

# **Kraftfluss in Stahlbetonplatten**

Abhandlung  
zur Erlangung des Titels  
DOKTOR DER WISSENSCHAFTEN der ETH ZÜRICH  
(Dr. sc. ETH Zürich)

vorgelegt von  
SIMON ZWEIDLER  
Dipl. Bauingenieur ETH/FH  
geboren am 09. April 1975  
Bürger von Bachs ZH

angenommen auf Antrag von  
Prof. Dr. Peter Marti, Referent  
Prof. Dr. Walter Kaufmann, Korreferent  
Prof. Dr. Johann Kollegger, Korreferent

## Kurzfassung

Der Verbundwerkstoff Stahlbeton ist durch das herstellungsbedingte Giessen des Betons in die formgebende Schalung für Flächentragwerke wie Platten, Scheiben und Schalen prädestiniert. Die häufigste Anwendung betrifft dabei Stahlbetonplatten. Von der äusserlichen Betonhülle ist der Kraftfluss nur vermeintlich ablesbar; dieser wird namentlich im Traglastzustand vorwiegend von der im Beton eingelegten Stahlbewehrung bestimmt. Die mit der freien Wahl der Menge sowie der Anordnung der Bewehrung gegebene Freiheit wird bezüglich der Steuerung des Kraftflusses bis anhin zu wenig genutzt.

In der vorliegenden Abhandlung wird darum der zum Traglastzustand gehörende Kraftfluss in orthogonal beziehungsweise schiefwinklig bewehrten Stahlbetonplatten ins Zentrum gestellt. Hierzu ermöglicht erstens eine mit sogenannten Fliessgeraden erweiterte Darstellung von Mohrschen Kreisen unter Einbezug des Biegegewiderstandes die Konstruktion von verträglichen Spannungszuständen auf der Basis der Normalmomenten-Fliessbedingung; die mit der kinematischen Diskontinuitätslinie verträglichen Mohrschen Kreise müssen sich dabei in sogenannten Angelpunkten schneiden. Zweitens lassen sich von den infinitesimalen Diskontinuitäten mittels räumlicher Ausdehnung Schnittkörperdiagramme erzeugen, an welchen sich die Gleichgewichtsbedingungen von Platten formulieren lassen. Diese beiden Darstellungen stellen den zentralen Punkt der vorliegenden Abhandlung dar; damit gelingt auf Basis des Verträglichkeitssatzes der Plastizitätstheorie eine abschliessende Diskussion des Kraftflusses an Diskontinuitätslinien sowie deren Schnittpunkten, in Fächern, Fliessregionen und in Plattensegmenten.

Die daraus sich ergebenden Folgerungen sind als Verallgemeinerung der von Nielsen bezüglich des Kraftflusses in isotropen Stahlbetonplatten geführten Diskussion einzuordnen. Ebenso gelingt damit eine abschliessende Klärung über die in der vollständigen Lösung mögliche Existenz von den aus der sogenannten „Nodal-Force“-Theorie bekannten Knotenkräften. Knotenkräfte des Typs I können auftreten; hingegen wird die Existenz von Knotenkräften des Typs II widerlegt. Daraus lässt sich weiter folgern, dass der vermeintliche Informationsgewinn sowohl durch die „Nodal-Force“-Theorie als auch durch die „Equilibrium“-Methode in Form von Knotenkräften nichtig ist; die beiden Theorien können nicht zielführend sein und sind damit widerlegt. Die Gleichgewichtsbetrachtung der „Nodal-Force“-Theorie ist trotzdem in eine neue Anwendung überführbar, indem sich gegebene Mechanismen auf allfällige Knotenkräfte des Typs II überprüfen lassen. Sind solche Knotenkräfte erforderlich, kann der entsprechende Mechanismus nicht zur vollständigen Lösung gehören; die daraus folgende Last entspricht lediglich einem oberen Grenzwert der Traglast.

Auf der Basis der gewonnenen Erkenntnisse gelingt die Entwicklung der vollständigen Lösung für gleichförmig belastete, dreieck- oder trapezförmige Plattensegmente. Die Segmente sind an der längsten Kante einfach gelagert und weisen eine beliebig wählbare orthogonale oder schiefwinklige Bewehrung auf. Die entwickelten Lösungen ermöglichen mittels einfacher Handrechnung das Auffinden der vollständigen Lösung für ausgewählte Plattenbeispiele; die definierte Zielsetzung einer direkten Verknüpfung zwischen Lastabtragung (Steuerung des Kraftflusses) sowie Anordnung und Menge der Bewehrung ist damit erreicht. Die vorliegende Methodik ermöglicht dem konstruktiv tätigen Ingenieur das ihm ureigene und von Balkenkonstruktionen vertraute Konstruieren auch bei Stahlbetonplatten.

## Abstract

The composite material reinforced concrete is predestinated for surface structures such as slabs, panels and shells due to the way it is produced by casting. Reinforced concrete slabs are the most common application. Their force path cannot be deduced from the external concrete shape, as at ultimate limit state it is determined by the embedded reinforcement. Presently, the freedom of influencing the force path by choosing the amount and distribution of the reinforcement is not sufficiently used.

This is why the present work focuses on the force paths belonging to the ultimate limit states of orthogonally and skewly reinforced concrete slabs. The so called yield traces extended representation of Mohr's circles considering the bending capacity, enables the construction of compatible stress states based on the normal moment yield condition. The Mohr's circles, which are compatible with the kinematic discontinuity line, must intersect at the so called pivots. Further, by expanding the two-dimensional infinitesimal discontinuities, free body diagrams can be created to formulate the equilibrium equations of slabs. Both presentations are the central point of the present work. It enables the concluding discussion of the force path at discontinuity lines as well as their intersections, fan mechanisms, yield regions and slab segments.

The resulting conclusions can be considered as a generalisation of Nielsen's discussion on the force flow in isotropic reinforced concrete slabs. Further, the possible existence of nodal forces known from the so called Nodal-Force-Theory in the complete solution is clarified. Typ I nodal forces can occur, while the existence of Typ II nodal forces is disproven. It can be concluded further that the alleged information gain in the form of nodal forces is void both by the Nodal-Force-Theory and the Equilibrium-Method; the two theories are therefore disproven. However, this leads to a new application of the equilibrium considerations of the Nodal-Force-Theory, where given mechanisms can be tested for Type II nodal forces. If such nodal forces are necessary, then the mechanism can't belong to the complete solution and the corresponding load merely corresponds to an upper bound limit of the ultimate load.

Based on the gained insights a complete solution for uniformly loaded triangular or trapezoidal slab segments is developed. The segments are simply supported along their longest side and have an orthogonal or skew reinforcement that can be chosen arbitrarily. The developed solutions allow the determination of the complete solution of selected slab examples with simple hand calculations. Thus the defined goal of a direct connection between load bearing (influencing the force path) and the distribution as well as amount of reinforcement is achieved. The present method allows the practising Engineer to apply the detailing procedures familiar for beams to reinforced concrete slabs.