0,07	26,20	374	8
4	0,003890	68,7	0,0886	34,85	0,08	30,60	383	9
5	0,004330	76,9	0,0986	39,05	0,09	35,20	391	8
6	0,004585	83,1	0,1043	42,20	0,10	40,05	401	10
7	0,004937	90,6	0,1122	46,00	0,11	45,00	409	8
8	0,005447	103,7	0,1240	52,60	0,12	50,40	420	11
9	0,005815	111,6	0,1323	56,60	0,13	55,80	430	10
10	0,006110	119,6	0,1391	60,65	0,14	61,20	438	8
11	0,006500	128,9	0,1480	65,40	0,15	67,00	447	9

Resultat der Aichung:  $\frac{i'}{x'} = 2,26 \times 10^{-6}$ .

2. Aufnahme.

Skalendistanz des Galvanometers = 1500 mm.

Punkt	i absol.	x	H	B	H	B	$\mu$	$\Delta \mu$
1	0,001990	23,2	0,0453	15,80	0,05	17,80	356	10
2	0,002590	31,4	0,0590	21,30	0,06	22,00	366	11
3	0,003160	40,1	0,0720	27,22	0,07	26,40	377	8
4	0,003487	44,9	0,0795	30,58	0,08	30,80	385	8
5	0,004036	53,5	0,0919	36,40	0,09	35,40	393	10
6	0,004570	62,1	0,1040	42,25	0,10	40,30	403	11
7	0,005015	70,2	0,1140	47,70	0,11	45,50	414	9
8	0,006160	91,0	0,1401	61,85	0,12	50,70	423	10
9	0,006570	99,0	0,1495	67,20	0,13	56,20	433	9
					0,14	61,80	442	11
					0,15	67,90	453	

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 3,022 \times 10^{-6}$ .

Reihe II. H = 0,01 bis 0,07. N<sub>2</sub> = 30 Windungen.

1. Aufnahme.

Skalendistanz des Galvanometers = 1500 mm.

Punkt	i absol.	x	H	B	H	B	$\mu$	$\Delta \mu$
1	0,000504	31,2	0,01148	3,58	0,01	3,08	308	8
2	0,000706	44,0	0,01609	5,04	0,02	6,32	316	11
3	0,001236	81,8	0,02815	9,36	0,03	9,81	327	9
4	0,001520	101,8	0,03460	11,62	0,04	13,49	336	12
5	0,001804	121,2	0,04110	13,85	0,05	17,42	348	12
6	0,002018	138,5	0,04600	15,81	0,06	21,60	360	
7	0,002286	159,4	0,05204	18,22				
8	0,002616	187,8	0,05950	21,45				
9	0,002994	219,5	0,06820	25,08				

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 3,056 \times 10^{-6}$ .

2. Aufnahme.

Punkt	i absol.	x	H	B	H	B	$\mu$	$\Delta \mu$
1	0,000400	24,5	0,00912	2,79	0,01	3,02	302	14
2	0,001401	93,6	0,03194	10,67	0,02	6,31	316	13
3	0,001697	114,7	0,03860	13,06	0,03	9,86	329	11
4	0,002216	154,5	0,05020	17,62	0,04	13,62	340	12
5	0,002490	177,5	0,05670	20,23	0,05	17,60	352	9
6	0,002828	205,8	0,06440	23,43	0,06	21,63	361	

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 3,042 \times 10^{-6}$ .

Reihe III.  $H = 0,005$  bis  $0,03$ .

1. Aufnahme.

Punkt	N <sub>2</sub>	i absol.	x	H	B	H	B	μ	Δμ
1	100	0,0001917	37,3	0,00437	1,23	0,005	1,50	300	} - 4 - 6 - 9 - 10
2	100	0,0003488	69,2	0,00795	2,35	0,01	3,02	302	
3	100	0,0005117	102,3	0,01163	3,48	0,015	4,55	304	
4	100	0,0006515	130,8	0,01483	4,44	0,02	6,15	308	
5	100	0,0008040	164,6	0,01830	5,60	0,025	7,80	313	
6	30	0,0009528	59,2	0,02168	6,69	0,03	9,50	318	
7	30	0,0011075	69,7	0,02520	7,88				
8	30	0,0012610	80,0	0,02872	9,06				
9	30	0,0014065	90,2	0,03200	10,20				

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 3,020 \times 10^{-6}$ .

2. Aufnahme.

$H = 0,005$  bis  $0,70$ . (Reihe II und III kombiniert.)

Punkt	N <sub>2</sub>	i absol.	x	H	B	H	B	μ	Δμ
1	100	0,0001997	41,0	0,00455	1,37	0,01	3,01	301	8
2	100	0,0003550	73,0	0,00808	2,44	0,02	6,18	309	12
3	100	0,0005000	103,0	0,01138	3,45	0,03	9,62	321	12
4	100	0,0006530	135,8	0,01487	4,54	0,04	13,34	333	14
5	30	0,0008045	51,0	0,01832	5,68	0,05	17,34	347	13
6	30	0,0009490	59,8	0,02160	6,67	0,06	21,51	366	12
7	30	0,001104	71,1	0,02515	7,92	0,07	26,04	372	
8	30	0,001260	82,1	0,02870	9,15				
9	30	0,001407	92,8	0,03201	10,32				
10	30	0,001612	110,1	0,03690	12,27				
11	30	0,002015	141,0	0,04580	15,71				
12	5	0,002437	29,6	0,05550	19,81				
13	5	0,002835	35,2	0,06455	23,63				
14	5	0,003190	40,7	0,07265	27,30				

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 2,970 \times 10^{-6}$ .

3. Aufnahme.  $H = 0,005$  bis  $0,05$ . (Reihe II und III  
kombiniert.)

Punkt	$N_2$	$i$ absol.	$x$	H	B	H	B	$\mu$	
1	100	0,0004030	83,9	0,00918	2,79	0,005	1,51	302	} - 5 - 7 - 11 - 13 - 12 - 11 - 12 - 14
2	100	0,0006015	125,9	0,01368	4,18	0,01	3,04	304	
3	100	0,0005045	170,2	0,01832	5,66	0,015	4,61	307	
4	30	0,001002	65,1	0,02283	7,22	0,02	6,23	311	
5	30	0,001187	77,9	0,02700	8,65	0,025	7,96	318	
6	30	0,001405	94,0	0,03200	10,40	0,03	9,73	324	
7	30	0,001615	111,3	0,03680	12,35	0,035	11,57	330	
8	30	0,001905	132,8	0,04340	14,71	0,04	13,37	335	
9	30	0,002222	159,8	0,05060	17,71	0,045	15,38	342	
						0,05	17,47	349	

Aichung:  $\frac{i'}{x} = 2,955 \times 10^{-6}$ .

Reihe IV.  $H = 0,001$  bis  $0,01$ .

Skalendistanz des Galvanometers = 1500 mm.

Skalendistanz der Tangentenbussole = 2000 mm.

1. Aufnahme.

Punkt	$N_2$	$x$ Buss.	$x$ Galv.	$i$ abs.	H	B	H	B	$\mu$
1	300	95,8	27,3	0,0000474	0,001079	0,322	0,001	0,300	300
2	300	167,3	47,9	0,0000828	0,001887	0,565	0,002	0,604	302
3	300	239,6	68,7	0,0001183	0,002695	0,811	0,003	0,906	302
4	300	321,3	92,1	0,0001590	0,003620	1,088	0,004	1,208	302
5	300	398,2	114,7	0,0001971	0,004490	1,351	0,005	1,508	302
6	300	480,6	139,2	0,0002380	0,005420	1,642	0,006	1,809	302
7	100		64,9	0,0003194	0,007270	2,180	0,007	2,110	302
8	100		81,9	0,0004000	0,009115	2,755	0,008	2,411	302
9	100		96,3	0,0004690	0,010680	3,240	0,009	2,719	302
							0,010	3,030	303

Aichung:  $\frac{i'}{x_{\text{Bussole}}} = 4,95 \times 10^{-7}$ .  $\frac{i'}{x_{\text{Galvanometer}}} = 2,983 \times 10^{-6}$ .

### 2. Aufnahme.

Punkt	N <sub>2</sub>	x Buss.	x Galv.	i abs.	H	B	H	B	μ
1	300	95,7	27,4	0,0000474	0,00108	0,322	0,001	0,300	300
2	300	413,0	119,5	0,0002045	0,00466	1,403	0,002	0,600	300
3	100		42,8	0,0002097	0,00477	1,440	0,003	0,900	300
4	100		52,8	0,0002588	0,00590	1,771	0,004	1,200	300
5	100		65,0	0,0003190	0,00726	2,180	0,005	1,500	300
6	100		77,8	0,0003808	0,00867	2,610	0,006	1,800	300
7	100		90,4	0,0004412	0,01004	3,035	0,007	2,102	300
							0,008	2,408	301
							0,009	2,720	302
							0,010	3,020	303

Aichung:  $\frac{i'}{X \text{ Bussole}} = 4,955 \times 10^{-7}$ .  $\frac{i'}{X \text{ Galvanometer}} = 2,975 \times 10^{-6}$ .

Reihe V. H = 0,0004 bis 0,004. (Skalendist. wie bei Reihe IV.)

### 1. Aufnahme.

Punkt	N <sub>2</sub>	x Buss.	x Galv.	i abs.	H	B	H	B	μ
1	300	43,8	30,4	0,0000204	0,000466	0,141	0,0005	0,151	302
2	300	100,0	69,6	0,0000467	0,001061	0,323	0,0010	0,303	303
3	300	142,8	99,9	0,0000666	0,001518	0,463	0,0015	0,455	303
4	300	174,8	122,3	0,0000816	0,001860	0,567	0,0020	0,607	303
5	300	213,0	147,6	0,0000995	0,002265	0,685	0,0025	0,759	304
6	100	261,1	64,0	0,0001218	0,002780	0,843	0,0030	0,912	304
7	100	293,6	72,0	0,0001370	0,003120	0,947	0,0035	1,067	305
8	100	335,4	82,8	0,0001563	0,003570	1,090	0,0040	1,223	306
9	100	384,3	95,0	0,0001795	0,004090	1,250			

Aichung:  $\frac{i'}{X \text{ Bussole}} = 4,670 \times 10^{-7}$ .  $\frac{i'}{X \text{ Galvanometer}} = 1,169 \times 10^{-6}$ .

### 2. Aufnahme.

Punkt	N <sub>2</sub>	x Buss.	x Galv.	i abs.	H	B	H	B	μ
1	300	44,0	31,1	0,0000205	0,000468	0,1422	0,0005	0,151	302
2	300	100,5	70,6	0,0000468	0,001063	0,323	0,0010	0,303	303
3	300	143,5	101,5	0,0000669	0,001523	0,465	0,0015	0,456	304
4	300	190,2	134,7	0,0000887	0,002020	0,616	0,0020	0,608	304
5	100	243,1	60,4	0,0001132	0,002580	0,785	0,0025	0,762	305
6	100	306,3	76,2	0,0001425	0,003240	0,992	0,0030	0,919	306
7	100	351,6	87,5	0,0001638	0,003730	1,138	0,0035	1,077	306

Aichung:  $\frac{i'}{X \text{ Bussole}} = 4,660 \times 10^{-7}$ .  $\frac{i'}{X \text{ Galvanometer}} = 1,152 \times 10^{-6}$ .

