Über die Wachstumsordnung eines linearen Systems von Differentialgleichungen mit ganzen Funktionen als Koeffizienten

Abhandlung
zur
Erlangung der Würde eines
Doktors der Mathematik
der

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von

WALTER HENGARTNER
dipl. Math. ETH
geboren am 10. August 1936
von Muolen, Kanton St. Gallen

Angenommen auf Antrag von

Prof. Dr. A. Pfluger, Referent
Prof. Dr. A. Huber, Korreferent

Basel
Birkhäuser Verlag
1967

Über die Wachstumsordnung eines linearen Systems von Differentialgleichungen mit ganzen Funktionen als Koeffizienten

WALTER HENGARTNER, Zürich

Einleitung

Diese Arbeit befasst sich mit linearen Systemen von Differentialgleichungen 1-ter Ordnung

$$w_i' = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} w_k, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{1}$$

Dieses System besitzt genau n linear unabhängige Lösungsvektoren. Es existiert somit zu jeder n-reihigen quadratischen Koeffizientenmatrix A eine n-reihige quadratische reguläre Matrix W (d.h. die Determinante verschwindet nicht identisch) mit

$$W' = A \cdot W. \tag{2}$$

Jeder Lösungsvektor von (1) ist eine Linearkombination der Spaltenvektoren von W.

Die lineare Differentialgleichung

$$v^{(n)} = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cdot v^{(k)}$$

ist äquivalent dem System (1) mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 1 \\ a_0 & a_1 & \ldots & \ldots & \ldots & a_{n-1} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

und wir sprechen dann von einem Wronskischen System.

Im folgenden sind die Elemente der Koeffizientenmatrix A komplexwertige ganze Funktionen einer komplexen Variabeln. Wir sprechen von A als einer ganzen Matrizenfunktion. Dann ist auch jede reguläre Lösungsmatrix von (2) eine ganze Matrizenfunktion.