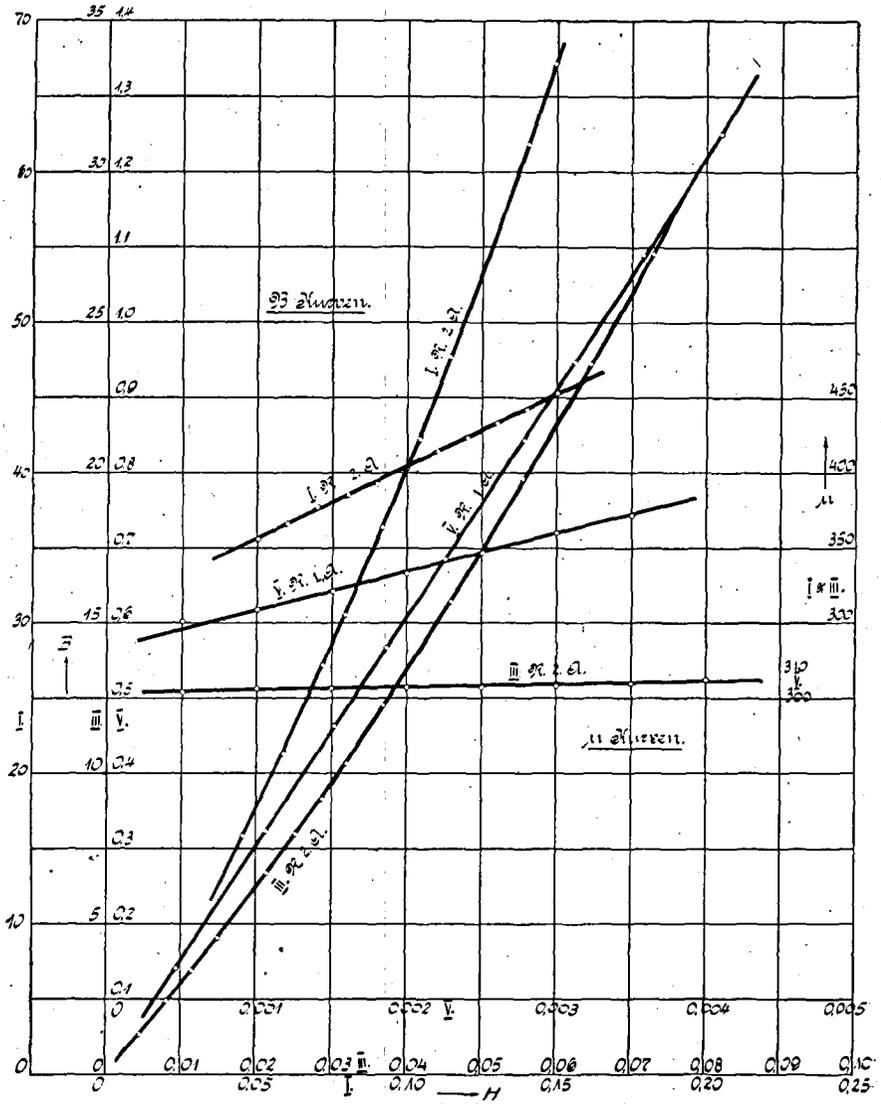


Fig. 3.

### Besprechung und analytische Formulierung der Resultate der Untersuchung.

Untersucht man die einzelnen Reihen näher und vergleicht sie miteinander, so findet man folgendes:

Die Induktionskurven aller Reihen weisen eine Krümmung auf, deren konvexe Seite gegen die X-Achse gerichtet ist. Diese Krümmung ist noch bis zu den kleinsten von mir gemessenen Werten, d. h. bis zu  $H = 0,001$  nachweisbar. Bei dem Versuch, noch unter  $H = 0,001$  zu gehen, fiel die Krümmung in den Bereich der möglichen Beobachtungsfehler, es konnte aber nicht ein Aufhören der Krümmung, d. h. Proportionalität zwischen  $H$  und  $B$  konstatiert werden.

Um den Charakter der Krümmung festzustellen, muss der Verlauf der Permeabilität untersucht werden. Es zeigt sich hiebei folgendes:

Die Permeabilität nimmt von den höheren zu den niederen Werten von  $H$  ab und zwar in jeder einzelnen Reihe ungefähr geradlinig, denn, wie man aus den Differenzen der  $\mu$  in gleichen Intervallen sieht, sind die Unterschiede in diesen Differenzen in jeder einzelnen Reihe so klein, dass sie bereits in das Gebiet der Beobachtungsfehler fallen.

Man kann also für die Permeabilität in jeder einzelnen Reihe die Beziehung aufstellen:

$$\mu = a + bH.$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten kann man nun zwei Wege einschlagen: Man bestimmt in jeder Reihe ein mittleres  $\Delta\mu$  und rechnet die Koeffizienten aus Anfangspunkt und Endpunkt der Reihe. Oder man kombiniert je zwei Punkte einer Reihe, z. B. den 1. und 4., 2. und 5., 3. und 6. etc. und erhält auf diese Weise verschiedene Werte für je einen Koeffizienten, aus denen man einen Mittelwert bildet. Beide Wege ergeben sehr ähnliche Resultate. Es folgen nun die Ergebnisse der einzelnen Reihen.

Reihe I.	1.	Aufnahme	$H = 0,05$	bis 0,15	$\mu = 313,5 + 890 H$
	2.	"			$\mu = 307,5 + 970 H$
Reihe II.	1.	"	$H = 0,01$	bis 0,07	$\mu = 297,6 + 1040 H$
	2.	"			$\mu = 290,2 + 1180 H$

Reihe III.	1.	"	H = 0,005 bis 0,03	$\mu = 296,4 + 720 H$
	2.	"		$\mu = 289,2 + 1183 H$
	3.	"		$\mu = 296,8 + 1044 H$
Reihe IV.	1.	"	H = 0,001 bis 0,01	$\mu = 299,7 + 334 H$
	2.	"		$\mu = 299,7 + 334 H$
Reihe V.	1.	"	H = 0,0004 bis 0,004	$\mu = 301,4 + 1142 H$
	2.	"		$\mu = 301,3 + 1332 H$

Ein Vergleich zwischen den einzelnen Geraden zeigt, dass sie einerseits in ihrem Schnittpunkt mit der Ordinatenaxe, andererseits in ihrer Neigung gegen die Abszissenaxe voneinander abweichen. Diese Abweichungen sind aber so beschaffen, dass es möglich erscheint, alle diese Geraden durch eine einzige zu ersetzen; denn erstens sind die Neigungsunterschiede klein und zweitens zeigen sie keine Gesetzmässigkeit in Funktion der Feldstärke, so dass der Schluss naheliegt, sie seien eine Folge von Versuchsungenauigkeiten.

Es wird sich also im ganzen Intervall von  $H = 0$  bis  $H = 0,15$  die Permeabilität durch die Gleichung darstellen lassen:

$$\mu = a + b H.$$

Um die Koeffizienten dieser Gleichung zu bestimmen, benützte ich die Methode der kleinsten Quadrate und verwendete alle Resultate der einzelnen Beobachtungsreihen mit Ausnahme der von Reihe V, welche infolge der stark gesteigerten Empfindlichkeit der Instrumente und des damit verbundenen viel grösseren Einflusses von unvermeidlichen äusseren Störungen mit einer zu grossen Versuchsungenauigkeit behaftet sind, also nicht als gleichwertig mit den Resultaten der anderen Reihen genommen werden können, wie dies die Methode der kleinsten Quadrate vorschreibt.

Die Koeffizienten  $a$  und  $b$  ergeben sich aus folgenden bekannten Beziehungen:

$$a = \frac{\sum H \cdot \sum \mu H - \sum \mu \cdot \sum H^2}{(\sum H)^2 - n \sum H^2}$$

$$b = \frac{\sum H \cdot \sum \mu - n \sum H \mu}{(\sum H)^2 - n \sum H^2}$$

wobei  $n$  die Anzahl der verwendeten Punkte bedeutet. In meinem Fall war  $n = 53$ . Es ergab sich:

$$a = 291,5, b = 1127,$$

so dass die Gleichung der Permeabilität für das untersuchte Intervall lautet:  $\mu = 291,5 + 1127 H$

und die entsprechende Form für die Induktion:

$$B = 291,5 H + 1127 H^2.$$

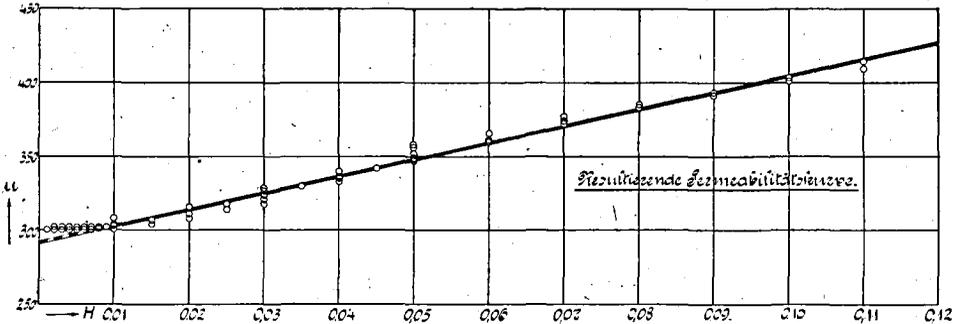


Fig. 4.

Figur 4 zeigt, dass die Abweichungen der einzelnen Punkte von der so bestimmten Geraden so gering sind, dass man dieselbe als zutreffendes Bild für den Verlauf der Permeabilität in den untersuchten Grenzen ansehen darf.

Man kann also die Ergebnisse der Untersuchung der Induktions- und Permeabilitätskurve folgendermassen formulieren:

1. Im Intervall  $H = 0$  bis  $H = 0,15$  lässt sich nirgends, auch nicht bei den kleinsten Werten, Proportionalität zwischen  $H$  und  $B$  feststellen, man kann nur eine Beobachtungsgrenze ihres Nichtvorhandenseins konstatieren, welche bei meiner Versuchsmethode ungefähr bei  $H = 0,001$  liegt. (Dieses Resultat deckt sich mit dem, welches Dr. Kummer für das magnetische Moment gefunden hat.)
2. In dem untersuchten Intervall kann man die Permeabilität als lineare, die Induktion als quadratische Funktion der Feldstärke ansehen und zwar ergibt sich für das von mir untersuchte Eisen folgende Form:

$$\mu = 291,5 + 1127 H.$$

$$B = 291,5 H + 1127 H^2.$$

## 2. Untersuchung der Hysteresisarbeit.

Es handelt sich hier darum, die bei periodischer Magnetisierung auftretende Verlustarbeit durch Hysteresis in Funktion der maximalen Induktion zu untersuchen. Auch hier wurde die ballistische Methode angewandt und zwar in derselben Versuchsanordnung wie bei der Untersuchung der Induktion. Um die periodische Magnetisierung zu erreichen, wurde die Stromstärke stufenweise durch Einstecken resp. Herausziehen von Stöpseln eines Widerstandskastens von einem negativen zu einem positiven Maximalwert und zurück geändert. Die auf diese Weise erzielten zwei Induktionskurven schliessen miteinander eine Fläche ein, welche bekanntlich ein Mass für die Hysteresisarbeit ergibt, und zwar wenn  $A_{11}$  die Hysteresisarbeit für einen  $\text{cm}^3$  Eisen bedeutet, nach folgender Form:

$$A_{11} = \frac{1}{4 \pi} \cdot \underbrace{\int H \, dB}_{\text{Fläche}}$$

Werden dabei  $H$  und  $B$  im absoluten Masssystem ausgedrückt, so erhält man  $A_{11}$  in Erg.

Die Hysteresiskurven wurden bei verschiedenen maximalen Feldstärken aufgenommen und zwar bei  $H_{\max} = 0,15$  beginnend so weit herunter, als sich noch eine deutliche, mit genügender Genauigkeit messbare Fläche feststellen liess. Diese untere Grenze lag bei meiner Versuchsmethode bei ungefähr  $H_{\max} = 0,01$ . Der niedrigste von mir aufgenommene Zyklus lag bei  $H_{\max} = 0,004$ . Es liess sich hier noch deutlich eine Fläche nachweisen, da aber die Messung ihrer Grösse kaum auf 100 % genau erfolgen konnte, so hat dieser Versuch nur qualitativen Wert.

Bei den einzelnen Zyklen wurde folgendermassen vorgegangen: Um geschlossene Flächen zu erhalten, wurde jeder Zyklus zunächst einige Male ohne zu beobachten durchgemacht, dann je vier Beobachtungsreihen aufgenommen, für jede die Fläche gezeichnet und zur Berechnung von  $A_{11}$  der Mittelwert der vier Flächen genommen. Da die Flächen alle denselben Charakter hatten, nämlich lang und sehr schmal, besonders bei den niedrigen maximalen Feldstärken, so wurde zur Berechnung

der Flächen die Trapezmethode gewählt, welche sich als viel genauer erwies als Planimetrierung.

Dann wurde die Hysteresisarbeit, bezogen auf die Volumseinheit Eisen, ausgerechnet und in Funktion der maximalen Induktion aufgetragen.

Es folgen die Resultate der Untersuchung:

Punkt	$\pm H_{\max}$	$\pm B_{\max}$	$A_{11}$
1	0,1320	52,30	0,06780
2	0,1129	42,40	0,03730
3	0,0982	35,54	0,02290
4	0,0728	25,48	0,00978
5	0,0587	19,46	0,00538
6	0,0439	13,98	0,00224
7	0,0313	9,66	0,00070
8	0,0241	7,56	0,00034
9	0,0170	4,56	0,000088
10	0,0101	3,06	0,000037

Die Auftragung dieser Punkte ergab eine kontinuierliche Kurve, deren Anfangspunkt mit dem Koordinaten-Nullpunkt zusammenfällt. Das bedeutet, dass die Hysteresisarbeit erst dann zu Null wird, wenn auch die Induktion zu Null wird. Dies stimmt mit meiner Untersuchung insofern überein, als ich nirgends, auch nicht bei den kleinsten angewandten Feldstärken, ein Aufhören der Hysteresis feststellen konnte, nur eine Beobachtungsgrenze ihres Vorhandenseins. (Auch dieses Resultat stimmt mit den Beobachtungen von Herrn Dr. Kummer überein.)

Figur 5 zeigt zwei Hysteresisschleifen, aufgenommen bei ganz kleiner und grosser maximaler Feldstärke (gross ist zu verstehen relativ zum untersuchten Intervall).

Die Masstäbe sind der Versuchsgenauigkeit entsprechend gewählt.

Ich versuchte nun, eine analytische Formulierung des Zusammenhanges zwischen der Hysteresisarbeit und der maximalen Induktion in dem von mir untersuchten Intervall zu geben. Steinmetz hat für diesen Zusammenhang eine Formel gegeben, welche lautet:

$$A_h = \eta (B_{\max})^2.$$

Zur Bestimmung der Konstanten dieser Gleichung kann man die Methode der kleinsten Quadrate verwenden; es empfiehlt sich dann, zunächst der Gleichung lineare Form zu geben, was durch Einführung der Logarithmen möglich ist.

$$\log A_h = \log \eta + \varepsilon \log B_{\max}.$$

Es bestimmen sich dann die Konstanten wie folgt:

$$\log \eta = \frac{\sum \log B_{\max} \cdot \sum \log B_{\max} \cdot \log A_h - \sum \log A_h \cdot \sum (\log B_{\max})^2}{(\sum \log B_{\max})^2 - n \cdot \sum (\log B_{\max})^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\sum \log B_{\max} \cdot \sum \log A_h - n \sum \log B_{\max} \log A_h}{(\sum \log B_{\max})^2 - n \cdot \sum (\log B_{\max})^2}$$

Die Berechnung ergab:

$$\log \eta = 0,077406 \quad \text{und} \quad \eta = 0,000001195.$$

$$\varepsilon = 2,77.$$

Die Gleichung für die Hysteresisarbeit würde also lauten:

$$A_h = 0,000001195 (B_{\max})^{2,77}.$$

In Figur 5 sind beide Formen der Gleichung dargestellt und zwar so, dass die eingezeichneten Punkte die Versuchsergebnisse, die Kurven dagegen die Gleichungen wiedergeben. Man sieht, dass die Versuchsergebnisse ziemlich stark von der Kurve resp. der Geraden, welche die Gleichung darstellt, abweichen. Es kann also die Formel von Steinmetz nicht als zutreffendes Bild der tatsächlichen Verhältnisse angesehen werden, denn die Abweichungen übersteigen bedeutend das Gebiet der Versuchungenauigkeiten. Eine andere aber als die Exponentialform erscheint durch den Charakter der Kurve ausgeschlossen, so dass man sich damit begnügen muss, den Verlauf der Hysteresisarbeit in Funktion der maximalen Induktion in dem hier behandelten Gebiet nur graphisch festzulegen. Eine analytische Formulierung ist nicht gut möglich.

Ich bestimmte nun aus den Hysteresisschleifen die Koerzitivkraft, d. h. jene Feldstärke, bei der die Induktion zu Null wird und die remanente Induktion, d. h. die Induktion, die im Eisen noch vorhanden ist, wenn die Feldstärke wieder den Wert Null erreicht. Auch diese Werte wurden in

Funktion der maximalen Induktion aufgetragen und es zeigte sich, dass ihre Kurven ebenfalls Exponentialcharakter hatten.

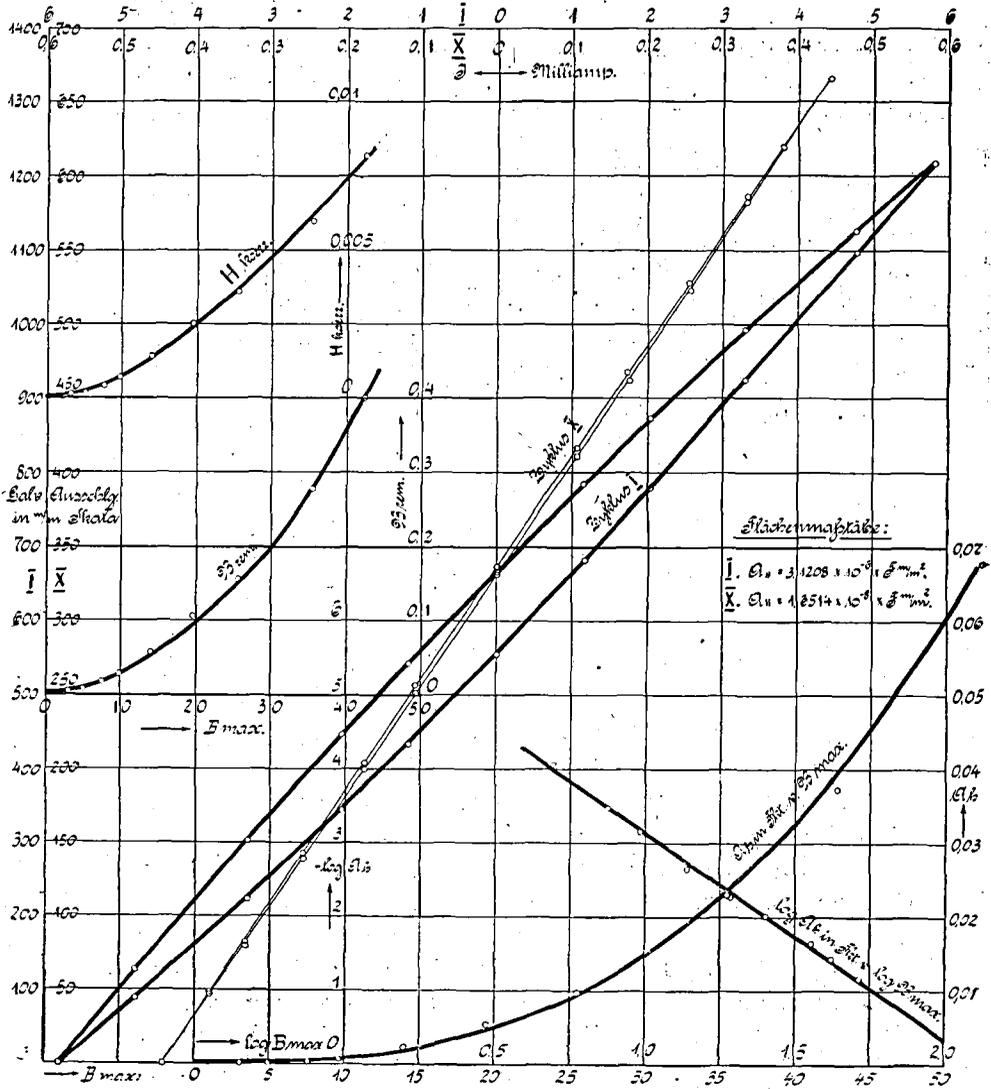


Fig. 5.

Doch auch hier ergab der Steinmetz'sche Ansatz keine befriedigenden Resultate, so dass auf eine analytische Formulierung

dieser Kurven verzichtet werden muss. Die folgende Tabelle zeigt die gefundenen Werte, welche in Figur 5 dargestellt sind.

Zu dieser Figur sei noch folgendes bemerkt: Um bei den Hysteresisschleifen die Grösse der Flächen der Versuchsgenauigkeit entsprechend zu erhalten, wurden die Galvanometerschläge in Funktion der abgelesenen Stromstärke aufgetragen und die Flächenmasstäbe ausgerechnet. Abszissen und Ordinatenmasstäbe für die Schleifen befinden sich oben und links. Auch für alle anderen in der Figur dargestellten Kurven sind die Masstäbe eingetragen und mit den zugehörigen Bezeichnungen versehen. Um z. B. die Masstäbe für die Kurve  $A_h$  in Funktion von  $B_{\max}$  zu finden, sucht man in den horizontalen Kolonnen die Kolonne  $B_{\max}$ , in den vertikalen die Kolonne  $A_h$  und so für alle anderen Kurven.

Punkt	$B_{\max}$	$H_{\text{koerz}}$	$B_{\text{rem}}$
1	52,30	$118,9 \cdot 10^{-4}$	$604,0 \cdot 10^{-2}$
2	42,40	81,8	400,0
3	35,54	60,0	278,0
4	25,48	36,20	155,7
5	19,46	25,35	105,7
6	13,98	14,06	56,7
7	9,66	7,06	26,9
8	7,56	4,21	16,4
9	4,96	1,708	6,60
10	3,06	1,058	3,60

Es muss übrigens betont werden, dass der praktische Wert all dieser analytischen Formulierungen ein sehr geringer ist, da die Koeffizienten sofort ganz anders werden, sobald man die Grenzen des vorliegenden Intervalles verlässt.

Es möge hier jedoch noch ein interessanter Versuch von Rayleigh<sup>10)</sup> Erwähnung finden, die Fläche der Hysteresisschleife mit der Gleichung für die Permeabilität in Zusammenhang zu bringen. In seiner Arbeit über die Magnetisierung des Eisens durch sehr kleine Kräfte macht er nämlich den Versuch, theoretische Formeln für die Magnetisierung aufzustellen. Unter

<sup>10)</sup> Rayleigh, Phil. Mag., 23.

anderen kommt er zu dem Schlusse, dass für sehr kleine Feldstärken die zwei Teile der Hysteresisschleife Parabeln seien mit der Gleichung:

$$y = b x^2,$$

wobei b den Koeffizienten des quadratischen Gliedes in der Gleichung

$$B = a H + b H^2$$

darstellt.

Die von den zwei Parabelbögen eingeschlossene Fläche hat aber den Inhalt

$$F = \frac{y_{\max} \cdot x_{\max}}{3} = \frac{b x_{\max}^3}{3}$$

Da nun

$$x_{\max} = H_{\max},$$

also

$$F = \frac{b H_{\max}^3}{3},$$

so ist es möglich, aus der Hysteresisfläche und der maximalen Feldstärke den Koeffizienten b zu bestimmen. Zur Berechnung benützte ich die früher bestimmten Werte der Verlustarbeit, so dass die Gleichung für b folgendermassen lautet:

$$b = \frac{3 \cdot 4 \pi \cdot A_{11}}{H_{\max}^3}$$

Die folgende Tabelle zeigt die Resultate der Berechnung.

Punkt	$H_{\max}$	$A_{11}$	b
1	0,1320	0,06780	1112
2	0,1129	0,03730	976
3	0,0820	0,02290	903
4	0,0728	0,00978	955
5	0,0587	0,00538	1000
6	0,0439	0,00224	998
7	0,0313	0,00070	860
8	0,0241	0,00034	917
9	0,0170	0,000088	1032
10	0,0101	0,000037	1355

Wie man sofort sieht, weichen die Werte von  $b$  untereinander und von dem früher gefundenen Wert  $b = 1127$  so stark ab, dass die Rayleigh'sche Methode wenigstens für den vorliegenden Fall nur qualitativen Kontrollwert hat, nämlich um die Grössenordnung von  $b$  zu bestimmen.

Es ist nun noch möglich, nach demselben Verfahren aus der Koerzitivkraft und der remanenten Induktion mittelst der Parabelgleichung  $b$  zu bestimmen, da jedoch diese Werte infolge ihrer Kleinheit noch viel unsicherer sind als die Zahlenwerte für die Hysteresisflächen, so ergeben sich hier noch grössere Abweichungen. Es erübrigt sich daher, näher darauf einzugehen.

Es lassen sich also die Resultate der Untersuchung der Hysteresisarbeit folgendermassen zusammenfassen:

1. Die Hysteresisarbeit wird nicht zu Null, bevor die Induktion zu Null wird. Es lässt sich experimentell nur eine Beobachtungsgrenze ihres Vorhandenseins feststellen.
2. Hysteresisarbeit, Koerzitivkraft und remanente Induktion sind im Intervall von  $H = 0$  bis  $H = 0,15$  annähernd Exponentialfunktionen der maximalen Induktion, lassen sich aber analytisch nicht mit genügender Präzision formulieren.

## II. Teil.

# Die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Eisens unter dem Einfluss sehr schwacher Wechselströme.

### Einleitung und Theorie der Untersuchung.

In der Einleitung meiner Arbeit habe ich bereits auf die verschiedenen Untersuchungen hingewiesen, welche über das vorliegende Gebiet veröffentlicht worden sind. Bevor ich dazu übergehe, die Theorie zu entwickeln, welche es ermöglicht, Feldstärke und Induktion bei Wechselstrommagnetisierung zu berechnen, muss ich noch auf eine Frage zurückkommen, die am Beginn des ersten Teiles angedeutet wurde.

Es wurde nämlich dort gesagt, dass die Lamellierung des Eisenringes den Zweck habe, das Auftreten von Wirbelströmen möglichst zu verhindern. Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, von welcher Grössenordnung der Einfluss der Wirbelströme bei der hier gebrauchten Form des Eisens sein kann. Es wurden hierüber von verschiedenen Forschern (Steinmetz, Thomson, Ewing, Wilson) Untersuchungen angestellt; eine sehr übersichtliche Zusammenstellung der hiebei gewonnenen Resultate findet sich in der Broschüre Dr. Niethammers.<sup>11)</sup> Es wird darin die Erscheinung der sogenannten Schirmwirkung behandelt, welche bei Magnetisierung von Eisen mit Wechselströmen auftritt und die ihren Grund in den Wirbelströmen hat. Unter andern zahlenmässigen Angaben über die Grösse dieser Schirmwirkung findet sich auch eine Formel von Steinmetz, welche lautet:

$$A W_{\text{gegen}} = C \cdot n \cdot B^x \cdot s^y \cdot 10^{-3}$$

<sup>11)</sup> Dr. F. Niethammer, Magnetismus. Stuttgart, 1901, S. 30.

Es bedeuten darin  $AW_{\text{gegen}}$  diejenige Anzahl von Ampèrewindungen, welche nötig sind, um ein Feld zu erzeugen, das dem durch die Schirmwirkung hervorgerufenen Feld das Gleichgewicht hält und zwar pro Zentimeter Länge des Bleches,  $n$  die sekundliche Periodenzahl,  $B$  die Induktion und  $s$  die Blechstärke;  $C$ ,  $x$  und  $y$  sind Konstanten, für welche bei Blechstärken bis zu 2 mm nach Steinmetz zu setzen ist:

$$C = 0,25. \quad x = 1. \quad y = 2.$$

Ein Vergleich der  $AW_{\text{gegen}}$  mit den magnetisierenden Ampèrewindungen wird ein Bild von der Grösse des Einflusses der Wirbelströme ergeben. Ich will für diesen Vergleich einen möglichst ungünstigen Fall wählen, d. h. einen solchen, wo die  $AW_{\text{gegen}}$  möglichst gross sind im Vergleich zu den magnetisierenden  $AW$ . Ein solcher Fall wird eintreten, wenn  $B$  gross ist, da die Induktion, wie später gezeigt werden wird, rascher wächst als die Feldstärke, die letztere aber der Stromstärke direkt proportional ist. Die grösste von mir gemessene Induktion betrug ca. 20 C. G. S., die dieser Induktion entsprechende Stromstärke war 0,025 Ampère. Pro cm Länge hatte ich ca. zwei Windungen, so waren also

die magnetisierenden  $AW = 0,025 \cdot 2 = 0,05$ ,

$$\text{die } AW_{\text{gegen}} = 0,25 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 0,0365^2 \cdot 10^{-3} = 0,0003325.$$

Es ist daraus ersichtlich, dass im ungünstigsten Fall die  $AW_{\text{gegen}}$  nicht einmal 7 Promille der magnetisierenden  $AW$  betragen. Da aber die Versuchsungenauigkeiten im Mittel ca. 1 Prozent betragen, so kommt der Einfluss der Wirbelströme bei meinen Versuchen praktisch nicht in Betracht.

Es soll nun die Theorie der folgenden Untersuchungen dargelegt werden.

Wenn wir einen mit einer gleichmässig verteilten Wicklung versehenen Eisenring haben und wir an den Enden dieser Wicklung eine Potentialdifferenz  $\Delta p$  haben, so wird diese Spannung einen Strom  $i$  in der Wicklung erzeugen. Dieser Strom erzeugt ein Feld, welches im Eisenring eine Induktion  $b$  hervorruft. Ist der Widerstand der Wicklung  $w$ , die Windungszahl  $N$  und der

Querschnitt des Ringes  $q$ , so können wir folgende Beziehung aufstellen:

$$\Delta p = i w + \frac{d}{dt} (b q N).$$

Diese Beziehung gilt, welche Form immer  $\Delta p$  haben mag. Wählen wir nun für  $\Delta p$  einen sinusförmigen Verlauf, so können wir folgende Ansätze machen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= P \sin 2 \pi n t, \\ i &= J \sin (2 \pi n t - \alpha), \\ b &= B \sin (2 \pi n t - \alpha - \alpha'), \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Wenn wir mit } \alpha \text{ den Winkel} \\ \text{der Phasenverschiebung zwi-} \\ \text{schen Strom und Spannung und} \\ \text{mit } \alpha' \text{ den Winkel der Phasen-} \\ \text{verschiebung zwischen Strom} \\ \text{und Induktion bezeichnen.} \end{array}$$

Streng genommen gelten diese Ansätze nicht, denn die Inkonstanz von  $\mu$  bewirkt eine Aenderung der Sinusform der Induktion in dem Sinne, dass wir den Ausdruck für  $b$  in folgender Form ansetzen müssten:

$$b = B_1 \sin (2 \pi n t + \psi_1) + B_2 \sin (4 \pi n t + \psi_2) + \dots$$

Diese veränderte Form der Induktion hat nun eine Rückwirkung auf die Feldstärke und somit auf die Stromform, so dass wir auch diese in Form einer Fourier'schen Reihe aufstellen müssen. Es ist nun aber nachgewiesen worden, dass die Aenderung von  $\mu$  auch für grosse Feldstärken nur so ist, dass die zweiten und folgenden Glieder dieser Reihen im Vergleich zum ersten prozentuell sehr klein sind.<sup>12)</sup> Für unseren Fall der ganz kleinen Kräfte ist die Variation von  $\mu$  so gering, dass wir alle Glieder der Reihen mit Ausnahme des ersten vernachlässigen und unsere Rechnung auf den obigen Ansätzen aufbauen können. Wir setzen ein und erhalten:

$$P \sin 2 \pi n t = J w \sin (2 \pi n t - \alpha) + \frac{d}{dt} (B q N \sin (2 \pi n t - \alpha - \alpha'))$$

Die Integration ergibt:

$$\begin{aligned} P \sin 2 \pi n t &= J w \sin 2 \pi n t \cos \alpha - J w \cos 2 \pi n t \sin \alpha + \\ &+ 2 \pi n B q N \cos (2 \pi n t) \cos (\alpha + \alpha') + \\ &+ 2 \pi n B q N \sin (2 \pi n t) \sin (\alpha + \alpha') \end{aligned}$$

<sup>12)</sup> M. Wien, Magn. d. Wechselstrom. Wied. Ann., Bd. 66, 1898.

Für die Gültigkeit dieser Gleichung ist nun erforderlich, dass einerseits die sinus-, andererseits die cosinus-Glieder, welche die Variable  $t$  enthalten, untereinander gleich sind, also:

$$\begin{aligned} P &= J w \cos \alpha + 2 \pi n B q N \sin (\alpha + \alpha') \\ 0 &= -J w \sin \alpha + 2 \pi n B q N \cos (\alpha + \alpha') \end{aligned}$$

Wir quadrieren und addieren:

$$\begin{aligned} P^2 &= (2 \pi n B q N)^2 \sin^2 (\alpha + \alpha') + (J w)^2 \cos^2 \alpha + \\ &\quad + 4 \pi n B q N J w \cos \alpha \sin (\alpha + \alpha') \\ 0 &= (2 \pi n B q N)^2 \cos^2 (\alpha + \alpha') + (J w)^2 \sin^2 \alpha - \\ &\quad - 4 \pi n B q N J w \sin \alpha \cos (\alpha + \alpha') \\ P^2 &= \underbrace{(2 \pi n B q N)^2}_1 + \underbrace{(J w)^2 + 4 \pi n B q N J w \sin \alpha'}_2 \end{aligned}$$

Wir wollen nun untersuchen, wie sich der Ausdruck 2 in seiner Grössenordnung zum Ausdruck 1 verhält.

Zu diesem Zweck wollen wir aus den Resultaten der Untersuchung ein Zahlenbeispiel herausgreifen.

Die Konstanten sind:

$n = 50$ Perioden	Es war bei $P = 0,05312$ Volt
$q = 15,52$ cm <sup>2</sup>	$J = 0,01153$ Ampère
$N = 205$ Windungen	und $B = 5,31$ , berechnet
$W = 0,0571$ Ohm	unter Vernachlässigung des Ausdrucks 2

Die Grössenordnung von  $\sin \alpha'$  suchte ich auf folgende Weise zu ermitteln. Ich entnahm der Untersuchung über Hysteresis diejenige Schleife, welche der maximalen Induktion  $B = 5,31$  entspricht und konnte aus dieser Schleife die Grösse des Zurückbleibens von  $B$  hinter  $H$  entnehmen. Es ist dann  $\sin \alpha'$  aus der remanenten Induktion zu ermitteln:

$$\sin \alpha' = \frac{B_{\text{rem}}}{B_{\text{max}}}$$

Da nun gefunden wurde, dass für kleine Kräfte bei Wechselstrom die Hysteresis kleiner ist als bei konstanten Kräften,<sup>13)</sup> so ist anzunehmen, dass das auf diese Weise gefundene  $\alpha'$  jedenfalls nicht zu klein ist.

<sup>13)</sup> M. Wien, l. c.

Die Ausrechnung ergibt dann:

$$P^2 = 0,00282$$

$$(Jw)^2 = 0,00000043$$

$$4 \pi n B q N \sin \alpha' \cdot J w < 0,000003 \quad \left. \vphantom{4 \pi n B q N \sin \alpha' \cdot J w} \right\} \Sigma < 0,0000034$$

Es ist also der Wert des Ausdruckes 2 nicht einmal 2 Promille vom Wert des Ausdruckes 1. Einige weitere Proben ergaben für den zweiten Ausdruck noch kleinere prozentuelle Werte. Da nun die Versuchsgenauigkeit den Wert von 1 % kaum übersteigt, so fällt für die Resultate die Grösse des Ausdruckes 2 nicht in Betracht, er kann gegenüber 1 vernachlässigt werden.

Wir haben also zur Berechnung der Induktion die Form:

$$B = \frac{P}{2 \pi n q N}$$

Die Form der Feldstärke entspricht dem Ausdruck:

$$h = H \sin (2 \pi n t - \alpha)$$

Es wurde nun früher gezeigt, dass

$$h = \frac{4 \pi N i}{l}, \text{ also}$$

$$H = \frac{4 \pi N J}{l}$$

Im Folgenden wollen wir eine Versuchsanordnung besprechen, die es gestattet, sehr kleine  $J$  und  $P$  genau zu messen. Da die dazu verwendeten Instrumente Effektivwerte messen, so führen wir diese in die Ausdrücke für die Amplituden  $H$  und  $B$  ein.

Es wird dann:

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{4 \pi N \sqrt{2} I \text{ ampère}}{1 \text{ cm}} \cdot 10^{-1} \\ B &= \frac{P \text{ volt} \cdot \sqrt{2} \cdot 10^8}{N \cdot q \text{ cm}^2 \cdot 2 \pi n} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{im absoluten} \\ \text{Masssystem.} \end{array}$$

Setzen wir unsere Konstanten ein, so ergibt sich:

$$B = 141 \times P \text{ Volt.}$$

$$H = 3,225 \times I \text{ Ampère.}$$

### Versuchsanordnung.

An Hand des nachstehenden Schemas lässt sich die Anordnung folgendermassen beschreiben:

Der verwendete Strom war der Wechselstrom aus dem Netz der Stadt Zürich, der eine Frequenz von ca. 50 Perioden hat und fast genau sinusförmigen Verlauf zeigt. Ein kleiner Transformator ermöglichte es, mit Spannungen von 5 bis 100 Volt (5, 10, 15, 20 . . . Volt) zu arbeiten. Ich benützte für meine Untersuchung diejenige Sekundärwicklung des Transformators,

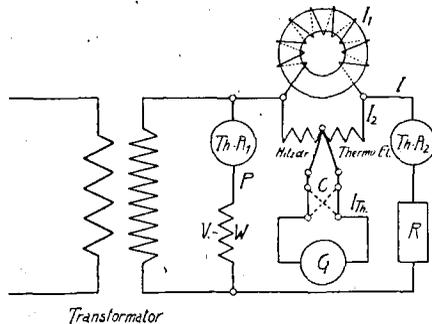


Fig. 6.

die eine Spannung von ca. 5,3 Volt ergab. Der dieser Wicklung entnommene Strom wurde als Magnetisierungsstrom durch die Primärwicklung des Ringes geschickt. Ein Regulierwiderstand R liess die Stromstärke variieren. Zur Messung der Spannung war an die Primärklemmen des Ringes ein Instrument angeschlossen, das im folgenden beschrieben werden wird.

Meine Messinstrumente waren folgende:

1. Die Messung der Stromstärke erfolgte mittelst des sogenannten Thermo-Ammeters, eines in Cambridge hergestellten Instrumentes, welches auf der Wärmewirkung des Wechselstromes beruht. Durch den Strom wird ein dünner Draht erwärmt; dieser steht in Verbindung mit der einen Lötstelle eines Thermoelementes; die in demselben durch die Erwärmung der einen Lötstelle entstehenden Ströme bewirken nun in einem

System Magnet-Drehspule die Verdrehung eines Zeigers, der längs einer von 0 bis 10 Milli-Ampère geachten Skala läuft. Dieses Instrument misst also Effektivwerte von Stromstärken, welche ja bekanntlich dadurch definiert sind, dass sie die gleiche Wärmewirkung ausüben, wie ein Gleichstrom; es kann also ebenso zur Messung des letzteren verwendet werden. Die Bestimmung der Korrekturentabelle für die Skalen erfolgte mit Gleichstrom.

Ich benützte zwei dieser Instrumente und zwar eines, um den Strom  $I$  zu messen, das andere, um die Spannung an den Sekundärklemmen des Transformators zu bestimmen. Es war dazu ein Vorschaltwiderstand nötig, der  $398,6 \Omega$  hatte und da der Widerstand des Instrumentes genau mit der Wheatstone'schen Brücke gemessen war ( $W = 153,5 \Omega$ ), so war die Spannung gegeben durch:

$$P = 552,1 \cdot I_{\text{Th. A}_1}.$$

Der Widerstand des Thermo-Ammeters  $\text{Th. A}_2$  betrug  $147,2 \Omega$ .

2. Die Messung der Spannung an den Ringklemmen erfolgte mit einem nach demselben Prinzip gebauten Instrument. Es war nur hier das Thermoelement in den Stromkreis eines Galvanometers eingeschaltet, welches mit Spiegel, Fernrohr und Skala abgelesen wurde. (Es wurde ein vierspüliges astatisches

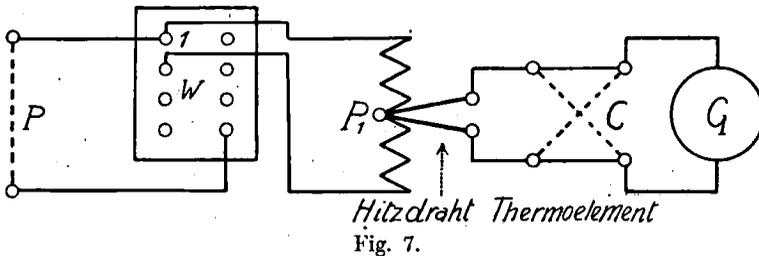


Fig. 7.

Galvanometer mit Ringmagneten von Hartmann und Braun verwendet.) Die Eichung erfolgte auf die Weise, dass eine Kurve der Galvanometer-Ausschläge in Funktion von bekannten Spannungen aufgestellt wurde. Diese bekannten Spannungen wurden auf folgende Weise hergestellt.

Es wurde die Spannung an den Transformator клемmen gemessen; der Strom wurde durch einen Präzisions-Messwiderstand geschickt; die Leitung des Spannungsmessinstrumentes wurde nun so angeschaltet, dass zwischen ihren Endpunkten im Messwiderstand 1 Ohm eingeschaltet war, während der Widerstand  $w + 1$  Ohm zwischen den Transformator клемmen stufenweise geändert wurde. Es gilt nun:

$$P_1 : P = 1 : w + 1 \quad \text{und}$$

$$P_1 = \frac{P}{w + 1}$$

Aus der auf diese Weise ermittelten Kurve der  $x$  in Funktion der  $P_1$  konnte für jeden Ausschlag  $x$  des Galvanometers das zugehörige  $P_1$  bestimmt werden.

Es ist nun noch zu zeigen, wie aus dem gemessenen  $I$  der Magnetisierungsstrom  $I_1$  bestimmt wird. Dazu müssen wir zunächst die Grösse  $I_2$  ermitteln. Da die ganze Leitung des Spannungsmessinstrumentes aus induktionsfreiem Widerstand besteht, so gilt hier das Ohm'sche Gesetz:

$$I_2 = \frac{P_1}{w_2}.$$

In meinem Fall war  $w_2 = 15,5$  Ohm und änderte sich nicht während der ganzen Dauer der Untersuchung.

Es gilt nun für den Fall der Stromverzweigung bei sinusförmigen Strömen das Gesetz:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2),$$

wobei  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Winkel der Phasenverschiebung der Ströme  $I_1$  und  $I_2$  gegenüber  $I$  bedeuten und durch folgende Beziehungen bestimmt sind:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2 \pi n L_1}{w_1}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2 \pi n L_2}{w_2}.$$

Wie nun durch die Untersuchung nachgewiesen wurde, ist im Stromkreis  $I_1$  der induktionsfreie Widerstand  $w_1$  gegenüber dem induktiven so klein, dass  $w_1$  gegenüber  $2 \pi n L_1$  fast verschwindet und  $\operatorname{tg} \alpha_1$  und somit  $\alpha_1$  sehr gross wird,  $\sim 90^\circ$ . Im Stromkreis  $I_2$  haben wir dagegen nur induktionsfreien Wider-

stand, so dass  $L_2 = 0$  ist und  $\operatorname{tg} \alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0$ . Es ist also  $\cos(\alpha_1 - \alpha_2) \sim \cos 90^\circ \sim 0$  und das Glied  $2I_1I_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$  verschwindet neben den Gliedern  $I_1^2 + I_2^2$ , da auch  $I_2$  gegenüber  $I$  klein ist (im Mittel ca. 5% von  $I$ ). Wir können also  $I_1$  ausrechnen:

$$I_1 = \sqrt{I^2 - I_2^2} = \sqrt{I^2 - \left(\frac{P_1}{w_2}\right)^2}$$

Haben wir so  $P_1$  und  $I_1$ , so können wir nach den früheren Gleichungen die Amplituden  $H$  und  $B$  und die Permeabilität  $\mu$  bestimmen.

### Gang der Untersuchung.

Ich musste mich bei der Untersuchung mit Wechselstrom damit begnügen, die Induktionskurve aufzunehmen. Für die Untersuchung der Hysteresisverluste gibt es verschiedene Methoden, welche auf Leistungsmessung beruhen, welche aber alle für die hier in Betracht kommenden verschwindend kleinen Grössen viel zu ungenau sind.

Für die Aufnahme der Induktionskurve ging ich in derselben Art vor wie bei der Gleichstromuntersuchung. Ich teilte die Kurve in vier Abschnitte und richtete für jeden Abschnitt die Empfindlichkeit der Messinstrumente so ein, dass die Messgenauigkeit für alle vier Serien ungefähr die gleiche war. Jede Serie wurde einige Male wiederholt. Jeder einzelne Wert stellt den Mittelwert aus zehn Ablesungen dar.

Vor und nach jeder Aufnahme wurde die Aichkurve des Galvanometers bestimmt. Die einzelnen Aufnahmen zeigten untereinander kleine Abweichungen, bis zu  $\frac{1}{2}$  %, herrührend von den kleinen Aenderungen der erdmagnetischen Kraft. Um die Empfindlichkeit des Galvanometers zu ändern, konnte ich die Windungszahl der Spulen und die Entfernung der Spulen von den Drehmagneten variieren. Um die für die Serie IV nötige ganz grosse Empfindlichkeit einzustellen, benützte ich zwei Astasiermagnete. Mit einer Wippe wurde nach jeder Ablesung der Strom gekehrt und damit bewirkt, dass die Ausschläge des Galvanometers nach beiden Seiten gingen.

Es machte sich zuweilen, besonders bei Serie IV, der störende Einfluss von Thermoströmen bemerkbar, welche in der Leitung des Galvanometers auftraten und vermutlich hauptsächlich mit Aenderungen der Zimmertemperatur in Zusammenhang standen. Durch sorgfältiges Konstanthalten der Temperatur gelang es, die Thermostrome in solchen Grenzen zu halten, dass sie die Messgenauigkeit nicht störten. Ihr Einfluss auf die Grösse der Galvanometerausschläge wurde so bestimmt, dass in bestimmten gleichen Zeitintervallen die Ausschläge des Galvanometers mit offener Primärleitung des Thermo-Instrumentes ermittelt wurden. Ich trug sie dann als Kurve in Funktion der Zeit auf und konnte so für jede andere Galvanometerablesung (ich las jedesmal auch die Zeit ab) aus dieser Kurve die zugehörige, durch die Thermostrome bedingte Korrektur bestimmen. Diese Methode erwies sich als so genau, dass ich auch bei ziemlich verschiedenen Werten der Korrekturen (sie änderten sich z. B. stark, wenn die Gasflammen im Zimmer brannten) immer sehr gute Uebereinstimmung unter den korrigierten Werten fand.

Die Strommessung richtete ich so ein, dass ich mit Parallelschaltwiderständen die Ausschläge des Thermoammeters immer zwischen ca. 3 und 9 Milli-Ampère hielt, da die Skalenteile nach unten hin kleiner wurden und unter 3 Milli-Ampère nicht genügend genaue Ablesungen zulassen. Die Resultate der einzelnen Serien folgen in Tabellen, in denen die korrigierten Werte der Ablesungen des Thermoammeters und des Galvanometers, ferner die ausgerechneten Werte von  $I_1$  und  $P_1$  und endlich Feldstärke, Induktion und die Permeabilität  $\mu = \frac{B}{H}$  aufgeführt sind.

Diese letzteren Werte wurden auf die gleiche Weise, wie es bei der Untersuchung mit Gleichstrom geschehen ist, in Kurven aufgetragen. Aus den Kurven wurden dann für runde Werte von  $H$  Induktion und Permeabilität zurückbestimmt und auf diese Weise der Verlauf der Permeabilität in Funktion der Feldstärke in den Tabellen ersichtlich gemacht.

Tabellarische Zusammenstellung der Aufnahme der Induktionskurven.

Reihe I.  $H = 0,03$  bis  $0,08$ .

1. Aufnahme.

Punkt	I abg.korr.	x.korr.	I Ring	P Ring	H	B	$\mu$	H	B	$\mu$	$\Delta\mu$
1	3,645	38,3	0,00943	0,0417	0,0304	5,90	194,0	0,03	5,82	194,0	2,9
2	5,165	83,4	0,01332	0,0618	0,0430	8,74	203,3	0,035	6,89	195,9	3,6
3	6,165	123,9	0,01585	0,0756	0,0511	10,70	209,5	0,04	8,02	200,5	3,6
4	7,000	165,7	0,01797	0,0876	0,0580	12,40	214,2	0,045	9,19	204,1	3,7
5	7,890	219,8	0,02018	0,1017	0,0650	14,98	221,2	0,05	10,39	207,8	4,2
6	8,465	260,1	0,02160	0,1116	0,0696	15,77	226,6	0,055	11,66	212,0	4,2
7	8,895	300,4	0,02290	0,1204	0,0738	17,02	230,6	0,06	12,97	216,2	5,0
8	9,390	332,0	0,02390	0,1270	0,0770	17,95	233,1	0,065	14,38	221,2	5,7
9	9,820	363,9	0,02496	0,1335	0,0805	18,88	234,7	0,07	15,88	226,9	4,4
								0,075	17,35	231,3	3,9
								0,08	18,82	235,2	

2. Aufnahme.

1	3,640	39,1	0,00940	0,0421	0,0303	5,96	196,3	0,03	5,90	196,7	2,2
2	5,145	83,4	0,01326	0,0618	0,0428	8,74	204,3	0,035	6,96	198,9	3,9
3	6,095	121,4	0,01568	0,0867	0,0506	10,58	209,3	0,04	8,11	202,9	3,2
4	6,890	161,3	0,01767	0,0748	0,0570	12,27	215,3	0,045	9,27	206,0	3,6
5	7,785	206,2	0,01997	0,0986	0,0644	13,95	216,6	0,05	10,48	209,6	4,0
6	8,295	247,4	0,02115	0,1085	0,0682	15,33	224,8	0,055	11,75	213,6	3,7
7	8,885	288,4	0,02266	0,1178	0,0732	15,64	227,5	0,06	13,04	217,3	3,7
8	9,360	328,2	0,02379	0,1263	0,0773	17,88	231,3	0,065	14,37	221,0	4,3
9	9,88	370,0	0,02508	0,1345	0,0810	19,01	234,7	0,07	15,77	225,3	4,2
								0,075	17,21	229,5	4,1
								0,08	18,69	233,6	

3. Aufnahme.

Punkt	I abg.korr.	x korr.	I Ring	F Ring	H	B	$\mu$	H	B	$\mu$	$\Delta \mu$
1	3,660	38,9	0,00946	0,0418	0,0305	5,91	193,9	0,03	5,80	193,3	4,7
2	5,140	83,1	0,01323	0,0617	0,0427	8,73	204,7	0,035	6,93	198,0	4,0
3	6,060	120,0	0,01560	0,0744	0,0503	10,51	209,1	0,04	8,08	202,0	3,6
4	6,915	162,2	0,01772	0,0870	0,0571	12,30	215,3	0,045	9,25	205,6	3,6
5	7,680	206,1	0,01968	0,0983	0,0635	13,90	219,1	0,05	10,46	209,2	3,9
6	8,285	246,7	0,02113	0,1083	0,0681	15,31	224,8	0,055	11,72	213,1	4,7
7	9,040	301,2	0,02302	0,1206	0,0743	17,05	229,6	0,06	13,07	217,8	4,5
8	9,410	328,2	0,02400	0,1262	0,0774	17,85	230,6	0,065	14,45	222,3	4,0
9	10,020	374,7	0,02550	0,1353	0,0823	19,13	232,6	0,07	15,84	226,3	3,2
								0,075	17,21	229,5	2,6
								0,08	18,57	232,1	

4. Aufnahme.

1	3,680	39,9	0,00952	0,0424	0,0307	6,00	195,3	0,03	5,89	196,3	2,6
2	5,170	84,6	0,01332	0,0623	0,0430	8,81	204,9	0,035	6,96	198,9	3,9
3	6,105	122,0	0,01572	0,0750	0,0507	10,60	209,1	0,04	8,11	202,8	3,2
4	6,970	164,9	0,01788	0,0876	0,0576	12,40	215,2	0,045	9,27	206,0	3,0
5	7,800	213,4	0,01995	0,1004	0,0644	14,20	220,5	0,05	10,45	209,0	3,6
6	8,520	262,6	0,02175	0,1121	0,0701	15,87	226,4	0,055	11,69	212,6	4,0
7	9,025	299,6	0,02300	0,1202	0,0742	17,00	229,1	0,06	13,00	216,6	4,2
8	9,430	332,4	0,02398	0,1271	0,0773	17,99	232,8	0,065	14,35	220,8	4,5
9	9,895	371,5	0,02513	0,1348	0,0810	19,07	235,4	0,07	15,77	225,3	5,0
								0,075	17,27	230,3	4,3
								0,08	18,77	234,6	

Reihe II. H = 0,02 bis 0,035.

1. Aufnahme.

Punkt	I abg.korr.	x.korr.	I Ring	P Ring	H	B	$\mu$	H	B	$\mu$	$\Delta\mu$
1	5,200	104,3	0,00627	0,0273	0,0202	3,86	191,1	0,020	3,83	191,5	3,0
2	5,910	136,9	0,00710	0,0311	0,0229	4,40	192,2	0,025	4,86	194,5	3,0
3	6,865	186,2	0,00826	0,0366	0,0267	5,17	194,0	0,030	5,93	197,5	3,4
4	7,400	220,2	0,00889	0,0398	0,0287	5,63	196,5	0,035	7,03	200,9	
5	7,960	257,6	0,00955	0,0430	0,0308	6,09	197,5				
6	8,420	292,6	0,01009	0,0459	0,0325	6,50	200,0				
7	8,960	330,6	0,01072	0,0489	0,0346	6,92	200,0				
8	9,625	389,7	0,01153	0,0531	0,0372	7,52	202,0				

2. Aufnahme.

1	5,155	103,1	0,00621	0,0271	0,0200	3,84	191,0	0,020	3,81	190,5	3,2
2	5,880	136,0	0,00707	0,0310	0,0228	4,40	192,7	0,025	4,84	193,7	3,2
3	6,820	185,5	0,00820	0,0365	0,0264	5,16	195,0	0,030	5,91	195,9	3,4
4	7,375	219,5	0,00886	0,0397	0,0286	5,56	195,0	0,035	7,01	200,3	
5	7,910	255,7	0,00950	0,0429	0,0306	6,07	198,0				
6	8,295	283,6	0,00994	0,0452	0,0320	6,40	199,4				
7	8,850	324,3	0,01060	0,0484	0,0342	6,85	200,2				
8	9,480	377,5	0,01137	0,0520	0,0363	7,40	201,9				

3. Aufnahme.

1	5,095	101,9	0,00612	0,0270	0,0197	3,81	193,0	0,020	3,84	192,0	2,5
2	5,770	130,9	0,00694	0,0304	0,0224	4,31	192,5	0,025	4,84	194,5	3,3
3	6,710	179,5	0,00805	0,0359	0,0259	5,08	195,5	0,030	5,93	197,8	3,5
4	7,340	218,2	0,00886	0,0396	0,0286	5,60	196,0	0,035	7,05	201,3	
5	7,875	253,6	0,00946	0,0427	0,0305	6,04	198,0				
6	8,350	288,0	0,06001	0,0456	0,0323	6,45	199,7				
7	8,820	319,8	0,01053	0,0481	0,0340	6,80	200,2				
8	9,395	372,7	0,01125	0,0520	0,0363	7,35	202,2				

Reihe III.  $H = 0,01$  bis  $0,025$ .

1. Aufnahme.

Punkt	I abg.korr.	x korr.	I Ring	P Ring	H	B	$\mu$	H	B	$\mu$	$\Delta\mu$
1	3,710	32,8	0,00356	0,0153	0,01148	2,17	188,6	0,01	1,877	187,7	2,0
2	4,680	52,0	0,00444	0,0193	0,01432	2,73	190,5	0,015	2,848	189,7	1,9
3	5,580	75,9	0,00535	0,0253	0,01725	3,30	191,0	0,02	3,832	191,6	2,6
4	6,210	94,8	0,00595	0,0260	0,01920	3,68	191,4	0,025	4,855	194,2	
5	7,000	121,5	0,00670	0,0294	0,02160	4,16	192,5				
6	7,585	143,7	0,00726	0,0320	0,02340	4,53	193,4				

2. Aufnahme.

1	3,740	32,6	0,00359	0,0153	0,01158	2,17	187,0	0,01	1,860	186,0	2,1
2	4,660	51,9	0,00447	0,0192	0,01442	2,72	188,2	0,015	2,822	188,1	3,0
3	5,640	76,7	0,00540	0,0235	0,01742	3,32	190,5	0,02	3,822	191,1	3,2
4	6,265	95,8	0,00601	0,0262	0,01940	3,70	190,8	0,025	4,858	194,4	
5	7,095	124,3	0,00679	0,0298	0,02190	4,21	192,1				
6	7,600	144,8	0,00729	0,0321	0,02350	4,54	193,2				

3. Aufnahme.

1	3,745	33,2	0,00360	0,0154	0,01159	2,19	188,6	0,01	1,890	189,0	1,0
2	4,685	53,6	0,00449	0,0195	0,01450	2,77	190,8	0,015	2,850	190,0	1,1
3	5,650	78,0	0,00541	0,0236	0,01745	3,34	191,3	0,02	3,822	191,1	1,8
4	6,295	97,0	0,00602	0,0263	0,01941	3,72	191,5	0,025	4,822	192,9	
5	7,180	127,0	0,00689	0,0301	0,02220	4,25	191,5				
6	7,660	146,1	0,00735	0,0323	0,02370	4,57	193,0				

Reihe IV. H = 0,004 bis 0,01.

1. Aufnahme.

Punkt	I abg. korr. x korr.	I Ring	P Ring	H	B	$\mu$	H	B	$\mu$	J $\mu$
1	9,450	21,1	0,001253	0,00537	0,00404	0,760	0,004	0,758	189,5	1,2
2	9,425	32,7	0,001553	0,00684	0,00501	0,967	0,006	1,144	190,7	0,9
3	9,390	52,3	0,001980	0,00864	0,00639	1,220	0,008	1,533	191,6	0,4
4	9,520	72,9	0,002282	0,01010	0,00737	1,429	0,010	1,920	192,0	
5	9,660	98,1	0,002680	0,01178	0,00865	1,667				
6	9,520	123,7	0,003020	0,01330	0,00976	1,881				
7	9,497	158,2	0,003430	0,01495	0,01106	2,115				

2. Aufnahme.

1	9,490	23,1	0,001292	0,00550	0,00417	0,800	0,004	0,770	192,5	0,7
2	9,510	33,5	0,001570	0,00693	0,00507	0,980	0,006	1,159	193,2	— 0,1
3	9,650	56,5	0,002045	0,00896	0,00660	1,268	0,008	1,545	193,1	
4	9,770	73,8	0,002285	0,01030	0,00738	1,437	0,010	1,931	193,1	
5	9,560	97,1	0,002655	0,01170	0,00856	1,655				
6	9,430	122,5	0,003006	0,01323	0,00970	1,872				
7	9,525	160,9	0,003432	0,01511	0,01107	2,140				

3. Aufnahme.

1	9,790	21,8	0,001253	0,00565	0,00404	0,779	0,004	0,780	195,0	— 1,0
2	9,465	33,3	0,001560	0,00689	0,00504	0,975	0,006	1,164	194,0	— 0,4
3	9,520	55,8	0,002002	0,00869	0,00651	1,259	0,008	1,649	193,6	— 1,5
4	9,640	75,9	0,002315	0,01015	0,00746	1,458	0,010	1,921	192,1	
5	9,495	95,6	0,002620	0,01161	0,00845	1,643				
6	9,595	122,5	0,003005	0,01352	0,00969	1,872				
7	9,560	162,0	0,003445	0,01515	0,01110	2,145				

Wie bei der Gleichstromuntersuchung, so sind auch hier in der folgenden Figur je drei Induktions- und Permeabilitätskurven dargestellt. Für die Masstäbe gilt dasselbe wie für Figur 3.

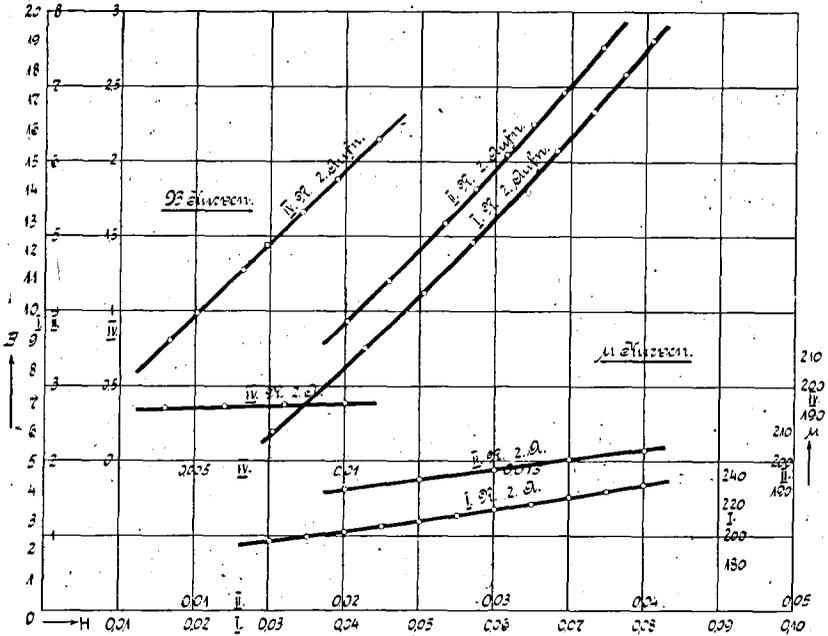


Fig. 8.

### Besprechung der Versuchsergebnisse.

Serie I.  $H = 0,03$  bis  $0,08$ .

Wenn wir den Verlauf der Permeabilität mit dem bei Gleichstrommagnetisierung vergleichen, so sehen wir sofort, dass bei Wechselstrom die Permeabilität bedeutend niedriger verläuft und zwar beträgt der Unterschied ca. 40%. Wir wollen nun den Unterschied in Funktion der Feldstärke genauer verfolgen. Folgende Tabelle gibt darüber Aufschluss:

$H$	$\mu$ Gleichstrom	$\mu$ W.-str.	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,03	322	195,1	126,9	39,4
0,04	335	202,0	133,0	39,7
0,05	348	208,9	139,1	40,0
0,06	362	217,0	145,0	40,0
0,07	373	226,0	147,0	39,4
0,08	384	233,9	150,1	39,1

Wir sehen, dass der Unterschied mit wachsender Feldstärke absolut zunimmt, prozentuell ziemlich gleich bleibt, d. h. bis  $H = 0,05$  ganz wenig wächst und dann wieder abnimmt. Es drängt sich an dieser Stelle die Frage auf, wie der Verlauf des Unterschiedes sich nach weiter oben gestaltet; diese Frage gehört aber nicht in den Rahmen der vorliegenden Arbeit, welche sich nur mit den magnetischen Eigenschaften des Eisens bei ganz kleinen Kräften befassen soll; und als solche können Kräfte über 0,1 nicht mehr angesehen werden.

Betrachten wir nun den Verlauf der Permeabilität bei Wechselstrom allein, so sehen wir, dass dieselbe mit wachsendem  $H$  zunimmt. Ueber die Art der Zunahme lässt sich sagen, dass auch die Unterschiede mit wachsender Feldstärke zunehmen, allerdings ist diese Zunahme so gering, dass sie schon in den Bereich der möglichen Beobachtungsfehler fällt. Sie kann aber trotzdem nicht als Beobachtungsfehler angesehen werden, da sie nicht nur in Reihe I, sondern auch in den folgenden II und III auftritt, und zwar bei allen Wiederholungen. Es gilt also in unseren Grenzen für die Permeabilität bei Wechselstrommagnetisierung nicht linearer Verlauf in Funktion der Feldstärke, wie bei Gleichstrom, sondern es tritt noch ein allerdings kleines quadratisches Glied dazu.

Serie II.  $H = 0,02$  bis  $0,035$ .

Ueber den Unterschied gegenüber Gleichstrom gibt wieder folgende Tabelle Aufschluss:

$H$	$\mu$ Gleichstr.	$\mu$ Wechselstr.	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,02	311	191,3	119,7	38,5
0,025	318	194,2	123,8	38,9
0,03	324	197,4	126,6	39,1
0,035	330	200,8	129,2	39,2

Der Verlauf des Unterschiedes schliesst sich vollständig dem von Serie I an. Er steigt mit wachsendem  $H$  absolut, ebenso prozentuell, aber da ganz schwach.

Auch über den Verlauf der Permeabilität in Funktion der Feldstärke gilt dasselbe wie bei Serie I.

Serie III.  $H = 0,01$  bis  $0,025$ .

$H$	$\mu$ Gleichstr.	$\mu$ Wechselstr.	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,01	304	187,6	116,4	38,3
0,015	307	189,3	117,7	38,3
0,02	311	191,3	119,7	38,5
0,025	318	193,8	124,2	39,1

Auch hier treten in Bezug auf den Unterschied zwischen  $\mu$ -Gleichstrom und  $\mu$ -Wechselstrom dieselben Erscheinungen hervor wie bei den vorhergehenden Reihen, nur dass die Zunahme des prozentuellen Unterschiedes verschwindend klein ist.

Die Zunahme der Permeabilität ist deutlich ersichtlich, auch kann man den quadratischen Charakter derselben noch genau erkennen.

Serie IV.  $H = 0,004$  bis  $0,01$ .

Während bei den vorhergehenden Reihen sich der Aufnahme der Induktionskurven nur geringe Schwierigkeiten in den Weg stellten, war es bei der Aufnahme dieser Serie ziemlich schwer, genaue Resultate zu erhalten. Die Schwierigkeiten hatten ihren Grund hauptsächlich in der für diese Reihe notwendigen grossen Empfindlichkeit des Galvanometers und der daraus folgenden langen Schwingungsdauer und der Unstabilität der Nullage. Um genügend grosse Ausschläge zu erhalten, wurde eine sehr starke Astasierung mittelst zweier Stabmagneten vorgenommen. Die Schwingungsdauer betrug dann drei Minuten. Es musste bei dieser Reihe sehr sorgfältig auf konstante Zimmertemperatur gesehen werden, da schon bei Temperaturschwankungen von einem Grade die durch die Thermostrome bedingten Ausschläge des Galvanometers so gross wurden, dass sie die Genauigkeit stark beeinflussten (bis zu 50 % der durch den Strom bewirkten Ausschläge).

Ferner war es infolge der langen Schwingungsdauer nicht möglich, die Reihen so aufzunehmen wie früher, sondern die zwei- bis dreimal wiederholte Aufnahme eines einzigen Punktes nahm fast einen Tag in Anspruch. Es musste daher auch hier mit der Aichung anders vorgegangen werden als früher. Da

sich nämlich die Galvanometerkonstanten von Tag zu Tag etwas änderten, so war es nicht möglich, für jede Reihenaufnahme eine Kurve der Aichung aufzustellen, sondern es wurde so vorgegangen, dass für jeden Punkt je am Anfang und am Ende seiner Aufnahme die zugehörige Aichung vorgenommen wurde. Es war dabei darauf zu achten, dass für die Aichung möglichst genau die gleichen Ausschläge am Galvanometer eingestellt wurden, wie sie die Aufnahme des betreffenden Punktes ergeben hatten, denn die Aenderung der Funktion Spannung pro mm Ausschlag in Funktion des Ausschlages war ziemlich gross. Durch grosse Sorgfalt bei den Messungen liess es sich erzielen, dass zu verschiedenen Zeiten vorgenommene Aufnahmen der einzelnen Punkte untereinander ziemlich gute Uebereinstimmung zeigten. — Die Zusammenstellung der Messungen in Aufnahme 1, 2 und 3 ist bei dieser Reihe eine willkürliche, da nicht wie bei den andern Reihen in einer Aufnahme der Zusammenhang der Zeit und der Aichung vorhanden ist, und wurde nur zum Zweck der Uebersichtlichkeit gemacht.

Es folgt die Tabelle der Vergleichung mit Gleichstrom:

$H$	$\mu$ Gleichstr.	$\mu$ Wechselstr.	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,004	301	192,3	108,7	36,1
0,006	301	192,6	108,4	36,0
0,008	302	193,8	109,2	36,2
0,010	303	192,4	110,6	36,4

Ueber die Aenderung des Unterschiedes zwischen  $\mu$ -Gleichstrom und  $\mu$ -Wechselstrom lässt sich in dieser Reihe nichts Bestimmtes aussagen, denn eine Betrachtung der Tabellen der entsprechenden Reihen bei Gleichstrom wie bei Wechselstrom zeigt, dass alle Aenderungen der Differenz vollständig in den Bereich der Versuchsungenauigkeit fallen, dass man also nicht berechtigt ist, irgendwelche Schlüsse aus ihnen zu ziehen.

Wenn wir nun in dieser Reihe die Aenderung der Permeabilität in Funktion der Feldstärke untersuchen, so sehen wir auch hier wieder, dass dieselbe ganz in den Bereich der Versuchsungenauigkeit fällt, dass man also nichts darüber sagen kann. Es wäre verfehlt, wollte man aus dieser Reihe darauf schliessen,

dass von einer bestimmten Feldstärke an abwärts die Permeabilität konstant bleibt, sondern es lässt sich das Resultat der Untersuchung in folgende Worte zusammenfassen:

1. Wie bei Gleichstrom-, so nimmt auch bei Wechselstrommagnetisierung durch sehr kleine Kräfte die Permeabilität mit der Feldstärke stetig ab. Ein Aufhören dieser Abnahme lässt sich nirgends feststellen, es lässt sich nur eine Grenze angeben, bis zu welcher es möglich ist, das Abnehmen genau zu konstatieren. Diese Grenze liegt bei meiner Versuchsanordnung in der Gegend von  $H = 0,01$ . (Bei Gleichstrom lag die Grenze bei 0,001.)

Es fällt auf, dass die Werte der Reihe IV im Durchschnitt um etwa  $2\frac{1}{2}\%$  höher liegen, als man in der Fortsetzung von Reihe III erwarten würde. Diese Erscheinung kann ihre Erklärung darin finden, dass zwischen der Aufnahme von Reihe I, II und III einerseits und der von Reihe IV andererseits ein längerer Zeitraum dazwischen lag. Es ist nun schon wiederholt beobachtet worden, dass sich für ein und dasselbe Eisen die magnetischen Eigenschaften mit der Zeit ändern. Ein solcher Fall des magnetischen „Alterns“ scheint auch hier vorzuliegen, was übrigens durch Kontrollversuche (spätere Aufnahme von Punkten aus Reihe III und von Punkten aus der Gleichstromuntersuchung) bestätigt wurde. Der Einfluss vorhergegangener Magnetisierungen auf die Permeabilität soll später besprochen werden.

#### **Analytische Formulierung der Resultate.**

Schon bei der vorhergegangenen Besprechung der Versuchsergebnisse wurde darauf hingewiesen, dass der Verlauf der Permeabilität in Funktion der Feldstärke in den Reihen I, II und III quadratischen Charakter zeigt; es würde sich das folgendermassen ausdrücken lassen:

$$\mu = a + bH + cH^2.$$

Es soll nun der Versuch gemacht werden, für diese Beziehung in den drei Reihen die Werte der Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  zu ermitteln.

Serie I.

Durch Einsetzen der entsprechenden Werte von  $\mu$  und  $H$  findet man:

$$\mu = 181,2 + 340 H + 4000 H^2.$$

Wir wollen nun in einer Tabelle zeigen, wie die Mittelwerte aus den vier Aufnahmen mit den aus der Gleichung berechneten Werten übereinstimmen:

$H$	$\mu$ gemessen	$\mu$ berechnet	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,03	195,1	195,0	— 0,1	—
0,04	202,0	201,2	— 0,8	0,4
0,05	208,9	208,8	— 0,7	0,3
0,06	217,0	216,0	— 1,0	0,5
0,07	226,0	224,6	— 1,4	0,6
0,08	233,9	234,0	+ 0,1	—

Die maximale Abweichung von der gemessenen und der berechneten Kurve beträgt also 0,6 %, ein Fehler, der innerhalb der Grenzen der Versuchsgenauigkeit liegt. Also kann die Gleichung als Bild dieser Reihe angenommen werden.

Serie II.

Man findet:

$$\mu = 182,7 + 310 H + 6000 H^2.$$

$H$	$\mu$ gemessen	$\mu$ berechnet	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,020	191,3	191,3	—	—
0,025	194,2	194,2	—	—
0,030	197,4	197,4	—	—
0,035	200,8	200,9	+ 0,1	—

Serie III.

$$\mu = 185,4 + 140 H + 8000 H^2.$$

$H$	$\mu$ gemessen	$\mu$ berechnet	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,010	187,6	187,6	—	—
0,015	189,3	189,3	—	—
0,020	191,3	191,4	+ 0,1	—
0,025	193,8	193,9	+ 0,1	—

Serie IV.

Wie schon früher gezeigt wurde, fallen in dieser Reihe die Differenzen der Permeabilität unter die Grenze der Beobachtungsfehler, es hat also keinen Sinn, für diese Reihe eine Gleichung aufstellen zu wollen.

Es ist möglich, die Ergebnisse aller Reihen von  $H = 0,01$  bis  $H = 0,08$  in einer einzigen Gleichung zu kombinieren, welche lautet:

$$\mu = 185 + 220 H + 5000 H^2.$$

Dementsprechend stellt sich die Induktion als Funktion dritten Grades der Feldstärke dar:

$$B = 185 H + 220 H^2 + 5000 H^3.$$

Folgende Tabelle zeigt, inwieweit die aus dieser Gleichung berechneten Werte mit denjenigen übereinstimmen, die aus der Kurve ermittelt wurden, welche die Resultate aller Reihen zur Darstellung bringt:

$H$	$\mu$ Kurve	$\mu$ Gleichung	$\Delta$	$\Delta$ in %
0,01	187,7	187,7	—	—
0,02	191,1	191,3	+ 0,3	+ 0,2
0,03	195,8	196,1	+ 0,3	+ 0,7
0,04	201,6	201,8	+ 0,2	+ 0,1
0,05	208,7	208,5	— 0,2	— 0,1
0,06	216,6	216,2	— 0,4	— 0,2
0,07	225,3	224,9	— 0,4	— 0,2
0,08	234,8	234,0	— 0,1	— 0,1

Die Abweichungen betragen also im Maximum 0,2 %, also ist die Gleichung als richtiges Bild der Kurve anzunehmen.

Figur 9 stellt die Kurve dar, welche der obigen Gleichung für die Permeabilität entspricht.

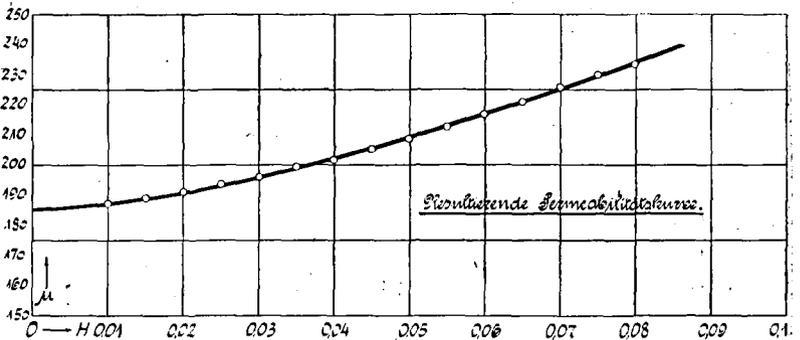


Fig 9.

### III. Teil.

## Untersuchung der magnetischen Nachwirkungen.

### Einleitung.

Bei der Aufnahme der Induktionskurven wurde darauf hingewiesen, dass Magnetisierung mit stärkeren Strömen eine Aenderung der Permeabilität zur Folge habe, welche jedoch durch oftmaliges periodisches Magnetisieren (bei Gleichstrom oftmaliges Kehren des Primärstromes mit kleinen Stromstärken, bei Wechselstrom längeres Einwirkenlassen einer kleinen Stromstärke) aufgehoben werden könne.

Es ist nun von Interesse, festzustellen, welche Grössenordnung diese Permeabilitätsänderung annehmen kann. Zu diesem Zwecke wurden einige Punkte der Gleichstrom- und der Wechselstrominduktionskurve herausgegriffen und folgende Untersuchung vorgenommen:

#### 1. Punkte aus der Gleichstrom-Induktionskurve.

Es war gefunden worden:

bei $H = 0,0117$	$\mu = 312$
„ $H = 0,0137$	$\mu = 314$
„ $H = 0,0152$	$\mu = 315$

Eine neuerliche Aufnahme dieser Punkte ergab:

bei $H = 0,01175$	$\mu = 306,0$
„ $H = 0,01370$	$\mu = 309,0$
„ $H = 0,01525$	$\mu = 310,2$

Nun wurde durch die Primärwicklung des Ringes eine Minute lang ein Gleichstrom mit der Stromstärke 1 Ampère geschickt und dann die Aufnahme der Punkte wiederholt.

Es ergab sich:

bei H = 0,01167	$\mu = 237,5$
„ H = 0,01362	$\mu = 238,5$
„ H = 0,01509	$\mu = 240,0$

Nach einer eintägigen Pause wurde die Aufnahme wiederholt und gefunden:

bei H = 0,01178	$\mu = 234,0$
„ H = 0,01364	$\mu = 234,0$
„ H = 0,01520	$\mu = 235,0$

Von dann ab war keine weitere merkbare Aenderung in der Permeabilität zu konstatieren.

Wie man sieht, hat also die Einwirkung von 1 Ampère Gleichstrom ein starkes Sinken der Permeabilität zur Folge.

Es wurde nun der Ring der Einwirkung einer periodisch wechselnden Kraft ausgesetzt und zwar einem Wechselstrom, dessen Stromstärke man in 10 Stufen von 0,6 bis 0,1 Ampère abnehmen liess. Jede Stufe wurde eine Minute lang eingeschaltet. Eine darauffolgende Aufnahme ergab:

bei H = 0,01171	$\mu = 319,0$
„ H = 0,01350	$\mu = 320,0$
„ H = 0,01500	$\mu = 321,0$

Nach zwei Stunden wurde die Aufnahme wiederholt und ergab:

bei H = 0,01178	$\mu = 313,5$
„ H = 0,01360	$\mu = 315,0$
„ H = 0,01507	$\mu = 318,0$

Nach zwei Tagen ergab sich:

bei H = 0,01177	$\mu = 305,0$
„ H = 0,01366	$\mu = 307,5$
„ H = 0,01522	$\mu = 309,0$

Die Permeabilität war also wieder auf die ursprünglichen Werte zurückgekommen und behielt dieselben von da ab bei.

Nun wurde die gleiche Reihe von Versuchen für eine Vormagnetisierung mit 2 Ampère Gleichstrom durchgeführt und es ergab sich:

Gleich nach der Magnetisierung:

bei H = 0,01170	$\mu = 207,5$
„ H = 0,01358	$\mu = 207,5$
„ H = 0,01509	$\mu = 208,0$

Wiederholung nach einem Tage:

bei H = 0,01185	$\mu = 201,0$
„ H = 0,01382	$\mu = 201,0$
„ H = 0,01538	$\mu = 202,0$

Diese Werte blieben konstant und es wurde nun die Entmagnetisierung mit den 10 Wechselstromstufen vorgenommen, welche ergab:

Unmittelbar nachher:

bei H = 0,01180	$\mu = 320,0$
„ H = 0,01369	$\mu = 320,5$
„ H = 0,01525	$\mu = 321,5$

Nach fünf Tagen:

bei H = 0,01210	$\mu = 304,0$
„ H = 0,01418	$\mu = 307,0$
„ H = 0,01591	$\mu = 309,0$

Diese letzteren Werte stimmen also wieder mit den ursprünglichen überein und sie blieben konstant.

Die folgende Tabelle gibt Aufschluss über die Grösse der Permeabilitätsänderung:

Punkt	$\mu$ vor 1 amp.	$\mu$ nach 1 amp.	$\Delta$	$\Delta$ in %	$\mu$ vor 2 amp.	$\mu$ nach 2 amp.	$\Delta$	$\Delta$ in %
1	306,0	234,0	-72,0	-23,5	305,0	201,0	-104,4	-34,1
2	309,0	234,0	-75,0	-24,2	307,5	201,0	-106,5	-34,6
3	310,2	235,0	-75,2	-24,2	309,0	202,0	-107,0	-34,6

## 2. Punkte aus der Wechselstrominduktionskurve.

Um vergleichbare Werte zu erhalten, wurde hier ganz analog wie bei den Gleichstrompunkten vorgegangen.

Es wurden untersucht die Punkte:

$H = 0,01450$	$\mu = 189,2$
$H = 0,01950$	$\mu = 191,0$

Nach der Magnetisierung mit 1 Ampère Gleichstrom ergab sich:

$$\begin{aligned} H &= 0,01448 & \mu &= 164,0 \\ H &= 0,01942 & \mu &= 169,8 \end{aligned}$$

Nach einem Tag:

$$\begin{aligned} H &= 0,01425 & \mu &= 167,5 \\ H &= 0,01932 & \mu &= 167,7 \end{aligned}$$

Diese Werte blieben konstant.

Nun erfolgte die Entmagnetisierung mit den gleichen Wechselstromstufen.

Unmittelbar nachher:

$$\begin{aligned} H &= 0,01417 & \mu &= 209,7 \\ H &= 0,01905 & \mu &= 213,0 \end{aligned}$$

Nach einem Tag:

$$\begin{aligned} H &= 0,01408 & \mu &= 202,0 \\ H &= 0,01902 & \mu &= 207,0 \end{aligned}$$

Nach einem weiteren Tag:

$$\begin{aligned} H &= 0,01410 & \mu &= 203,0 \\ H &= 0,01891 & \mu &= 205,0 \end{aligned}$$

Diese Werte änderten sich nicht weiter.

Die Magnetisierung mit 2 Ampère Gleichstrom ergab:

$$\begin{aligned} H &= 0,01442 & \mu &= 143,0 \\ H &= 0,01948 & \mu &= 144,0 \end{aligned}$$

Die darauffolgende Entmagnetisierung:

$$\begin{aligned} H &= 0,01425 & \mu &= 209,5 \\ H &= 0,01905 & \mu &= 215,0 \end{aligned}$$

Nach einem Tag:

$$\begin{aligned} H &= 0,01405 & \mu &= 205,0 \\ H &= 0,01878 & \mu &= 208,5 \end{aligned}$$

Nach zwei weiteren Tagen:

$$\begin{aligned} H &= 0,01402 & \mu &= 203,5 \\ H &= 0,01898 & \mu &= 205,0 \end{aligned}$$

Es wurde nun eine nochmalige Entmagnetisierung vorgenommen, bei der ich sechs Stufen Wechselstrom je 10 Minuten lang und die letzte mit der Stromstärke von 0,006 (die Stufen gingen von 0,02 bis 0,006 Ampère) Ampère 14 Stunden lang einwirken liess. Eine daraufhin erfolgte Aufnahme ergab:

$$\begin{aligned} H &= 0,01410 & \mu &= 202,0 \\ H &= 0,01882 & \mu &= 204,5, \end{aligned}$$

also keine weitere Aenderung und die letzten Werte blieben gleich.

Es ist zu bemerken, dass bei dieser Untersuchungsreihe die endgültigen Werte der Permeabilität höher liegen als die anfangs gefundenen. Es kann dies daraus erklärt werden, dass der Eisenring bei der ersten Aufnahme unter dem Einfluss einer von früher herrührenden magnetischen Nachwirkung stand, welche bei den Entmagnetisierungen verschwand.

Die folgende Tabelle zeigt wieder die Grösse der Permeabilitätsänderung:

Punkt	$\mu$ vor 1 amp.	$\mu$ nach 1 amp.	$\Delta$	$\Delta$ in %	$\mu$ vor 2 amp.	$\mu$ nach 2 amp.	$\Delta$	$\Delta$ in %
1	203,0	167,5	-35,5	-17,5	203,0	143,0	-61,0	-29,5
2	205,0	167,7	-37,3	-18,2	205,0	144,0	-60,0	-29,7

### Zusammenfassung aller Resultate.

1. Es ist experimentell nachgewiesen worden, dass die Induktionskurve die Abszissenaxe (Axe der Feldstärke) nicht vor dem Nullpunkt schneidet, sei es, dass das Eisen mit Gleichstrom, sei es, dass es mit Wechselstrom magnetisiert wird.

2. Im Bereiche ganz kleiner Feldstärken ist bei dem von mir untersuchten Eisen die Permeabilität bei Gleichstrommagnetisierung eine lineare Funktion der Feldstärke. Bei Wechselstrommagnetisierung kommt noch ein kleines quadratisches Glied dazu. Proportionalität zwischen Induktion und Feldstärke kann in beiden Fällen nirgends nachgewiesen werden.

3. Die Permeabilität verläuft bei ganz kleinen Feldstärken im Sinusfeld tiefer als im konstanten Feld.

4. Die Hysteresisarbeit wird nicht zu Null, bevor die Induktion zu Null wird.

5. Es wurden durch Experimente einige bekannte Erscheinungen von magnetischer Nachwirkung bestätigt und zwar folgendes: Starke vorangehende Magnetisierungen haben bei ganz kleinen Feldstärken sowohl im konstanten, wie im Wechselfeld beträchtliches Sinken der Permeabilität zur Folge. Die Einwirkung solcher Magnetisierungen kann durch die Einwirkung periodisch wechselnder Kräfte, welche man stufenweise abnehmen lässt, aufgehoben werden.

---

An dieser Stelle sei mir gestattet, dem Gefühle meiner herzlichen Dankbarkeit für meinen verehrten, seither verstorbenen Lehrer,

Herrn Professor Dr. H. F. WEBER,

Ausdruck zu geben, dem ich die Anregung zu dieser Arbeit verdanke und der mich bei den experimentellen Untersuchungen, welche ich in der Zeit zwischen Oktober 1910 und März 1912 im physikalischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich durchführte, jederzeit mit Rat und Tat unterstützte.

---

## Lebens- und Bildungsgang.

---

Ich bin am 27. Juli 1888 in Hausmening in Nieder-Oesterreich geboren. Die Gymnasialstudien absolvierte ich zur ersten Hälfte am k. k. Akademischen Gymnasium in Wien (1898 bis 1902), zur zweiten Hälfte am Privatgymnasium der Jesuiten in Kalksburg (1902 bis 1906), wo ich die Maturitätsprüfung ablegte.

Von 1906 bis 1910 war ich an der maschinentechnischen Abteilung der Eidgenössischen Technischen Hochschule als ordentlicher Hörer eingeschrieben und erhielt im Juli 1910 das Diplom als Maschinen-Ingenieur.

Vom Oktober 1910 bis Mai 1912 arbeitete ich unter der Leitung von Herrn Professor Dr. H. F. Weber an meiner Promotionsarbeit in den Laboratorien des Eidgenössischen Physikalischen Institutes.

Hubert Ellissen.